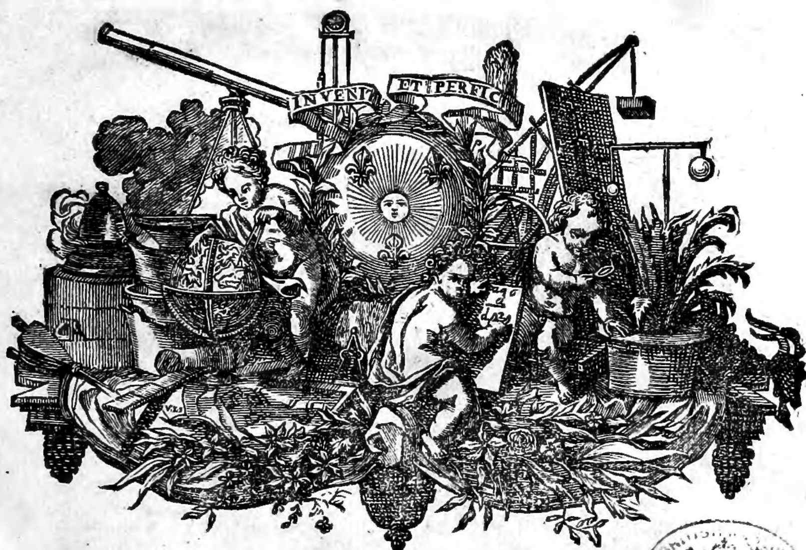
# HISTOIRE
## DE
# L'ACADÉMIE
## ROYALE
# DES SCIENCES.

Année M. DCCXXII.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année.

*Tirés des Registres de cette Académie.*






A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCXXIV.



# TABLE POUR L'HISTOIRE.

## PHYSIQUE GENERALE.



## ANATOMIE.



## CHYMIE.



## BOTANIQUE.

## ALGEBRE.



## GEOMETRIE.



## ASTRONOMIE.



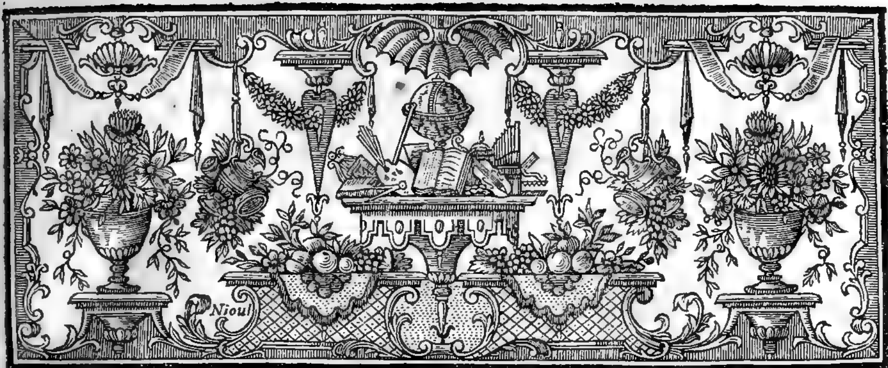
## MECHANIQUE.





# TABLE
## POUR LES MEMOIRES.





# HISTOIRE
# DE
# L'ACADÉMIE ROYALE
# DES SCIENCES.

## Année MDCCXXII.

# PHYSIQUE GENERALE

## *SUR LES CORNES D'AMMON.*



LES Cornes d'Ammon ſont un genre de Pierres figurées. Elles ſont tournées en Spirale ou Volute, dont tous les tours ſont poſés ſur un même plan, comme le peuvent être ceux d'une Corne de Bélier. Les parties de la Volute groſſiſſent toujours à meſure qu'elles s'éloignent du centre. Les Cornes de Jupiter Hammon reſſembloient peut-être à celles

V. les M. p. 235.

d'un Bélier, du moins c'étoient des Cornes; de plus les Pierres dont nous parlons, venoient ordinairement de la Libie, où ce Dieu avoit un Temple fameux; delà les Anciens les ont appellées Cornes d'Ammon. Elles étoient d'une figure trop ſinguliere pour n'avoir pas quelque vertu conſidérable : elles donnoient des ſonges myſterieux, ou la faculté de les interpreter.

Elles ſont fort différentes entr'elles. Leur Volute fait plus ou moins de tours; quelquefois elle eſt toute d'une ſeule piéce, quelquefois elle paroît être de pluſieurs qui ſont comme articulées & emboîtées enſemble, & même il arrive que ces piéces ſe ſéparent aiſément en ces endroits-là. Ces eſpéces d'articulations marquées ſur la ſurface de ces Pierres, reçoivent aſſez de différences. Hors delà la ſurface eſt auſſi différemment canelée ou godronée. A ranger ces Pierres ſous des eſpeces par rapport à toutes ces différences, & à raſſembler toutes celles que l'on connoît, ſoit par les Cabinets des Curieux, ſoit par les deſcriptions & les figures des Auteurs d'Hiſtoire Naturelle, M. de Juſſieu croit qu'on en peut conter juſqu'à cent eſpeces.

Souvent ces Pierres ſont mêlées de quelque ſubſtance metallique; il y en a qui paroiſſent preſque toutes dorées : leur vertu en étoit apparemment plus grande chez les Anciens.

Il n'eſt plus queſtion des jeux de la Nature pour expliquer toutes ces ſortes de petrifications; la Phyſique eſt ſortie de l'enfance. Les Cornes d'Ammon ont été moulées, reſte à ſçavoir où. On a déja reconnu qu'une ou deux eſpeces l'ont été dans les coquilles de Nautile.

Le Nautile eſt un Poiſſon teſtacée, dont la Coquille eſt tournée en Volute pareille en general à celles des Cornes d'Ammon. Cet Animal eſt appellé *Nautile*, parce que dans le mouvement progreſſif qu'il a ſur la mer, il eſt le Nautonnier, dont ſa Coquille eſt le Vaiſſeau; il a une induſtrie particuliere pour la faire voguer comme il veut, par le moyen de deux eſpeces d'Avirons naturels, dont il ſe ſert fort adroitement. On le trouve dans la Mer Adriatique, &

dans quelques autres endroits de la Mediterranée, & par cette raiſon il a été connu des Anciens Naturaliſtes.

Cet ancien Nautile a ſa coquille toute d'une piéce, ou ſans articulations; mais les modernes en connoiſſent d'autres dont la coquille eſt articulée; on ne les trouve que dans les Mers des Indes. Dans cette ſeconde eſpece il y a encore cette particularité qu'aux endroits des articulations la capacité interieure de la coquille eſt coupée par des cloiſons perpendiculaires à la coquille, & percées dans leur milieu par un trou toujours plus grand à meſure que les cloiſons s'éloignent davantage du centre de la Volute, & ſont auſſi par conſéquent plus grandes; & de plus il paſſe par tous ces trous un Canal que les cloiſons appuyent, & qui regne dans tout le milieu de l'interieur de la coquille. Comme les Cellules formées par les cloiſons ſont toujours plus grandes, auſſibien que toutes les piéces de l'édifice, il paroît que le Poiſſon à meſure qu'il a crû, a paſſé d'une plus petite Cellule dans une plus grande, par un canal plus grand, & qu'il a toujours laiſſé vuide & inutile une plus grande partie de ſon habitation.

Les cloiſons ſont articulées avec la coquille, auſſi bien que les parties de la coquille entr'elles, & la méchanique de ces articulations eſt différente.

La coquille eſt compoſée de deux lames, l'extérieure & l'intérieure. Les cloiſons ne s'articulent qu'avec l'intérieure, & ces articulations la caracteriſent. L'extérieure eſt ſtriée, ou godronée, ou ondée, &c.

On conçoit aſſez par cette legere deſcription que les Nautiles, que nous appellons de la 2de eſpece par rapport à l'ancien Nautile, doivent faire pluſieurs eſpeces différentes. M. de Juſſieu en ayant eu heureuſement trois entre les mains, trouva que trois eſpeces de Cornes d'Ammon s'y rapportoient ſi parfaitement qu'il ne douta point qu'elles n'euſſent été moulées dans des coquilles de ces Nautiles.

Ce qui ſemble mettre la choſe hors de doute, c'eſt une Corne d'Ammon qu'il a trouvée en baſſe Normandie, où ſe voit encore une bonne partie du teſt de la coquille fortement

attachée à la surface de la pierre, & incorporée avec elle.

Aux deux especes de Nautiles, où l'on avoit reconnu que pouvoient s'être moulées des Cornes d'Ammon, M. de Jussieu en ayant sûrement ajoûté trois, il se croit maintenant en droit d'en tirer la conséquence générale, que toutes les Cornes d'Ammon se sont moulées dans des Nautiles, & d'autant plus qu'il voit que toutes les especes de ces Pierres connues ou décrites n'ont que des différences qui doivent naturellement se trouver dans le genre de ces Poissons.

Selon ce que nous avons dit des deux lames de la coquille des Nautiles de la 2de espéce générale, il sera aisé de reconnoître si la pierre aura été moulée dans le creux de l'une ou de l'autre lame, car si elle l'a été dans le creux de l'intérieure, elle portera l'empreinte des articulations des cloisons avec cette lame; si elle l'a été dans le creux de la lame extérieure, elle portera l'empreinte des articulations des piéces de cette lame entr'elles, des stries de sa surface, &c.

Si la pensée de M. Jussieu est vraye, il y a autant d'espéces de Nautiles que de Cornes d'Ammon, & par conséquent le nombre des especes de Nautiles encore inconnues est bien grand par rapport au nombre des especes connues.

De celles-ci nous n'avons dans nos Mers que le Nautile dont la coquille est d'une piéce. Elle est en même temps si mince qu'on appelle ce Nautile *papiracée*. Tous les autres connus ne sont que dans les Mers des Indes, & apparemment les inconnus aussi.

Cependant il se trouve en France, en Angleterre, en Suisse, en Allemagne un très-grand nombre de Cornes d'Ammon qui se rapportent aux espéces de Nautiles des Mers éloignées. Après tout ce qui a été dit dans les Volumes précédents sur diverses pétrifications, il est aisé de sentir la conclusion où M. de Jussieu veut venir. Les Mers des Indes ont donc couvert toute l'Europe. Ces grandes révolutions, dont nous n'avons plus d'exemples, si peu vraisemblables, hormis pour les Philosophes, sont de jour en jour plus attestées par des monumens autentiques, & par des espéces d'Histoires écrites de la main même de la Nature.

## *SUR UN SECRET*
### *pour éteindre le feu dans les Incendies.*

IL s'étoit répandu un bruit, confirmé même par les Nouvelles publiques, que l'on avoit trouvé le secret d'éteindre les Incendies en jettant sur le feu une Poudre qui causoit une détonation, & que l'expérience en avoit été faite en Saxe avec un plein succès. Les Physiciens, qui doivent naturellement être les plus incrédules sur ces sortes de merveilles, sont cependant ceux qui les rejettent avec le moins de mépris, & qui apportent le plus de disposition favorable à les examiner: ils savent mieux que le reste des hommes, quelle est la vaste étendue de ce qui nous est inconnu dans la Nature. M. Geoffroy le cadet chercha quelle pouvoit être cette Poudre capable d'éteindre le feu. V. les M. p. 143. & 155.

Les Chimistes ont éprouvé que le Souffre dépouillé de son Acide, ne brûle plus; les Sels servent donc à produire la flame; d'un autre côté cependant ils y nuisent, car du bois floté, dont une grande partie des sels ont éte dissous, & emportés par l'eau, s'allume beaucoup plus vîte, & brûle mieux que du bois neuf. Il reste dans le bois floté assez de sels intimement unis à ses souffres pour les rendre inflammables; les sels perdus & dissipés n'auroient fait qu'empêcher la promptitude & la vivacité de l'inflammation. Ainsi les sels devoient être propres à l'effet qu'on demandoit.

D'ailleurs la détonation qui accompagnoit l'opération de la Poudre, ne pouvoit être produite que par la rarefaction de quelque matiere, qui causoit dans l'air une explosion d'où naissoit le bruit. Cet air subitement & violemment écarté du lieu où est la flame, la peut éteindre en deux manieres, 1°. en la souflant comme on soufle une Bougie, 2°. par une espéce de vuide qu'il laisse à l'entour, car on sait que la flame ne peut subsister dans le Recipient de la Machine Pneumatique, d'où l'air a été pompé.

M. Geoffroy ne doutoit pas que pour rendre l'explosion de l'air plus brusque & plus vive, il ne lui fallût opposer quelque résistance, & par conséquent enfermer dans quelque Boîte, qui pût cependant être crevée, la matiere qui devoit se rarefier. Il songeoit à environner en même temps cette Boîte de matieres alkalines, qu'il jugeoit les plus propres à éteindre & à noircir du charbon allumé; elles se seroient dispersées de toutes parts sur tout ce qui étoit en feu. Il ne restoit plus que le choix & de ces matieres, & de celle qui devoit faire l'explosion dans la Boîte; mais des Etrangers qui avoient le véritable secret, l'apporterent à Paris; & comme ils en alloient faire une expérience publique, M. Geoffroy l'attendit, & cessa de deviner.

On verra dans le Mémoire de M. de Reaumur tout le détail de cette expérience, qui fut vûe par un assez grand nombre de bons yeux. Au milieu d'un Baril plein d'eau est une Boîte de fer blanc pleine de Poudre à canon, on roule le Baril dans le lieu de l'incendie, on met le feu à la Boîte de poudre par une fusée, aussitôt la Boîte & le Baril crevent, l'eau s'élance de toutes parts à la ronde, & l'incendie cesse.

Cette invention est simple, & cependant elle rassemble fort ingénieusement toutes les manieres dont le feu peut être éteint. Il se fait une grande commotion d'air, capable d'éteindre le feu en le souflant & en dissipant la flame; la subite rarefaction de l'air cause aussi une espéce de vuide, où la flame cesse, enfin l'eau qui jaillit de tous côtés est en même temps divisée en une infinité de petits jets fins & déliés, de sorte que les surfaces enflâmées sur quoi elle tombe, sont attaquées en toutes leurs parties à la fois, ce que ne feroit pas un gros jet d'eau poussé par une Pompe, qui n'attaqueroit qu'un seul endroit, ou n'en attaqueroit plusieurs que successivement; de plus ce gros jet verseroit peut-être sur chacun plus d'eau qu'il ne seroit nécessaire, au lieu que toute celle des petits jets est employée utilement.

Par cette legere idée de la nouvelle invention, on peut à peu près juger des effets qu'il est permis d'en attendre, &

des occaſions où elle conviendra. Il faut que l'embraſement ſoit dans un lieu bas; il ſeroit ſouvent impraticable, & toujours trop long de porter le baril au haut d'une Maiſon. Il faut que le lieu ſoit clos pour la plus grande partie, autrement la rarefaction ſubite de l'air ne ſerviroit preſque de rien. Il ne faut pas que le feu ait eû le temps de prendre violemment à de groſſes piéces de bois, telles que des Poutres, ou des Solives, les petits jets d'eau ne ſeroient plus ſuffiſans, & quand la ſuperficie d'une Poutre embraſée s'éteindroit dans le moment, elle ſe rallumeroit le moment d'après; mais il eſt vrai qu'on auroit toujours un moment où le lieu ſeroit plus acceſſible. C'eſt principalement à rendre ce lieu acceſſible dans le commencement d'un Incendie, que l'Invention peut être d'uſage, ſuppoſé d'ailleurs les circonſtances néceſſaires.

On y a ajoûté en Allemagne d'impregner l'eau de matieres propres à éteindre le feu. M. le Prince de Heſſe en a envoyé la Recette à M. le Cardinal du Bois, qui l'a donnée à l'Académie. Il eſt bon que toutes les Inventions utiles au Public, on ſe picque de les perfectionner à l'envi des Inventeurs mêmes.

---

## *DIVERSES OBSERVATIONS DE PHYSIQUE GENERALE.*

### I.

AUX environs de S. Paul de Léon en baſſe Bretagne, il y a ſur le bord de la Mer un Canton qui avant l'an 1666. étoit habité, & ne l'eſt plus à cauſe d'un ſable qui le couvre juſqu'à une hauteur de plus de 20. pieds, & qui d'année en année s'avance & gagne du terrain. A conter de l'époque marquée, il a gagné plus de 6. lieues, & il n'eſt plus qu'à une demie lieue de S. Paul, de ſorte que ſelon toutes les apparences il faudra abandonner la Ville. Dans le pays ſubmergé on voit encore quelques pointes de Clochers, &

quelques Cheminées qui ſortent de cette Mer de ſable; les Habitans des Villages enterrés ont eû du moins le loiſir de quitter leurs Maiſons, pour aller mandier.

C'eſt le Vent d'Eſt ou de Nord-Eſt qui avance cette calamité; il éleve ce ſable qui eſt très-fin, & le porte en ſi grande quantité & avec tant de viteſſe, que M. Deſlandes, à qui l'Académie doit cette obſervation, dit qu'en ſe promenant en ce pays-là, pendant que le Vent charioit, il étoit obligé de ſecouer de temps en temps ſon Chapeau & ſon Habit, parce qu'il les ſentoit appeſantis. De plus, quand le Vent eſt violent, il jette ce ſable par deſſus un petit bras de Mer juſque dans Roſcof, petit Port aſſez fréquenté par les Vaiſſeaux étrangers. Le ſable s'éleve dans les rues de cette Bourgade juſqu'à deux pieds, & on l'enleve par charretées. On peut remarquer en paſſant qu'il y a dans ce ſable beaucoup de parties ferrugineuſes, qui ſe reconnoiſſent au Couteau aimanté.

L'endroit de la Coſte qui fournit tout ce ſable, eſt une Plage qui s'étend depuis S. Paul juſque vers Ploüeſcat, c'eſt-à-dire un peu plus de 4. lieues, & qui eſt preſqu'au niveau de la Mer lorſqu'elle eſt pleine. La diſpoſition des lieux eſt telle qu'il n'y a que le Vent d'Eſt ou de Nord-Eſt qui ait la direction néceſſaire pour porter le ſable dans les Terres. Il eſt aiſé de concevoir comment le ſable porté & accumulé par le Vent en un endroit, eſt repris enſuite par le même Vent, & porté plus loin, & qu'ainſi le ſable peut avancer en ſubmergeant le pays, tant que la miniere qui le fournit en fournira de nouveau, car ſans cela le ſable en avançant diminueroit toujours de hauteur, & ceſſeroit de faire du ravage. Or il n'eſt que trop poſſible que la Mer jette ou dépoſe encore long-temps de nouveau ſable dans cette Plage d'où le Vent l'enleve; il eſt vrai qu'il faut qu'il ſoit toujours auſſi fin pour être aiſément enlevé.

Ce déſaſtre eſt nouveau, parce que la Plage qui fournit le ſable, n'en avoit pas encore une aſſez grande quantité pour s'élever audeſſus de la ſurface de la Mer, ou peut-être parce que la Mer n'a abandonné cet endroit, & ne l'a laiſſé découvert

que

que depuis un temps. Elle a eu quelque mouvement ſur cette Coſte, elle vient preſentement dans le flux une demi-lieue en-deça de certaines Roches qu'elle ne paſſoit pas autrefois.

Ce malheureux Canton inondé d'une façon ſi ſinguliere juſtifie ce que les Anciens & les Modernes rapportent des tempeſtes de ſable excitées en Afrique, qui ont fait périr des Villes, & même des Armées.

M. Deſlandes a remarqué qu'un inconvenient général du Sable de mer, c'eſt d'être inutile à tout. On ne peut pas même en ſabler des Allées de Jardin, à cauſe de ſa grande fineſſe. Quand il eſt une fois ſec, il s'éleve trop, & non-ſeulement il rend la promenade déſagréable, mais il va gâter les fleurs & les fruits des Arbres.

II.

Une des grandes incommodités des voyages de long cours, c'eſt que l'eau douce qu'on a embarquée dans le Navire ſe gâte, qu'il s'y met des Vers, & qu'il eſt très-deſagréable & quelquefois preſque impoſſible d'en boire.

Ces Vers ne viennent point du bois des Tonneaux : il s'en trouve auſſi dans l'eau des Jarres, qui ſont de grands pots de terre.

L'eau qui s'eſt corrompue redevient bonne, parce que les Vers ont peri : mais elle ſe corrompt encore enſuite, & il y reparoît des Inſectes d'une autre eſpéce. En trois mois l'eau peut ſe corrompre & ſe remettre juſqu'à trois ou quatre fois, & à chaque fois qu'elle ſe corrompt, toujours de nouvelles eſpéces d'Inſectes.

Des eaux priſes en différents lieux ſont plus ou moins ſujettes à cet inconvenient.

Certainement elles contenoient les Oeufs d'où tous ces Vers ſont éclos, les uns plus tardifs que les autres ſelon les differentes eſpéces. En général ils ont tous beſoin de chaleur : & ſans conter celle des Climats par où nous paſſons dans preſque tous nos voyages de long cours, il y en a toujours une très-conſidérable à fond de calle, où la plus grande partie de l'eau douce a été embarquée. M. Deſlandes, d'après

qui nous parlons, a éprouvé à Breſt qu'au bout de trois ſemaines qu'un Vaiſſeau eſt armé, la chaleur eſt ſi grande à fond de calle, que le Thermometre y eſt plus élevé qu'au jour d'Eté le plus chaud qu'on ait en ce Port. Auſſi les Matelots ne peuvent-ils travailler en ce lieu-là que nuds, & une demi-heure ſeulement. Les Oeufs des Inſectes ne peuvent donc manquer d'y éclorre; & ce qui fortifie encore cette preuve, c'eſt que l'eau des Officiers contenue dans des Jarres qu'on met entre deux Ponts, produit moins de Vers que celle des Equipages, qui eſt dans des Barriques à fond de calle.

Il y auroit bien des expériences à faire ſur le plus ou le moins de facilité que différentes Eaux auront à ſe corrompre, ſur les différentes eſpéces d'Inſectes qui ſe ſuccédent, ſur les intervalles de leurs générations, &c. Et M. Deſlandes a fait quelques-unes de ces expériences ſur différentes eaux de Breſt; mais ſi elles ne ſont pas de ſimple curioſité, du moins ſont-elles moins utiles que deux moyens qu'il a trouvés d'empêcher la génération des Inſectes.

1. Après avoir bien lavé la Barrique avec de l'eau chaude, il faut y brûler un morceau de ſouffre, comme on fait dans les Barriques de Vin de Bordeaux deſtiné pour les Pays du Nord. On verſe l'eau dans la Barrique ſouffrée, & M. Deſlandes en a gardé ſix mois qui ne s'eſt pas gâtée.

2. Il ne faut que jetter dans la Barrique pleine de ſon eau une très-petite quantité d'Eſprit de Vitriol.

M. Deſlandes aſſûre que des Vaiſſeaux ſe ſont déja ſervis avec ſuccès de ces deux précautions.

Il convient qu'elles ſeroient inutiles, ſi on pouvoit rendre l'eau de la Mer potable. La difficulté n'eſt pas ſelon lui de la deſſaler, comme l'on croit communément, c'eſt de lui ôter une graiſſe, une onctuoſité amere, très-déſagréable au goût, & mal ſaine. Elle vient, non d'un Bitume diſſout, car ces prétendues minieres de Bitume ne ſe trouvent point dans la Mer, mais d'une infinité de matieres pourries, Bois, Plantes, Poiſſons morts, Cadavres. Un limon huileux enduit toujours les bords de la Mer, & les rend ſi gliſſants qu'on a de la peine à s'y ſoutenir.

III.

M. Alexandre Chirurgien, Correſpondant de M. de Mairan, a écrit de la Loüiſiane où il eſt, ſur une nouvelle ſorte de Cire qui ſe trouve en ce Pays-là. Il n'eſt point beſoin que des Abeilles la ramaſſent, ni que nous la tenions de leur induſtrie. Il y a à la Loüiſiane un Arbre qui croît à la hauteur de nos Ceriſiers, qui a le port du Mirthe, & dont les feuilles ont auſſi à peu près la même odeur; on fait bouillir dans de l'eau ſa Graine, qui eſt mûre en Automne; on remue le tout de temps en temps, & on ramaſſe une ſubſtance graſſe qui vient à ſurnager, c'eſt la Cire dont il s'agit. Une livre de Graine en rend plus de deux onces, & cette Graine eſt ſi commune qu'un homme ſeul en peut cueillir aiſément 15. livres en un jour.

Pluſieurs perſonnes de la Loüiſiane ont appris par des Eſclaves ſauvages de la Caroline, qu'on n'y brûloit point d'autre Bougie que celle qui ſe fait de cette Cire. Dans les Pays fort chauds où de la Chandelle de ſuif ſe fondroit par la grande chaleur, il eſt ſans comparaiſon plus commode d'avoir de la Bougie, & celle-là ſeroit à bon marché, & toute portée dans les climats de l'Amerique qui en auroient beſoin.

Cette Graine eſt ordinairement chargée d'une belle couleur de Lacque, & en l'écraſant ſimplement avec les doits, ils en demeurent teints; mais il y a une ſaiſon pour cela. M. Alexandre en a tiré une teinture auſſi vive que celle de la Lacque des Indes Orientales.

Il y a plus, cette même Graine a un uſage medicinal très-conſidérable. La liqueur où la Graine a bouilli, & d'où l'on a tiré la Cire, ayant été coulée, & évaporée en conſiſtence d'Extrait, M. Alexandre a trouvé que cet Extrait arrêtoit les Diſſenteries les plus opiniâtres, & qui avoient reſiſté même à l'Ipecacuanha. La Loüiſiane eſt fort ſujette à ces ſortes de maladies; & ce ſeroit une préſomption qu'elle en produit le remede, ſi l'on vouloit en croire un préjugé aſſez commun, que l'on auroit à ſouhaiter qui ſe verifiât ſouvent.

I V.

M. Delisle a fait savoir à l'Académie plusieurs particularités de la nouvelle Isle entre les Açores, dont nous n'avions dit qu'un mot en 1721. * il les avoit tirées d'une lettre de M. de Montagnac Consul à Lisbonne.

* p. 26.

Un Vaisseau où il étoit, moüilla le 18. Septembre 1721. devant la forteresse de la Ville de S. Michel qui est dans l'Isle du même nom, & voici ce qu'on apprit d'un Pilote du Port.

La nuit du 7. au 8. Décembre 1720. il y eut un grand tremblement de terre dans la Tercere & dans S. Michel, distantes l'une de l'autre de 28. lieues, & l'Isle *neuve* sortit. On remarqua en même-temps que la pointe de l'Isle de Pic qui en étoit à 30. lieues, & qui auparavant jettoit du feu, s'étoit affaissée, & n'en jettoit plus. Mais l'Isle neuve jettoit continuellement une grosse fumée, & effectivement elle fut vûe du Vaisseau où étoit M. de Montagnac, tant qu'il en fut à portée. Le Pilote assûra qu'il avoit fait dans une Chaloupe le tour de l'Isle en l'approchant le plus qu'il avoit pu. Du côté du Sud il jetta la sonde, & fila 60. Brasses sans trouver fond. Du côté de l'Oüest, il trouva les eaux fort changées; elles étoient d'un blanc bleu & verd qui sembloit du bas fond, & qui s'étendoit à deux tiers de lieue. Elles paroissoient vouloir bouillir. Au Nord-Ouest, qui étoit l'endroit d'où sortoit la fumée, il trouva 15. Brasses d'eau fond de gros sable, il jetta une pierre à la Mer, & il vit à l'endroit où elle étoit tombée, l'eau bouillir & sauter en l'air avec impétuosité. Le fond étoit si chaud qu'il fondit deux fois de suite le suif qui étoit au bout du plomb. Le Pilote observa encore de ce côté-là que la fumée sortoit d'un petit Lac borné d'une Dune de sable, & que la Mer étant agitée y pouvoit entrer. L'Isle est à peu près ronde, & assez haute pour être apperçûe de 7. ou 8. lieues d'un temps clair.

On a appris depuis par une lettre de M. Andrieu, Consul de la Nation Françoise dans l'Isle de S. Michel, en date du mois de Mars 1722. que l'Isle neuve avoit considérablement diminué, & qu'elle étoit presque à fleur d'eau; desorte

qu'il n'y avoit pas d'apparence qu'elle subsistât encore long-temps.

On peut joindre à cela ce qui a été dit en 1707. * & 1708. sur la nouvelle Isle de Santorin. Ces changemens violents & subits arrivés de nos jours & dans des temps peu éloignés sur le Globe terrestre ne prouvent que trop la possibilité de quelques changemens plus considérables, qui auront changé la face du Globe, ou peut-être la changeront encore.

* p. 11.
* p. 23. & suiv.

V.

Le 24. Octobre au soir, M. de Malézieu étant proche de l'Eglise de Sceaux vit trois Soleils très-lumineux & très-bien terminés, placés tous trois l'un sur l'autre, précisément dans le même Cercle vertical, & se touchants exactement; en même temps l'inferieur des trois touchoit l'Horison par son bord inférieur. Il est aisé de juger que celui du milieu étoit le vrai Soleil. Ils se coucherent tous trois selon leur ordre. Le 3eme quand il resta seul étoit encore si lumineux, quoique faux, qu'on l'auroit pris pour le vrai, si l'on n'eût pas vû ce vrai se coucher auparavant. M. de Malézieu croit ce phenomene très-rare, & en effet il ne peut guère se rapporter à ceux dont nous avons parlé en 1721. * Ce jour-là le Vent étoit au Nord, & à l'heure du phenomene il faisoit un peu froid, après que la journée avoit été assez chaude. Pendant que les Soleils brilloient, tout le Village de Sceaux, & la campagne paroissoient comme en feu. Tous ceux qui étoient dans le Château de Sceaux s'apperçurent de cette grande lumiere, mais sans voir les trois Soleils.

* p. 4. & suiv.

---

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

Le Journal des Observations de M. Maraldi pour l'année 1721.

V. les M. p. 1.

# ANATOMIE.

## *SUR DES OS DEVENUS CHAIRS.*

V. les M. p. 229.

LES Volumes précédents ont rapporté plusieurs Observations, qui prouvent que les Chairs deviennent Os, c'est-à-dire en prennent la consistence. On a vû une partie de la Membrane qui envelope la Rate, & une Rate même entiere ossifiée *. On a vû pareillement ossifiées des Tuniques d'Arteres *, & dans d'autres Arteres de grands commencemens de pétrification *. Après cela il n'est plus étonnant que des Cartilages, qui sont d'une substance moyenne entre les Chairs & les Os, s'ossifient *, ni qu'il se trouve des Pierres formées en différens endroits du Corps, & même entre les Meninges du Cerveau *. Ces accidens n'arrivent guère qu'à des Vieillards, du moins à des personnes assez avancées en âge pour avoir donné le temps à des Chairs de se changer en os, & c'est ce qui rend très-singuliere l'Observation de cet Enfant né tout ossifié, pour ainsi dire, dont il a été parlé en 1716 *.

* V. l'Hist. de 1700. p. 39. 2de. Edit.
* V. l'Hist. de 1706. p. 26.
* V. l'Hist. de 1707. p. 26.
* V. l'Hist. de1706.*ibid.* & l'Hist. de 1669. p. 50.
* V. l'Hist. de 1711. p. 27.
* p. 25.

En effet tout a commencé dans le Fœtus par être d'une extrême mollesse, le Crane même n'a été qu'une Membrane; ce n'est qu'avec le temps que ce qui étoit chair destinée à devenir os arrive à son point de dureté & de fermeté, & delà il suit assez naturellement que ce qui étoit chair non destinée à devenir os ne laissera pas de le devenir par un long temps.

Mais qu'au contraire des os deviennent chairs, ou se *carnifient*, le cas doit être plus rare. Il est certain qu'aucun os n'étoit destiné à ce changement, & que si la Nature peut pousser quelquefois trop loin l'ossification des chairs, qu'elle a eûe

ſouvent en vûe, cette raiſon ceſſe à l'égard de la *carnification* des os, qui n'a jamais été de ſon deſſein. Nous avons vû cependant en 1700. un exemple d'une carnification ſi générale, qu'il n'y manquoit que les Dents. * p. 36. 2de. Edit.

M. Petit le Chirurgien y ajoûte preſentement pluſieurs exemples de carnifications particulieres. Il paroît qu'il ne doit y avoir aucun os qui n'y ſoit ſujet, ſi ce ne ſont peut-être les Dents, comme nous venons de dire. La néceſſité dont elles ſont, leur auroit-elle donné ce privilege? Il eſt à remarquer dans les obſervations de M. Petit, que ſouvent les Cartilages qui touchent les os carnifiés, ne le ſont pas, quoiqu'ils ſemblent plus propres à cette altération.

On verra comment la connoiſſance qu'avoit M. Petit de la grande poſſibilité de cette carnification, ſervit à l'éclairer & à le conduire dans une occaſion difficile. Il trouva, comme il l'avoit crû, les os de la Baſe du Crane ſi amollis qu'ils recevoient l'impreſſion des battemens du Cerveau, que l'on ſait qui ſuivent ceux des Arteres. Delà venoit dans une certaine Tumeur une pulſation très-exactement conforme à celle du Pouls, & très-difficile à expliquer pour ceux qui n'admettoient pas le dénouement qu'imaginoit M. Petit. Le Vrai a beſoin d'être commun pour être aiſément reçû.

---

## SUR LES CATARACTES DES YEUX.

POUR mieux entendre ce que nous allons dire, il ſeroit bon de ſe rappeller un peu ce qui a été dit ſur ce ſujet dans les Hiſt. de 1706 *, 1707 *, 1708 *, car nous le ſuppoſons ici. * p. 12. & ſuiv. * p. 22. & ſuiv. * p. 39. & ſuiv.

M. Morand qui a dans l'Hôtel des Invalides des occaſions fréquentes de voir des maladies des Yeux, admet des Cataractes membraneuſes ainſi que des Glaucoma, ou Cataractes glaucomatiques, ou Cataractes du Criſtallin devenu glaucomatique; ces trois expreſſions ſignifient la même choſe. Les Cataractes membraneuſes, du moins celles qu'il a

vûes, ne sont pas ce qu'on entend ordinairement par ce mot, des Pellicules qui se soient formées dans l'Humeur aqueuse, & qui ferment l'ouverture de la Prunelle; ce sont des membranes de l'Oeil naturellement transparentes, mais qui sont devenues opaques, & en effet il doit être bien plus aisé que cet accident arrive à des membranes déja existentes, qu'il ne l'est qu'il se produise des membranes nouvelles. Ce dernier cas n'est pourtant pas impossible.

Il y a dans l'Oeil deux membranes qui, selon M. Morand, peuvent perdre leur transparence, la 1^ere^ est celle qui enveloppe le Cristallin, & qu'il appelle *membrane Cristalline*, la 2^de^ est celle qui tapisse le Chaton où le Cristallin est enchassé; ce Chaton est formé par la Tunique Vitrée, & le Cristallin y est deplus assujetti par les fibres du Ligament Ciliaire qui le tiennent suspendu. Il doit être rare que l'une ou l'autre de ces membranes devienne opaque sans que le Cristallin le devienne aussi, & delà vient qu'on ne voit presque que des Cataractes glaucomatiques; car dès que le Cristallin est épaissi, on conte que c'est une Cataracte glaucomatique sans trop s'informer de l'état des membranes.

La membrane Cristalline ne tient au Cristallin que par ses bords, quoiqu'elle le couvre entierement. On sait qu'il est fait comme une Lentille; & c'est par le biseau, ou par la circonférence tranchante de la lentille, que la membrane y est attachée. Si cette membrane devient opaque, elle peut ou continuer toujours de couvrir le Cristallin, selon une observation de M. Morand, ou selon une autre de M. de la Peyronie premier Chirurgien, se séparer peu à peu du Cristallin, & devenir adherente au Cercle de l'Iris. Alors elle tient encore au Cristallin par ses rebords, & au lieu qu'elle étoit une envelope, elle devient un Chaton, où le Cristallin demeure enchassé.

Les fibres seules du Ligament Ciliaire suffiroient pour tenir encore le Cristallin assujetti quelque temps, & c'est ce qui arrive dans les Cataractes *branlantes* du Cristallin. Réciproquement quelques fibres Ciliaires peuvent se détacher sans

ſans la membrane ; M. Morand l'a vû dans une Cataracte jaune, ſur laquelle paroiſſoient très-diſtinctement deux filets noirs, qui la traverſoient en Zic-Zac.

Pour la 2$^{de}$ membrane, qui eſt celle dont eſt tapiſſé le Chaton du Criſtallin, elle peut auſſi devenir opaque, & cela eſt reconnu par M. de S. Yves, fameux Oculiſte, qui a écrit ſur cette matiere.

M. Morand a vû ſur deux Yeux auſquels il avoit fait lui-même l'opération de la Cataracte, & qu'il eut en ſa poſſeſſion un an après, que leurs deux Criſtallins abattus étoient dépouillés de leur membrane, ce qui prouve aſſez combien elle en eſt ſéparable. L'Aiguille avoit attaqué les Criſtallins de côté, entamé la Membrane, & en ſe tournant l'avoit détachée de ces bords de la Lentille auxquels elle tient. L'envelope des Criſtallins étoit demeurée vuide.

En ce cas ſi l'humeur Vitrée s'étend & va remplir cette envelope, le Criſtallin eſt preſque ſuffiſamment remplacé, & l'on verra aſſez bien après l'opération ſans le ſecours d'une Loupe ; & en effet le Soldat dont les deux Criſtallins ont fourni l'obſervation préſente, diſtinguoit bien la couleur & la groſſeur des objets.

Si par quelque cauſe que ce ſoit ce n'eſt pas l'humeur Vitrée, mais ſeulement l'Aqueuſe, qui va remplir le vuide, il ne ſe fait point dans cette humeur Aqueuſe une aſſez grande réfraction, & on a beſoin du Verre convexe. Delà M. Morand conclut qu'avoir beſoin d'une Lunette après l'opération, ou n'en avoir pas beſoin, n'eſt nullement une marque ſûre que le Criſtallin ait été abattu, ou ne l'ait pas été.

L'envelope du Criſtallin demeurée vuide, & de plus devenue caleuſe & cicatriſée par la plaie qu'elle a reçûe de l'Aiguille, peut s'unir à la membrane de l'humeur Vitrée, & par cette union devenir trop denſe & trop dure, pour permettre que l'humeur Vitrée entre dans ſa cavité, & la rempliſſe en s'y étendant. Il n'y aura que l'humeur Aqueuſe, beaucoup moins épaiſſe, qui puiſſe y pénétrer.

Dans les deux Yeux dont nous parlons, M. Morand ob-

ſerva que la Rétine avoit beaucoup plus de ſolidité & de conſiſtence que dans l'état naturel. On ſaura avec le temps ſi cet épaiſſiſſement de la Rétine eſt une circonſtance qui accompagne ordinairement la Cataracte glaucomatique, & juſque-là on ſuſpend les conſéquences.

---

## *DIVERSES OBSERVATIONS ANATOMIQUES.*

### I.

UN Homme eut d'abord une petite difficulté de reſpirer, qui augmenta toujours inſenſiblement. Vers le milieu du 3eme mois de cette indiſpoſition, l'Hypocondre droit s'éleva peu à peu, & dans le 4eme mois tout le Corps devint jaune par degrés, & la jauniſſe fut ſi univerſelle qu'elle s'étendit juſqu'aux yeux. Enfin au bout de 5. mois le Malade mourut ſans avoir eû preſque de ſiévre dans tout le cours de ſa maladie.

M. Littre qui l'ouvrit, trouva après un examen de toutes les parties, dont nous ſupprimons le détail, que la cauſe de la difficulté de reſpirer avoit été celle de la Jauniſſe; & c'eſt ce que cette obſervation a de ſingulier. Il s'étoit formé dans la Plevre une Tumeur conſidérable, cauſée d'abord ſelon toutes apparences par le ſang ou la Limphe arrêtés dans quelques Vaiſſeaux; ils en avoient étendu les tuniques, & dilaté les pores, & des goutes de Limphe s'étant échapées par ces pores agrandis, avoient commencé dans les interſtices des parties voiſines, un amas qui avoit toujours été en augmentant par de nouvelle liqueur épanchée. Ainſi avoit pris naiſſance dans la Poitrine une Tumeur, qui en groſſiſſant continuellement, avoit incommodé d'un côté le Poumon droit, & de l'autre le Foie, parce qu'elle les preſſoit fort tous les deux. Le Poumon droit réduit à la moitié de ſon extenſion naturelle, ne prenoit que la moitié de l'air qu'il eût dû prendre, la filtration de la Bile ne ſe faiſoit plus librement dans le Foie trop

comprimé ; delà la difficulté de respirer, & la Jaunisse, qui toutes deux n'augmentoient que par degrés insensibles, comme la Tumeur qui les causoit.

I I.

On croit communément sur les Côtes de France & d'Angleterre, que les Soles sont produites par une espéce d'Ecrevisses de Mer, qu'on appelle *Chevrettes*, ou *Crevettes*. Rien n'a plus l'air d'un conte populaire & absurde, & ne mériteroit mieux qu'un Physicien dédaignât de l'examiner; cependant comme on pourroit être la dupe de son dédain, M. Deslandes a voulu voir s'il n'y auroit pas du moins quelque fondement à ce conte, & il en a trouvé un assez raisonnable dans la Physique des Pêcheurs, & du peuple.

Il fit pêcher une grande quantité de Chevrettes, & les mit dans une Baille d'environ 3. pieds de diametre pleine d'eau de Mer. Au bout de 12. à 13. jours il y vit 8. ou 10. petites Soles, qui croissoient insensiblement. Il répeta l'expérience plusieurs fois; toujours de petites Soles. En voilà déja assez pour justifier le peuple. M. Deslandes mit ensuite des Soles avec des Chevrettes dans une Baille, & dans une autre des Soles seulement. Il étoit le mois d'Avril, & dans l'une & l'autre Baille les Soles frayoient en perfection, mais il ne parut de petites Soles que dans celle où il y avoit des Chevrettes.

Les Chevrettes servent donc de quelque chose à la production des Soles. M. Deslandes a observé que quand elles viennent d'être pêchées, on leur trouve entre les pieds plusieurs petites Vessies inégales en grosseur, & en grand nombre, fortement collées à leur Estomac par une liqueur gluante dont elles sont enduites. Si l'on détache ces Vessies, & qu'on les ouvre doucement, on y voit une espéce d'Embrion qui a tout l'air d'une Sole, principalement au Microscope. Voilà le mystere, ce sont des Oeufs de Soles, qui ont besoin pour éclorre de s'attacher à des Chevrettes, comme tant de Plantes & d'animaux connus, qui ne croissent & ne se nourrissent que sur d'autres Plantes & d'autres Animaux. Les Chevret-

tes ſont en quelque ſorte les Nourrices des Soles pendant leur premiere enfance, & c'eſt ce qui les a fait paſſer pour leurs Meres.

III.

La Femme d'un Marchand Boucher de Pont-à-Mouſſon en Lorraine ayant accouché à l'âge de 40 ans de deux Enfans à la fois, fut étonnée de ne point reprendre ſes Régles, & 4. ans après elle commença à ſe plaindre d'une dureté dans le bas ventre, qui devint une tumeur énorme, dont elle reſſentit beaucoup d'incommodités différentes, & très-conſidérables. Enfin après les avoir ſouffertes plus de 10. ans, elle mourut en 1722. près de 15. ans après l'accouchement qui paroiſſoit être l'époque de toute ſa maladie.

Elle fut ouverte en préſence des plus habiles Médecins & Chirurgiens de l'Univerſité de Pont-à-Mouſſon, & c'eſt par l'un d'entre eux que cette Relation a été envoyée à M. Geoffroy. Ils trouverent que la Tumeur dont cette femme avoit été ſi incommodée peſoit 15. à 16. livres. C'étoit un amas confus de chairs, tantôt dures comme du plâtre détrempé, tantôt filamenteuſes, & à demi pourries, de vaiſſeaux ſanguins tout défigurés, & roulés comme en paquets, de glandes infiltrées, tantôt blanchâtres, tantôt rougeâtres, de cavités pleines de différentes liqueurs, toujours mal conditionnées. Dans ce cahos on ne laiſſa pas de reconnoître cette groſſe maſſe pour la Matrice; le Ligament large, l'Ovaire, & la Trompe étoient encore aſſez ſenſibles du côté gauche. A l'autre, trois petits Oſſelets de la figure & de la grandeur de ceux des Cuiſſes de Grenouilles, trouvés dans un corps charnu, ne pouvoient être que les reſtes d'un Fœtus qui s'étoit formé dans la Trompe de ce côté-là. Ils devoient appartenir à un Fœtus de trois mois. Tout le reſte eſt aiſé à ſuppléer. Ce Fœtus avoit péri, & il faut croire que ce fut par quelque engorgement des Vaiſſeaux ſanguins de la Mere qui euſſent pû le nourrir plus long-temps, car cette Tumeur exceſſive ne peut avoir eu d'autre cauſe. On ſait combien le plus petit engorgement peut aller loin, s'il ſe trouve enſemble beaucoup de malheureuſes circonſtances qui le favoriſent.

Il y a toute apparence que cette femme porta trois enfans à la fois, deux dans la Matrice, & un dans une Trompe, & c'est là le plus singulier de l'observation. Après qu'elle fut accouchée des deux de la Matrice, l'engorgement qui avoit fait perir celui de la Trompe, il y avoit déja six mois, supprima à la Mere ses régles, & il fut encore 4. ans à s'augmenter assez pour causer une incommodité sensible; après quoi il passa par degrés au dernier excès.

I V.

M. Frésier Ingenieur du Roi dans l'Isle S. Domingue, a écrit à M. de Jussieu, qu'il y étoit né un Veau qui avoit des écailles au lieu de poil. Elles étoient irrégulieres tant en figure qu'en grandeur, leurs joints seulement un peu garnis de poils en quelques endroits. On prétendoit qu'il tenoit encore d'ailleurs d'un Crocodile ou Cayman, mais les écailles étoient la ressemblance la plus sûre. Quand elle auroit été beaucoup plus parfaite, elle n'eût pas dû surprendre, supposé la merveilleuse action qu'on attribue à l'imagination des Meres. Il y a des Caymans dans presque toutes les Rivieres de S. Domingue qui aboutissent à la Mer; & même dans celles qui se perdent dans des Etangs. Ces Animaux sont fort gourmands de Bœufs & de Vaches; ils les guettent aux endroits où ils vont boire, & dès qu'ils les apperçoivent ils s'élancent très-vigoureusement hors de l'eau, les saisissent par la Lévre supérieure, & les entraînent dans l'eau, ou après les avoir noyés ils les laissent mortifier pendant quelques jours, pour se les assaisonner. Une Vache pleine manquée par le Cayman, & qui aura eû grand peur, ou qui seulement aura été témoin du malheur de quelqu'autre, aura pu faire le Veau écaillé.

V.

M. Lémery a parlé d'un Religieux qu'il connoît, qui a depuis environ huit ans un vomissement periodique, reglé comme une fiévre quarte. Cinq heures, ou à peu près, avant qu'il vomisse, il a de très-grandes douleurs de Reins. Le vomissement dure 4. ou 5. heures avec des intervalles. Ce qu'il vomit est d'une couleur rouge sale, & foncée. Ce n'est pres-

que que de l'eau, mais qui ſent beaucoup l'urine, & le Malade ne doute point que ce n'en ſoit effectivement, parce qu'il mange très-peu, & boit plus que la portion ordinaire d'un Religieux. Il ne boit que du vin, ce qui s'accorde avec la couleur des vomiſſemens. Quelques heures après le vomiſſement il ſe porte bien juſqu'au ſuivant. Il fait le plus qu'il peut d'exercice & de travail, ſans quoi il dit qu'il ſouffriroit davantage. On ſait que dans les douleurs Nephrétiques, qui ſont toujours cauſées par des obſtructions dans les Reins, les Malades vomiſſent aſſez ſouvent, & que ce qu'ils vomiſſent ſent beaucoup l'Urine. Cela vient de ce que l'Urine, qui étoit déja contenue ſous la forme d'Urine dans le ſang, ou dans la Limphe, n'ayant pu être filtrée par les Reins en aſſez grande quantité, a paſſé dans les Glandes de l'Eſtomac. Apparemment le Religieux eſt dans le même cas, & la grande régularité de ſa vie, & l'égale quantité de breuvage qu'il prend tous les jours, font les retours reglés de ſes vomiſſemens.

---

CETTE année parut un Livre de M. Helvetius intitulé, *Idée générale de l'Oeconomie Animale, & Obſervations ſur la Petite Verole.*

L'Auteur ayant raſſemblé, d'abord pour ſon ſeul uſage particulier, quantité d'Obſervations ſur la petite Verole que ſon expérience lui avoit fournies, crût enſuite qu'il ſeroit utile de les donner au Public, ne fût-ce que pour confirmer une pratique nouvelle qui s'eſt établie dans le traitement de cette Maladie, & qui n'a peut-être pas encore vaincu tous les préjugés contraires. Ces Obſervations, & les raiſonnemens que l'on en tire, n'euſſent pas été entendus s'ils n'euſſent été précedés d'une connoiſſance générale du Corps humain, conſideré par rapport aux maladies dont il peut être attaqué; & cette même connoiſſance ſervira de Préliminaire à des Obſervations ſur d'autres ſujets, que M. Helvetius laiſſe eſperer au Public.

Le Sang eſt le fluide général où roulent confuſément tou-

tes les différentes liqueurs destinées à différentes fonctions dans le Corps humain. Leur différence de nature est telle qu'elles sont perpétuellement en fermentation, & delà vient la chaleur perpétuelle de toutes les parties. Dans le sang se distinguent principalement deux liqueurs héterogenes, les globules rouges, & la Limphe blanche & filamenteuse. M. Helvetius croit que c'est la Limphe où sont contenues toutes les différentes liqueurs qui ensuite se séparent, & que les globules ne servent qu'à entretenir la fermentation. Il conjecture qu'ils sont formés d'une Huile, & d'un sel Nitreux.

Lorsque les Arteres en se ramifiant toujours sont devenues Capillaires, il naît de ces petits rameaux des Vaisseaux Lymphatiques, c'est-à-dire que la Lymphe mêlée auparavant avec la partie rouge du Sang, la quitte pour entrer seule dans ces Vaisseaux, de quelque maniere que se fasse cette séparation, ce qu'on tâchera d'expliquer dans la suite. Les Veines, tant qu'elles sont Capillaires, ont aussi des Vaisseaux Lymphatiques; & M. Helvetius croit qu'il y a Arteres & Veines Lymphatiques, que les unes prennent la Lymphe dans le sang & la portent vers les extrémités; que les autres reprennent la Lymphe superflue, celle qui n'a été employée à aucun de ses différents usages, & la reportent dans le sang.

Les Arteres sanguines ont un ressort assez vif, & très-manifeste; le sang forcé à y entrer par l'impulsion du Cœur les dilate, mais aussitôt elles se resserrent par leur ressort naturel, & parlà poussent encore le sang en avant; de plus elles le battent, le brisent, l'attenuent. Les Veines, & les Vaisseaux Lympathiques n'ont point ce ressort, & les liqueurs qu'ils contiennent ne sont battues que par le mouvement des Arteres voisines.

Les Vaisseaux sanguins, & les Lymphatiques se distribuent par tout le Corps en nombre infini, ou plutôt le Corps entier n'est presque que l'assemblage prodigieux de ces Vaisseaux. M. Helvetius remarque que les injections les plus fines & les plus surprenantes peuvent être trompeuses en ce qu'elles donnent tous les Vaisseaux pour sanguins. Cepen-

dant il eſt bien ſûr qu'il y a des Lymphatiques par-tout, puiſque la Lymphe ſeule eſt capable de nourrir les parties, & par cette même raiſon il y a des Lymphatiques ſans nombre dans la plus petite partie.

Les Glandes filtrent les liqueurs qu'elles prennent dans la Lymphe, l'Urine, la Bile, le ſuc Pancréatique, &c. Mais comment les filtrent-elles ?

On ne peut ſe contenter d'une certaine conformité de groſſeur & de figure entre la partie de la liqueur qui doit paſſer, & l'ouverture du vaiſſeau qui la doit recevoir. Il paſſeroit trop de parties héterogenes à celle qui doit paſſer, pourvû ſeulement qu'elles ne fuſſent pas plus groſſes, & à ce degré de petiteſſe & au-deſſous nulle figure ne ſeroit un obſtacle.

Il ne paroît pas non plus vraiſemblable que différentes liqueurs prennent dans les Glandes, où l'on ſuppoſera un levain particulier, le différent caractere qui les ſpécifie. Un Chien à qui on a lié les deux Arteres Emulgentes, & dans les Reins duquel par conſéquent il ne ſe fait plus de filtration d'Urine, vomit, & ce qu'il vomit, a une forte odeur d'Urine, d'où il ſuit qu'il y avoit dans le ſang des parties urineuſes toutes formées, indépendamment du prétendu levain qui les auroit rendues urineuſes dans les Reins. Cela ſe
*p. 21. & 22. rapporte à ce qui a été dit ci-deſſus *. De même ſi le Foie eſt obſtrué & ſquirreux, la Bile qui n'y a point paſſé, & qui ſe répand dans toute l'habitude du Corps, ne laiſſe pas d'être une véritable Bile.

M. Helvetius adopte donc un troiſiéme ſentiment qui
*p. 25. ayant été inſinué en 1705 *. a été expliqué plus au long
*p. 19. & ſuiv. d'après M. Vinſlou en 1711 *. & 1712 *. C'eſt celui qui
*p. 27. & ſuiv. ſuppoſe que les Vaiſſeaux ſecrétoires ont été originairement, & dès la premiere formation de l'Embrion, abreuvés de la liqueur qu'ils doivent ſéparer. Il y ajoûte que comme tous les Vaiſſeaux Lymphatiques partent des Sanguins, ainſi tous les Secrétoires partent des Lymphatiques. Selon cette idée les Lymphatiques originairement imbibés de Lymphe ſeront les premiers Secrétoires, ou des Secrétoires généraux qui prendront

prendront dans le ſang cette liqueur compoſée de toutes les autres à l'exception des globules rouges, & des Secrétoires particuliers prendront dans la Lymphe, les uns l'Urine, les autres la Bile, &c.

Quand le ſang a paſſé par toutes les circonvolutions que font les Arteres capillaires dans une Glande, il a déja beaucoup perdu de ſa viteſſe dans ce labyrinthe tortueux; la Lymphe entre delà dans un Vaiſſeau Lymphatique, qui n'a de lui-même aucun reſſort, aucun mouvement; elle arrive donc à l'ouverture du Vaiſſeau Secrétoire avec une lenteur qui aide au Secrétoire à faire mieux ſa fonction, car une plus grande viteſſe pourroit y cauſer l'irruption de quelques parties héterogenes.

Tout cela ſuppoſé, on peut prendre une idée aſſez juſte des Maladies.

Si par de mauvaiſes digeſtions il ſe répand dans tous les vaiſſeaux un Chyle cru, groſſier, aigre, enfin d'un caractere différent de celui qu'il faudroit; il doit d'abord, parce qu'il eſt trop héterogene au ſang, & qu'il y entre comme en maſſe, en rallentir le mouvement doux & reglé de fermentation, & enſuite quand il s'eſt un peu plus mêlé avec le ſang, augmenter ce même mouvement à meſure qu'il ſe dévelope, & que ſes parties plus diviſées, plus attenuées, rencontrent plus de parties du ſang auſquelles elles ſont encore héterogenes. Voilà le friſſon, & le chaud de la fiévre. Elle ceſſe quand ce mauvais Chyle, à force de circuler & de fermenter, a été enfin dompté par le ſang, qui ſe l'eſt rendu homogene.

Ce mauvais Chyle étoit dans tous les Vaiſſeaux, tant Sanguins, que Lymphatiques; mais parce que les Lymphatiques ont moins de mouvement & agitent moins leurs liqueurs que les Sanguins, ou du moins que les Arteres, il eſt poſſible que ce Chyle fût comme en repos dans les Lymphatiques en comparaiſon de l'agitation où il étoit dans les Sanguins, que par conſéquent il ſe ſoit moins dévelopé dans les Lymphatiques, & qu'il ait beſoin pour cela d'un certain temps, au bout duquel il coulera dans les Sanguins, & y excitera de nouveau

le mouvement de la fiévre. Ce ſont là les fiévres intermittentes ; les Vaiſſeaux Lymphatiques en tiennent la matiere comme en reſerve. Que s'ils participent aſſez au mouvement général, pour pouvoir fournir cette matiere ſans interruption aux Vaiſſeaux Sanguins, la fiévre eſt continue. Il eſt aiſé de concevoir par-là ce que c'eſt que la continue avec des redoublemens.

Il arrive ſouvent des inflammations dans les fiévres, c'eſt-à-dire qu'au milieu de cette fermentation impetueuſe & dereglée il s'amaſſe du ſang en trop grande quantité dans quelque partie. S'il y ſéjourne trop long-temps, il s'y corrompt, cauſe des Abſcès, & quelquefois la Gangréne. Le ſiége de l'inflammation donne le nom à des Maladies différentes, ſi elle eſt dans le Plevre, c'eſt une *Pleureſie*, dans les Glandes du Poumon, c'eſt une *Preipneumonie*, &c.

M. Helvetius croit que les inflammations viennent de ce que le ſang eſt entré dans les Vaiſſeaux Lymphatiques, ſoit parce que ſa grande agitation lui a donné la force d'y penetrer, ſoit parce que ces Vaiſſeaux ont été dilatés par une Lymphe épaiſſie. Ce qui l'a conduit à cette idée, a été l'obſervation des *rougeurs de l'Oeil*, qui ſont de petites inflammations. Alors le ſang eſt entré dans les Vaiſſeaux Lymphatiques de la *Conjonctive*, qui ne devoient contenir qu'une liqueur claire & ſans couleur.

Si les filtrations ne ſe font pas comme elles doivent dans quelques-unes de ce nombre infini de différentes Glandes de toutes grandeurs qui compoſent une grande partie de la maſſe du Corps humain, ſi ces Glandes, ſur-tout celles qui ſont deſtinées à ſéparer les principales liqueurs, ſont engorgées de ces mêmes liqueurs qui n'auront pû ſe débarraſſer de tant de replis tortueux qu'elles avoient à parcourir, ce qu'on croiroit devoir arriver à tout moment, alors l'humeur qui devoit paſſer s'arrête, ou reflue dans le ſang & dans la Lymphe ; & comme elle y eſt en plus grande quantité qu'il ne falloit, elle change la doſe neceſſaire du mêlange total, elle corrompt le caractere des autres liqueurs, les rend elles-

mêmes moins propres à ſe filtrer dans leurs couloirs particuliers, & devient la cauſe d'obſtructions nouvelles. La fermentation naturelle du ſang alterée, mais avec peu de violence, produit une fiévre lente.

Comme les effets d'un engorgement de Glande peuvent ſubſiſter long-temps ſans cauſer un déſordre total, & que d'ailleurs tout engorgement dans des parties d'une ſtructure ſi délicate & ſi embarraſſée doit être difficile à vaincre, ce ſont là les cauſes des maladies *Chroniques* ou longues; les fiévres ordinaires, ſur-tout accompagnées d'inflammation, ſont des maladies *Aiguës*, qui ſe terminent en un temps beaucoup plus court, ſoit par le rétabliſſement de la ſanté, ſoit par la mort. M. Helvetius traite ſéparément de ces deux eſpéces de maladies, & des curations qui leur conviennent.

A l'égard des Aiguës, il fait voir que les mauvais levains contenus dans le ſang paſſent aiſément dans les premieres voies, c'eſt-à-dire dans l'Eſtomac, & dans les Inteſtins; on l'a déja vû par l'exemple de l'Urine ou de la Bile arrêtée. Il faut donc attaquer ces humeurs dans les premieres voies, & c'eſt ce qu'on fait par les Purgatifs & les Vomitifs. Nous ne nous arrêtons point ſur leur maniere d'agir qui eſt aſſez connue.

Le principal uſage de la Saignée eſt de prévenir les inflammations, ou d'en arrêter le progrès, après quoi elles ſe diſſipent ſouvent d'elles-mêmes, ou de les diſſiper immediatement. On ôte au ſang qui entreroit dans les Vaiſſeaux Lymphatiques, non pas préciſément la force de ſa raréfaction extraordinaire, mais celle de ſa quantité. Si l'inflammation eſt formée, un moyen naturel d'en empêcher le progrès ſera de détourner le ſang de la partie où eſt l'inflammation. Or une Saignée cauſe à l'endroit où elle eſt faite une eſpece de vuide que le reſte du ſang tend à remplir: il eſt déterminé à couler en plus grande abondance du côté où ſe fait l'épanchement; & en effet il ſortiroit entierement par-là ſi on lui en laiſſoit le temps. D'autre part l'Aorte en ſortant du Cœur ſe diviſe en Superieure & Inferieure, & par conſequent une

Saignée du pied qui détermine le Sang à couler plus abondamment dans l'Aorte Inferieure, le détourne en partie de la Superieure, & de la region de la Tête. De même une Saignée du Bras le détourne des regions inferieures. On appelle ces Saignées *revulsives*, & c'est le siége de l'inflammation qui regle l'endroit où il les faut faire.

Il est possible que de nouveau sang se portant en grande abondance dans une partie enflâmée, entraîne avec lui celui qui y séjournoit, & la dégage. Ce seroit là l'effet d'une Saigné *dérivative* contraire à la revulsive, & qu'on feroit à la gorge, par exemple, pour une inflammation du Cerveau. Elle dissiperoit immediatement l'inflammation; mais il est moins permis d'attendre un bon succès de cette Saignée que de l'autre, & au contraire elle est à craindre si elle n'est placée avec beaucoup de circonspection.

Les Saignées que l'on ne fait point par rapport à des inflammations, mais seulement pour desemplir des Vaisseaux trop tendus, pour mettre les Arteres en état de reprendre leur ressort, pour rendre de la molesse & de la souplesse aux parties, ne sont proprement ni dérivatives, ni revulsives. Il en faut ménager le nombre & la quantité, parce que les Arteres ne sont mises en ressort que par le volume de la liqueur qui les étend; que ce volume trop diminué ne les étend plus assez, & ne fait plus jouer son ressort, ce qui leur cause de l'inaction, de l'affaissement, & une langueur generale à tout le Corps.

Il reste les Maladies Chroniques causées par une obstruction de quelque grosse Glande, telle que le Foie, ou des Glandes de quelque grande partie, comme le Poumon. Elles seront plus ou moins dangereuses, ou difficiles à traiter selon la partie attaquée; par exemple il y aura toujours plus de péril au Poumon qu'au Foie; selon que l'obstruction sera plus ou moins inveterée; selon le caractere de l'humeur qui aura formé l'obstruction, ou celui qu'elle y aura pris. Après les remedes generaux, c'est-à-dire ceux des Maladies aiguës, qui consistent à desemplir les Vaisseaux par quelques Saignées,

à dégager les premieres voies par des Purgatifs ou des Vomitifs, il faut venir aux remedes particuliers des Maladies Chroniques; ce sont les Délayans qui attenuent & incisent les humeurs grossieres ou épaissies, & les Aperitifs, tels que le Mars ou la Limaille de fer, qui débouchent, apparemment en dilatant les Vaisseaux. On sait par le systême de la filtration des Glandes, que l'eau s'unit plus aisément à l'eau, l'huile à l'huile, &c. qu'à une autre liqueur héterogene; & delà vient qu'il faut apporter un choix dans les Délayans, qui pour inciser les humeurs engorgées, doivent s'y unir. M. Helvetius desaprouve absolument en ces maladies toute Saignée dérivative, il est aisé d'en voir la raison; le mouvement du sang qui se porteroit dans la partie attaquée ne seroit pas assez fort, & l'obstruction, formée ordinairement assez long-temps avant que d'être connue, est devenue trop rebelle; on ne feroit que l'augmenter.

Après cette *Idée générale de l'Oeconomie Animale*, M. Helvetius vient aux Petites-Veroles. Entre toutes les Maladies Aiguës c'est une de celles qui varient le plus dans leurs symptomes, qui varient le plus proprement, & avec le plus de peril, où tous les momens sont les plus importans, où l'attention du Medecin doit être la plus assidue & la plus éclairée, où ses moindres fautes tireroient le plus à consequence. Cela même nous oblige à renvoyer entierement au Livre de M. Helvetius un détail très-instructif, mais infini, & qui cesseroit absolument d'être instructif, s'il étoit abregé. Peut-être même seroit-il tout-à-fait impossible de le réduire, tant l'Auteur a été précis & méthodique, tant il a sû épargner toute superfluité de discours, sans en être cependant moins clair & moins intelligible. Nous ne détacherons de tout son Traité qu'un seul point; mais en un mot, c'est ce qui regarde la Saignée du pied, paradoxe de Medecine qui a paru si étrange, & le paroît peut-être encore malgré l'expérience.

Ce qu'il y a de plus à craindre dans l'excessive fermentation où la petite-verole met le sang, c'est une inflammation du Cerveau, & elle est dans toutes les maladies la plus re-

doutable de toutes les inflammations. Dès que les Vaiſſeaux du Cerveau ſont trop pleins, trop tendus, le mouvement de la ſubſtance du Cerveau, neceſſaire pour la filtration & la génération des Eſprits, n'eſt plus aſſez libre, & il peut être gêné à tel point qu'il ne ſe forme plus aſſez d'Eſprits pour entretenir le mouvement du Cœur, & la vie. Les Vaiſſeaux du Cerveau une fois engorgés ſont d'autant plus difficiles à déboucher, qu'ils ne ſont point appuyés ni ſoutenus par des parties ſolides, & qu'ils ſont en quelque ſorte lâches & flotans. Enfin ils ſont foibles, & s'ils viennent à crever, le moindre épanchement dans la ſubſtance du Cerveau eſt preſque toujours mortel. Tout cela fait aſſez l'apologie de la Saignée revulſive du pied; il peut ſeulement paroître étonnant qu'elle en ait beſoin.

---

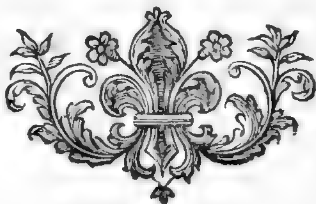
NOus renvoyons entierement aux Mémoires

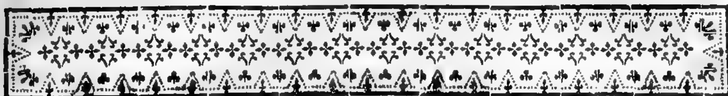
V. les M. p. 117.
L'Ecrit de M. Petit le Chirurgien ſur une Luxation de la Cuiſſe.

V. les M. p. 51.
L'Ecrit du même ſur une rupture du Tendon d'Achille.

V. les M. p. 320.
Diverſes Obſervations de M. Vinſlou.

V. les M. p. 158.
Les Obſervations de M. Morand ſur des Hidatides.





# CHYMIE.

## SUR LES VEGETATIONS CHYMIQUES.

LORS que les parties métalliques, ou salines dissoutes dans une liqueur, viennent à se rencontrer & à se réunir, soit parce que les parties aqueuses de la liqueur s'évaporent, & les abandonnent, soit parce que le simple mouvement de liquidité, à force de les faire rencontrer, en réunit à la fin un assez grand nombre; c'est là une Cristallisation, ou simple concrétion. Mais si de plus cette Cristallisation se forme en s'élevant avec quelque apparence de figure reguliere, soit dans la liqueur même, soit le long des bords du Vase, & audessus de la liqueur, alors cela s'appelle une *Vegétation*, non seulement à cause de cette élevation, qui a quelque air d'une vegétation de Plantes, mais à cause de la figure, qui le plus souvent tire sur celle de l'Arbre, de l'Arbrisseau, du Buisson, &c. & quand même la figure represente quelque chose de fort différent, comme un amas de Rochers, c'est encore une Vegétation: il suffit qu'il y ait quelque figure reconnoissable; ce ne seroit que dans le cas où il n'y en auroit point, & où tout ne seroit qu'un amas trop confus, qu'on l'appelleroit simplement une *Croûte*. V. les M. p. 95. & 331.

Dans les Mémoires que l'Académie publia en 1692. il y en a un de feu M. Homberg * sur *l'Arbre de Diane*, la plus fameuse des vegétations métalliques, qui lui avoit donné occasion de faire de nouvelles découvertes sur cette matiere. Depuis en 1706 * & 1707 *. nous avons parlé de l'Arbre de Mars de M. Lémery, aussi curieux que celui de Diane, & tout différent. * p. 145. & suiv. * p. 29. * p. 32. & suiv.

Ensuite M. Homberg donna une Théorie generale des

* V. les M. de 1710. p. 426. & suiv.

Vegétations artificielles ou Chymiques *. Il les divisa en 3. espéces, celles où il n'entre rien que de métallique, celles qui se font par des métaux dissous, celles qui ne contiennent rien de métallique, mais simplement des matieres salines, terreuses, & huileuses. Dans la définition que nous avons donnée d'abord des Vegétations Chymiques, la 1ere espéce n'y est pas comprise, parce qu'elle pourroit bien n'être venue qu'après les deux autres, qui sont plus connues, mais elle se réduit aux mêmes principes; c'est un mélange de métaux qui fait l'effet d'une dissolution.

Maintenant M. Petit le Medecin a entrepris un examen particulier de ces Vegétations, sur-tout de celles de la 3eme espéce.

Toutes en general reviennent à ceci. Dans une Dissolution de sel, les parties aqueuses s'évaporent, tandis que les salines, ou ne s'évaporent pas, ou s'évaporent en moindre quantité. Comme dans un Vase, qui n'est pas plein, la pression de l'Air éleve un peu la liqueur le long des parois intérieurs du Vase, & tout à l'entour, les parties salines abandonnées par les aqueuses s'attachent à ces parois, & s'y attachent plus ou moins, selon la différente matiere du Vase. Elles forment un premier enduit, fort peu élevé, & fort peu épais.

Il pourra s'épaissir dans la suite, parce qu'il tient lieu d'une nouvelle surface du Vase, à laquelle par la même raison s'attacheront de nouvelles parties de la liqueur; mais il ne s'élevera pas s'il n'y a quelque chose de plus. Il faut que les molécules dont il est composé, s'arrangent entr'elles de façon à laisser des interstices déliés, qui fassent l'effet de Tuyaux capillaires, par où la liqueur montera au-dessus de son niveau, moyennant quoi le premier enduit de la surface interieure du Vase augmentera toujours, & en hauteur, & en épaisseur. C'est là la Vegétation, qui, comme il est aisé de le voir, peut prendre une infinité de figures différentes.

Non seulement elle s'éleve jusqu'au haut du Vase; mais quand elle y est parvenue, les Tuyaux capillaires qui s'allongent

gent encore se recourbent en dehors, pompent du dedans du Vase une nouvelle liqueur, & la Végetation plus étendue va le tapisser de l'autre côté, du moins en partie. Quelquefois quand il ne reste plus dans le Vase qu'une liqueur assez claire, & peu propre à des concrétions, elle passe du dedans en dehors par la Végetation, qui fait l'office du Siphon recourbé.

Il est aisé de voir quel assemblage de circonstances est nécessaire pour le succès de cette opération. Il faut des matiéres telles que l'évaporation sépare à propos & dans un instant presque indivisible, les parties propres à se cristalliser d'avec celles qui ne le sont pas. Il faut pour cela un degré de mouvement juste : il faut entre les matieres qui se cristallisent & les parois du Vase, une certaine convenance qui aide à l'élevation & à l'adhérence des Cristaux : il faut que leurs figures élementaires ou primordiales soient telles qu'il se forme dans leur tissu des espéces de Tuyaux capillaires : il faut qu'il résulte de leur amas quelque figure totale de Végetation.

Les Sels que M. Petit a principalement employés sont le Salpêtre rafiné, ou de la 3me Cuite, le Cristal Mineral, le Sel Armoniac, le Sel Marin, le Sel de *Duobus*, ou un Sel tiré de la Tête morte de l'Eau forte faite de Salpêtre & de Vitriol, &c. Les Dissolvants ont été l'eau commune, le Vin Blanc, le Vin Rouge, l'Eau de Chaux, les différents Esprits, quelquefois mêlés avec l'Huile de Tartre par défaillance.

Assez souvent les différents Gobelets, de Grés, de Fayence, de Verre, même quelquefois des Gobelets de différent verre, causent de la différence dans les effets, soit pour la facilité & la promptitude dont se forme la Végetation, soit pour sa figure.

Le temps sec, le temps chaud, le Soleil, sont plus favorables à l'opération que l'humide, le froid, & l'ombre.

Quelquefois certaines matiéres sont contraires aux Végetations qu'on attendoit de certaines dissolutions. Ainsi la moindre particule de fer empêche ordinairement qu'il ne se

forme de Végetation du Salpêtre raffiné. Il ne faut ſeulement pas remuer avec une Spatule de fer, ou avec un Coûteau, ce Salpêtre diſſout, & prêt à végeter. Pour peu qu'il y ait de métal mêlé dans une diſſolution de Sel Armoniac, quelle qu'elle ſoit, il ne ſe produira rien.

La plus prompte Végetation ne ſe fait guère qu'en deux jours.

Une des plus promptes, & en même-temps des plus agréables, eſt celle du Sel *de Duobus* diſſout par l'eau commune, ſur-tout ſi elle ſe fait dans un Verre.

Le Sel Armoniac diſſout dans le Vin de Bourgogne ou de Champagne fait une Végetation en Grappes de Raiſin. C'eſt dommage que cela n'arrive pas infailliblement, & même arrive quand on met de l'eau commune au lieu de Vin; ce ſeroit bien la fameuſe & chimérique *Palingenéſie*, ou reproduction vantée par quelques Chymiſtes.

L'Alun & le Vitriol ne végetent dans aucune des liqueurs où M. Petit les a diſſouts, & il n'a trouvé pour le Sel Marin que l'Eſprit de Vitriol.

On ſent aſſez, & on le ſentiroit encore davantage par un plus grand détail de faits que nous ſupprimons, qu'il doit entrer dans tout cela une combinaiſon infinie, un jeu infiniment varié de figures & de mouvemens. M. Petit eſſaye d'en donner quelque idée, en ſe fondant ſur quelques figures de Sels les plus connues, ou les plus communément admiſes; par exemple, on conçoit aiſément que parce que le Sel marin ſe criſtalliſe en cubes, il ſeroit difficile que ces petits cubes laiſſaſſent entr'eux les interſtices ou eſpéces de Tuyaux Capillaires abſolument néceſſaires pour la Végetation; mais après que l'on a conçu aſſez nettement un petit nombre de ces ſortes de particularités, on eſt encore obligé d'en laiſſer un nombre infiniment plus grand dans une vaſte poſſibilité, où l'on ne fait qu'entrevoir les objets.

La cauſe qui fait monter la liqueur, ou pour former la Végetation, ou pour paſſer au travers & le long d'une Végetation déja formée, a fourni à M. Petit un aſſez grand ſujet de

recherches & d'expériences. Il a voulu s'assurer si cette cause étoit effectivement la pression de l'Air, ou plûtôt l'inégalité de sa pression, selon que la plupart des Physiciens le conçoivent.

Il a mis dans le Vuide un Gobelet plein d'une dissolution de son Sel *de Duobus*, qui naturellement végete avec vitesse. Elle n'y a point végeté, & cela semble prouver d'abord la nécessité de la pression de l'Air. Mais la même dissolution à l'air libre, couverte seulement d'un Récipient ou Cloche de verre, ne végeta pas non plus; & comme elle n'étoit presque pas diminuée de poids, au lieu que si elle n'eût pas été couverte, & qu'elle eût végeté, elle en auroit diminué très-considérablement, M. Petit vit sans peine que ce n'étoit pas la pression de l'Air, mais l'évaporation causée par l'Air, que la Végetation demandoit indispensablement. En effet nous avons vû que tout dépend de l'évaporation, & même faite à propos.

Voici des faits encore bien plus forts contre la pression de l'Air. Il y a des Végetations qui étant formées sont des filtres, le long desquels monte la liqueur restée ou mise de nouveau dans le Gobelet, & se répand au dehors. Une Végetation de cette espéce mise dans le Vuide y fit le même jeu, &, ce qui est remarquable, jetta sa liqueur hors du Gobelet en aussi peu de temps qu'elle faisoit à l'air.

Comme ces Végetations doivent ressembler par leur tissu & par la petitesse de leurs pores à des morceaux d'étoffes, M. Petit jugea que des filtres d'étoffes feroient le même effet dans le Vuide, & qu'ils feroient passer de l'eau du dedans d'un Vase au dehors, ou d'un Vase dans un autre: & cela arriva en effet, pourvu que l'on observât les régles ordinaires du Siphon. M. Boyle avoit déja reconnu que le Siphon devoit jouer dans le Vuide, & que l'élevation des liqueurs dans les Tuyaux capillaires y subsiste.

Tous ces phénomenes qui peuvent paroître si surprenans, si paradoxes, si contraires au Sistême établi de la pesanteur de l'Air, ont été expliqués d'avance dans l'Hist. de 1705 *, * p. 21. & suiv.

& M. Petit en adopte entierement cette explication. Nous n'y ajouterons que deux mots pour un plus grand éclairciſſement.

Indépendamment de l'Air, qui certainement péſe ſur une liqueur, ſi l'on y plonge un Tuyau d'un aſſez petit diametre, la liqueur y montera jusqu'à une certaine hauteur, parce que la colomne de liqueur qui répond à l'ouverture du Tuyau, étant en partie appuyée par les parois intérieurs du Tuyau, & d'autant plus appuyée qu'il eſt d'un moindre diametre, péſe moins ſur le fond du Vaſe que toutes les autres colomnes dont elle eſt environnée, & par conſéquent eſt pouſſée en enhaut par elles, & élevée. Cela doit donc avoir lieu dans le Vuide.

De plus, dans le Vuide l'Air que la liqueur contient étant ſoulagé du poids de l'Air extérieur qui le preſſoit, s'étend, ſe rarefie, monte au haut de la liqueur, & la fait monter avec lui au-deſſus de ſon niveau, ſelon qu'il eſt plus engagé avec elle, qu'il a plus de force pour la ſoulever, qu'elle eſt elle-même plus appuyée par un Tuyau, ou par un filtre, & qu'elle a plus de facilité à s'y accrocher. Voilà un ſecond principe d'élevation de la liqueur, tout contraire à celui de la preſſion. L'Air agit non en preſſant, mais en ſoulevant, non de haut en bas, mais de bas en haut.

Le ſecond principe quelquefois favorable au jeu du Siphon dans le Vuide, y eſt quelquefois contraire. Les bulles d'air raréfiées arrêtent l'écoulement de la liqueur, quand elles interrompent entiérement la continuité de ſes petits filets, & les coupent. Mais M. Petit a inventé une Machine, au moyen de laquelle les bulles d'air qui ſe forment dans le Vuide y font toujours couler le Siphon.

Tout cela ceſſeroit ſi on pouvoit employer aux expériences du Vuide de l'eau bien purgée d'air : mais M. Petit ne le juge guère poſſible. Qu'on faſſe bouillir l'eau tant qu'on voudra, qu'on la faſſe paſſer & repaſſer dans le Vuide à tant de repriſes différentes qu'on voudra, & ce ſont là les deux ſeuls moyens que l'on ait pour la purger d'air, elle en retiendra toujours, & on le verra toujours faire effervеſcence ou jetter des bulles dans le vuide.

Nous ne devons pas dissimuler ici que sur le fait des liqueurs qui contiennent plus ou moins d'air les unes que les autres, M. Petit est entiérement opposé à feu M. Homberg. Quand nous avons expliqué en 1714. d'après M. Homberg que les petits Siphons s'arrêtent dans le Vuide, à cause des grosses bulles d'air qui se forment dans l'eau, nous avons dit, selon son sentiment, que les Siphons ne s'arrêtoient point s'il y couloit des liqueurs grasses, comme l'Huile ou le Lait, ce qui marque qu'elles contiennent moins d'air, ou de l'air plus engagé. M. Petit trouve le contraire par ses expériences; ses Siphons s'arrêtent, ses liqueurs grasses lui donnent beaucoup d'air. Il n'en faut pas être surpris, il y a en Physique quantité de sujets pareils susceptibles d'expériences contraires, & qui pour être sûrement décidés, demanderoient plus de travail qu'ils ne paroissent quelquefois en mériter.

---

## *SUR LES SUPERCHERIES*

### *DE LA PIERRE PHILOSOPHALE.*

SI la passion des richesses n'étoit pas en nous aussi puissante, & par conséquent aussi aveugle qu'elle est, il seroit inconcevable qu'un homme qui prétend avoir le secret de faire de l'or, pût tirer de l'argent d'un autre pour lui communiquer son secret. Quel besoin d'argent peut avoir cet heureux Mortel? Cependant c'est un panneau où l'on donne tous les jours : & M. Geoffroy découvre les principaux tours de passe-passe que pratiquent les prétendus Adeptes, Enfans de l'Art, Philosophes Hermétiques, Cosmopolites, Rosecroix, &c. Gens qu'un langage mystérieux, une conduite fanatique, des promesses exorbitantes devroient rendre fort suspects, & ne font que rendre plus importans. Nous ne repeterons point ce qu'a dit M. Geoffroy sur leurs différentes supercheries, nous y ajouterons seulement un mot sur le fond de la chose; il est presque insensé de les écouter, du moins dans l'espérance de quelque profit.

V. les M. p. 61.

Il pourroit bien être impossible à l'Art de faire de l'Or, c'est-à-dire, d'en faire avec des matiéres qui ne soient pas or, comme il s'en fait dans le sein de la Terre. L'Art n'a jamais fait un grain d'aucun des Métaux imparfaits, qui selon les Alchymistes sont de l'or que la Nature a manqué; il n'a seulement jamais fait un Caillou. Selon toutes les apparences la Nature se reserve toutes les productions. Cependant on ne démontre pas qu'il soit impossible de faire de l'or, mais on ne démontrera pas non plus qu'il soit impossible qu'un homme ne meure pas. Les impossibilités, horsmis les Géometriques, ne se démontrent guère: mais une extrême *difficulté*, prouvée d'une certaine façon par l'expérience, doit être traitée comme une impossibilité, sinon dans la Théorie, au moins dans la Pratique.

Les Alchymistes prétendent dissoudre l'Or *radicalement*, ou en ses principes, & en tirer quelque matiére, un souffre, par exemple, qui mêlé avec quelque autre Mineral, comme du Mercure ou de l'Argent, le change en Or, ce qui en multiplieroit la quantité.

Mais on n'a jamais dissout radicalement aucun Metal parfait ou imparfait. On les altére, on les déguise, quelquefois à tel point qu'ils ne sont plus reconnoissables, mais on sçait aussi les moyens de les *revivifier*, de les faire reparoître sous leur premiere forme. Leurs premiers principes n'étoient pas désunis.

Il est vrai que selon ce que nous avons dit nous-mêmes dans les Histoires de 1702. * & 1709. * il s'est fait par le Miroir ardent des dissolutions radicales que le feu ordinaire des fourneaux n'auroit pas faites. Mais un Alchymiste n'en seroit pas plus avancé; car au feu du Soleil ou le Mercure, ou le Souffre des Métaux, qui seroient les principes les plus actifs & les plus prétieux, s'envolent, & le reste demeure vitrifié, & inhabile à toute opération.

* p. 34. & suiv. 2de Edit.
* p. 36. & suiv.

Quand même on auroit un Souffre d'Or bien séparé, & qu'on l'appliquât à de l'Argent, par ex. il ne feroit que changer en Or une masse d'Argent égale à celle d'Or, d'où il au-

roit été tiré. Je suppose qu'il lui auroit donné le poids, & toutes les autres qualités nécessaires; mais malgré tout cela il valoit autant laisser ce Souffre où il étoit originairement: on n'a rien gagné, si ce n'est une expérience très-curieuse, & certainement on a fait des frais.

J'avoue que les Alchymistes entendent que ce souffre agiroit à la maniére, ou d'une semence qui végete & devient une Plante, ou d'un feu qui se multiplie dès qu'il est dans une matiére combustible: & c'est à cela que reviennent les Contes de la Poudre de Projection, dont quelques atomes ont produit de grosses masses d'Or; mais quelle Physique pourroit s'accommoder de ces sortes d'idées?

J'avoue aussi que si de quelque matiére qui ne fût point Or, comme de la Rosée, de la Manne, du Miel, &c. on pouvoit, ainsi qu'ils le disent, tirer quelque portion de l'*Esprit universel*, propre à changer de l'Argent ou du Cuivre en Or, il pourroit y avoir dû profit; mais quelles propositions! quelles espérances!

Une chose qui donne encore beaucoup de crédit à la Pierre philosophale, c'est qu'elle est un Reméde universel. Ceux qui la cherchent, comment le sçavent-ils? Ceux qui la possédent, que ne guérissent-ils tout, &, s'ils veulent, sans découvrir leur secret? ils auront plus d'or que tous leurs fourneaux n'en pourroient faire. Quand on recherchera ce qui a fait donner à l'Or des vertus physiques si merveilleuses, j'ai bien peur qu'on ne trouve que ce sont ses vertus arbitraires & conventionnelles, dont nous avons été extrêmement touchés.

---

CETTE année parut un Livre de M. de Reaumur, intitulé, *L'Art de convertir le fer forgé en Acier, & l'Art d'adoucir le fer fondu, ou de faire des Ouvrages de fer fondu aussi finis que de fer forgé.* Il est partagé en différens Mémoires, parce qu'effectivement il avoit été lû à l'Académie

ſous cette forme, à pluſieurs repriſes, pendant le cours des trois dernieres années.

Le Fer eſt le plus utile de tous les Metaux, & les Amériquains que nous avons tant trompés en leur donnant peu de fer pour beaucoup d'or, avoient raiſon de croire en même-témps nous tromper, & étoient réellement plus habiles que nous. La Phyſique Expérimentale & la Chymie ne pouvoient s'attacher à un ſujet qui intéreſſât plus les Arts que le fer: mais pour mieux faire entendre ce qu'elles ont produit de nouveau à M. de Reaumur, il faut commencer par faire une petite hiſtoire de ce Metal, pris dans ſes différens états.

La Mine de fer, telle qu'on la tire de la terre, eſt un aſſemblage confus de matiéres aſſez hetérogenes, les unes ferrugineuſes, & véritablement métalliques; les autres ou ſulfureuſes, ou ſalines, ou ſimplement terreuſes. On met toute cette maſſe en fuſion par le moyen du feu: & parce que les parties métalliques plus peſantes que les autres tombent alors au fond des Vaiſſeaux, où elles ſont toutes contenues, on ſépare aiſément ce qui les ſurnage, & n'eſt pas de leur nature. Il s'en faut bien que cette ſéparation puiſſe être parfaite. On coule le fer fondu dans un canal ouvert qui a la figure d'un Priſme triangulaire; il prend cette même figure en ſe refroidiſſant, & de longues piéces de fer ainſi conditionné s'appellent des *Gueuſes*.

On peut encore *affiner* ce fer, il n'y a qu'à le fondre de nouveau; comme il y eſt reſté beaucoup de matiére étrangere, on l'en ſéparera de la même maniére que la premiere fois, quoi qu'en moindre quantité. L'opération ſe peut renouveller tant qu'on le juge à propos. Le fer en cet état s'appelle *fonte de fer*, ou ſimplement *fonte*.

La fonte eſt une matiére dure & caſſante. Ce ne ſont point là deux qualités oppoſées. Il faut ſe repréſenter cette matiére comme compoſée de grumeaux, dont chacun a ſes parties bien étroitement liées, mais les différents grumeaux ne le ſont pas de même enſemble. La Lime qui voudra emporter une partie d'un grumeau, le Ciſeau qui voudra le couper, ne le pourra pas,

pas; la fonte est donc dure. Mais si on frape dessus avec le Marteau, on détachera plusieurs grumeaux les uns d'avec les autres par l'ébranlement communiqué à toute la masse, & par conséquent la fonte est cassante. On fait de fonte ce qui n'a besoin que de dureté, & ce qui n'est pas exposé à des coups, à des actions capables de casser un corps fragile. Ainsi on en fait les Contre-cœurs des Cheminées, des Poëles, des Marmites, &c.

Une proprieté génerale & essentielle des Métaux, est d'être malléables, c'est-à-dire, tels que leurs parties se laissent conduire sous les coups du marteau, qu'elles s'allongent, se détournent, se plient sans se quitter les unes les autres, ou, ce qui est le même, sans que le corps casse. La fonte n'est donc pas malléable. En termes de l'art, on appelle *corps* la souplesse & la flexibilité d'un métal, & métal *doux* celui qui a du corps. La fonte n'a point de corps, & n'est point un métal doux.

Elle n'est donc pas plus propre aux Ouvrages, qui pour être façonnés demanderoient, ou le Marteau, ou la Lime, ou le Ciseau, qu'à ceux qui étant faits devroient être à l'épreuve de quelques chocs violens. Mais comme elle est aisément fusible, on la jette en Moule, où elle réussit bien, pourvû qu'elle ne soit destinée qu'à de certains Ouvrages grossiers; car s'ils devoient être plus fins, s'ils devoient avoir des ornemens délicats, tels que quelques feuillages, la matiere fluide du métal, quel qu'il fût, ne prendroit jamais si bien toutes les façons du Moule, que l'Ouvrage n'eût besoin ensuite d'être *reparé*, c'est-à-dire raccommodé, rajusté plus exactement, selon le Modéle, soit avec le Marteau, ou la Lime, ou le Ciseau. Or c'est ce que la fonte ne peut souffrir. Nous supposons d'ailleurs que la fonte, quoi qu'aussi cassante qu'elle est, convînt à cette sorte d'Ouvrage.

Mais ces inconvéniens de la fonte ne se trouvent point, ou du moins peuvent ne se pas trouver dans un fer *forgé*, pris de la même Gueuse. Forger le fer, c'est le mettre au feu, de sorte qu'il soit tout penetré de particules ignées, & ensuite

le battre, le paitrir, pour ainſi dire, à coup de Marteau, tandis qu'il eſt ramolli. En cet état il eſt malléable, il prend telles figures que l'on veut, & les conſerve étant refroidi. Il eſt encore malléable à froid, quand il a naturellement aſſez de corps; mais il ne l'eſt jamais tant à beaucoup près que lorſqu'il étoit chaud. On peut le travailler froid à la Lime, & au Ciſeau; il n'eſt plus ſi dur, ni ſi caſſant que la fonte.

En même-temps il perd une des proprietés de la fonte; il n'eſt plus fuſible. Tout au plus en le mettant au feu, ce que les Ouvriers appellent *lui donner une Chaude*, on peut le chauffer à tel point, qu'il s'en détachera quelques gouttes fondues, qui tomberont. Cette chaude s'appelle *ſuante*. Mais ce n'eſt point là une fuſion, ni qui ſe faſſe toute à la fois, ni qui rende le fer aſſez fluide. Il n'eſt réduit qu'en une eſpéce de Pâte.

Apparemment la fonte & le fer forgé, qui ſont l'un & l'autre un mélange de parties ferrugineuſes, ſulfureuſes & ſalines, différent en ce que dans la fonte ces parties ſont beaucoup plus mal mêlées que dans le fer forgé. Dans l'une elles ſe ſont miſes en fuſion, ſelon le même arrangement irrégulier où elles ſe ſont trouvées; dans l'autre, où le feu les tenoit toutes auſſi en mouvement, elles ont été en même-temps obligées par le Marteau à s'arranger plus uniformément, & à ſe diſtribuer plus également; elles n'ont plus formé des eſpéces de petits tas, ou paquets ſéparés les uns des autres, les parties ſulfureuſes ou ſalines ont pénetré les métalliques; de plus le feu a conſumé ou fait évaporer dans le fer que l'on chauffoit beaucoup de ſouffres, ou de ſels inutiles; ainſi la maſſe du fer forgé eſt devenue plus homogéne en ſon total que celle de la fonte, & en même-temps ſes parties métalliques plus pénetrées de ſouffres & de ſels en ont été moins métalliques & moins homogénes. En general l'homogeneïté des parties en rend la ſéparation plus difficile; par conſéquent le fer forgé plus homogéne en ſon total eſt moins caſſant & moins homogéne en ſes parties métalliques, il y donne plus de priſe à la Lime & au Ciſeau. Il eſt auſſi

moins fusible, parce que ses souffres d'où dépend la fusion, distribués plus également, ne sont plus d'assez grands amas, pour avoir la force d'entraîner tout le reste avec eux, quand ils sont une fois liquefiés

Il seroit très-difficile de faire de grosses piéces de fer forgé, telles que des Canons; & ceux qui sont de fer, on ne les fait que de fer fondu, qu'on a jetté en Moule. Mais comme ils sont de leur nature extrêmement cassans, on ne peut les rendre capables de résister à l'effort de la Poudre que par une grande épaisseur, ce qui les rend plus chers, & de plus très-incommodes par leur pesanteur. Quand ils cédent à la Poudre, ils ne s'entrouvrent pas, ce qui n'emporteroit que la perte de la piéce; mais ils crévent en éclats, qui tuent les Canoniers. Il seroit à souhaiter qu'on les pût faire de fer forgé, avec moins de masse, ils seroient moins sujets à crever; mais on n'a pû encore y parvenir. On voit assez par tout ce que nous venons de dire, quels peuvent être les usages de la fonte & du fer forgé, & quelles sont les compensations des avantages & des désavantages du fer pris dans ces deux différens états.

Une des plus grandes utilités du fer, & certainement la plus étendue, est celle dont il est par son changement en Acier. Alors il devient tous les Instrumens propres à couper, à tailler, à percer, &c. & cela est infini. Mais la conversion du fer en Acier est une espéce de mystere, du moins pour ce Royaume; & bien des gens en ont cherché le secret à grands frais, & inutilement. Ce n'est pas qu'il ne se fasse quelques Aciers en France; mais ils ne sont ni bons ordinairement, ni estimés, ce qui est encore pis. Ceux qui nous viennent d'Allemagne ont le plus de réputation; & les Allemands sont fort jaloux de conserver cet avantage. On vend l'Acier en morceaux d'une certaine forme, qu'on nomme des *Billes*.

L'Acier est plus dur que le fer forgé; & il est clair que cette qualité lui est nécessaire pour les fonctions auxquelles on le destine. Si, par exemple, un Ciseau d'acier qui doit couper du fer à froid n'est pas assez dur, il se *refoule*, c'est-

à-dire, que les parties de ſon Taillant ſe rapprochent les unes des autres, ſe reſſerrent, forment un Taillant plus épais, & moins vif. D'un autre côté de ce que l'Acier eſt plus dur que le fer, il ſuit qu'il eſt auſſi plus caſſant, & le Ciſeau d'acier pourra être tel qu'en coupant il *s'égrainera*, que ſon Taillant s'en ira en petites parcelles, & deviendra inutile, du moins juſqu'à ce qu'on l'ait aiguiſé ſur la Meule. Un bon Outil doit être fort dur, ſans être caſſant; il ne doit être ſujet, ni à ſe refouler, ni à s'égrainer, quoique l'un de ces inconveniens prenne aſſez ſouvent la place de l'autre. De plus il faut que l'Acier, quoique plus dur & plus caſſant que le fer, ne le ſoit qu'au point de pouvoir encore être malléable. De tout cela vient la difficulté d'avoir de bons Aciers.

Tout le monde ſait que l'Acier prend ſa grande dureté par la Trempe. On lui donne une chaude telle qu'on juge à propos, & on le plonge dans l'eau froide tout pénetré de feu. On le retire auſſitôt, & il eſt trempé; voilà toute l'opération. Il eſt trempé d'autant *plus dur*, ou, ce qui eſt le même, il a acquis d'autant plus de dureté par la trempe, qu'il a été plongé plus chaud dans la même eau froide. Cette même dureté acquiſe par la trempe, il la perd ſi on le chauffe de nouveau.

Toutes les Billes d'acier qu'on débite ont été trempées. Quand on veut faire uſage d'une Bille, en faire quelque Outil, on la chauffe, on la forge pour lui donner la forme de l'Outil, & enfin on trempe l'Outil devenu tel qu'il doit demeurer. On a donc *détrempé* l'Acier quand on l'a forgé; mais après cela on le retrempe, & cette trempe répetée a le même effet que la premiere, & n'en eſt pas moins forte pour ne venir que la ſeconde. La Bille qui ne devoit pas reſter ſous cette forme n'avoit été trempée qu'afin que les Marchands fuſſent plus en état de juger de la qualité de l'Acier.

M. de Reaumur, en étudiant les Arts que l'Académie a entrepris de décrire, a eu très-ſouvent occaſion d'étudier auſſi le fer en ſes différens états, & de cette étude ſont nés les deux Arts nouveaux énoncés dans le titre du Livre dont

nous parlons. Les Ouvriers n'inventent rien, à moins qu'ils ne ſoient des génies rares; ce ſont des eſpéces d'Automates montés pour une certaine ſuite de mouvemens; mais un Phyſicien habile qui les voit faire, & qui ſait les regarder comme il faut, ne peut guère manquer d'inventer, ſur-tout s'il eſt à portée de faire toutes les expériences que demanderont ſes réflexions, & s'il a la ſagacité d'eſprit & l'adreſſe d'exécution que les expériences demandent. M. de Reaumur a fait l'hiſtoire de ſes opérations, des vûes qui l'ont conduit à chacune, de la maniere dont il les a variées, des différens ſuccès qu'elles ont eus, &c. cette méthode eſt la plus inſtructive pour qui voudra opérer auſſi, & même la plus agréable pour qui ne cherchera que la Théorie; mais les longs détails où elle nous engageroit nous obligent à en prendre une toute contraire, & à n'expoſer ici que les principes géneraux, d'où tout dépend.

M. de Reaumur a reconnu que l'Acier ne différe du fer forgé qu'en ce qu'il a plus de ſouffres & de ſels. Delà il ſuit 1°. que la fonte qui ne différe auſſi du fer forgé que par ce même endroit, peut être de l'Acier; & en effet il y en a telle qui l'eſt, ſurtout ſi c'eſt une fonte *blanche*, car les blanches ſont les plus fines, les mieux purgées de parties terreuſes. Celles-là pourront prendre par la trempe la dureté convenable à l'Acier. Il ſuit 2°. que changer le fer forgé en Acier, c'eſt lui donner de nouveaux ſouffres, & de nouveaux ſels: mais pourquoi lui en donner, puiſque le fer dans l'état de fonte en a ce qu'il lui en faut pour être Acier? C'eſt que la fonte n'eſt pas malléable ou forgeable; & il faut ordinairement que l'Acier le ſoit. De plus on peut donner au fer forgé des ſouffres & des ſels, qui conviennent mieux aux caracteres d'Acier, que ceux qu'avoit la fonte.

Il y a effectivement beaucoup de choix à ces ſouffres & à ces ſels, & c'eſt une des choſes qui a le plus occupé M. de Reaumur. Après un grand nombre de différens eſſais, il s'eſt enfin déterminé pour les matieres ſulfureuſes au charbon pilé, & à la ſuie de cheminée; & pour les matiéres ſalines,

au ſel marin ſeul, le tout mêlé avec de la cendre pour intermède.

Non ſeulement ces matiéres doivent avoir entr'elles une certaine doſe, qui n'eſt pourtant pas fort exacte, ni fort rigoureuſe; mais leur quantité totale doit avoir une certaine proportion à la quantité du fer qu'on veut convertir, & même à ſa qualité, car les fers de différentes Mines ſont ordinairement de différentes qualités, & ſe convertiſſent en Acier, plus ou moins aiſément, & en Acier plus ou moins bon.

La maniere d'introduire dans le fer ces ſouffres & ces ſels étrangers a été encore pour M. de Reaumur un grand ſujet de recherches & de tâtonnemens ingénieux. Il eſt bien ſûr que c'eſt le feu qui doit faire cette introduction; mais on n'en eſt guère plus avancé pour le ſavoir. M. de Reaumur, qui tendoit toujours à trouver ce qu'il pouvoit y avoir à cet égard de plus commode, de plus efficace, de plus prompt, & de moindre dépenſe, eſt enfin arrivé à un Fourneau d'une conſtruction toute nouvelle; & cette partie de ſes découvertes, quoiqu'acceſſoire, n'eſt pas la moins conſidérable, ni la moins fine. Il paroît s'être propoſé d'accorder tous les avantages d'un fourneau les plus incompatibles. On jugera par-là que dans la pratique des Arts on ſe réſout trop aiſément à beaucoup de pertes, ou d'incommodités, ou de dépenſes qu'on pourroit s'épargner, & qu'on eſt bien éloigné de croire poſſible, tout ce qui l'eſt.

Puiſque l'Acier eſt du fer, où l'on a introduit des matiéres étrangéres, il eſt clair que l'héterogeneïté de ſes parties le doit rendre plus caſſant, & en même-temps il peut devenir plus dur de la maniére que nous l'avons expliqué, & il le doit pour être propre à ce qu'on lui demande. Il faut auſſi que, quoique dur & caſſant, il ſoit *traitable*, c'eſt-à-dire, qu'il ſe laiſſe forger, qu'il ſoutienne le Marteau, que ſes parties frappées ſe raſſemblent, qu'il ne s'en détache point des écailles, ou des parcelles, du moins en nombre conſidérable. Toutes ces qualités difficiles à accorder ne peuvent ſe réunir, cha-

cune au degré néceſſaire, que dans un certain point aſſez juſte. Les matiéres qui opéreront la converſion du fer en Acier étant ſuppoſées, auſſi-bien que le fourneau, & toute la manipulation, tout dépend de la qualité du fer que l'on convertira; & ce fer étant converti, il faut des marques ſenſibles pour reconnoître s'il eſt devenu bon Acier.

C'eſt en caſſant des barres de fer qu'on juge de leur qualité. En géneral les caſſures montrent, ou des lames, ou des grains, ou des fibres, quelquefois ces trois eſpéces de molécules à la fois, ſouvent deux; mais on juge facilement quelle eſpéce domine. Ce n'eſt pourtant pas à dire que celle qui domine dans la caſſure doive dominer dans toute la barre de fer, il y a encore à cela beaucoup d'incertitude: mais l'uſage en léve une bonne partie, & donne des connoiſſances qui ſont à peu près des régles.

Les fers à lames, & les fers à fibres ſont les deux ordres extrêmes: les premiers ſont naturellement les plus caſſans, les ſeconds ſont les plus doux, & c'eſt auſſi ce que promettoit leur différente ſtructure. Par rapport à la converſion en Acier les fers à lames ſont les plus mauvais, & entre ceux-ci, ceux encore dont les lames ſont les plus blanches, les plus brillantes, les plus grandes, diſpoſées entr'elles le plus irrégulierement, & ſelon des inclinaiſons plus différentes. M. de Reaumur commence par eux une Suite de fers, qui venant par degrés à avoir des lames toujours plus petites, moins brillantes, mieux arrangées font enfin des fers à grains, qui étant néceſſairement plus petits que les lames, & à peu près ronds, ſont auſſi plus ternes. Il eſt aiſé d'en imaginer les nuances ſucceſſives. Après eux ſont les fers fibreux, dont on peut concevoir que les fibres ne ſont formées que de grains aſſez bien liés les uns aux autres pour paroître de longs filets.

Quoique cette Suite de fers commence par les moins propres à être convertis en Acier, ce n'eſt pas à dire qu'elle finiſſe par ceux qui y ſont abſolument les plus propres. Il eſt bien vrai qu'ils deviendront communément les Aciers les plus doux, les plus flexibles, qui auront le plus de corps, &

ils seront préferables à tous les autres pour certains usages, comme pour faire des Ressorts de Pendules; mais ils pourront n'être pas assez durs, & ils ne feroient pas de bonnes Haches, de bons Rasoirs, &c. En géneral les fers à grains fins donnent de bons Aciers, & d'une grande dureté. Ce qu'il y a de singulier, c'est que les bons Aciers qu'on suppose n'avoir pas été forgés depuis leur conversion, sont à lames; & ils ne viendroient pas des fers qui ont naturellement cette structure. Mais aussi les lames des bons Aciers sont petites, ternes, & sur-tout arrangées régulierement, paralleles les unes aux autres, & aux deux faces des bouts de la barre. On a tout lieu de croire que le feu ayant fondu les éminences convexes des grains du fer, en a réduit plusieurs contigus en une même lame, & de plus que dans le temps assez long qu'il a été continué toujours égal, & dans celui où toutes les parties de la masse paitries par le marteau se sont arrangées plus régulierement, il s'est fait dans le fer les routes les plus faciles, & qui se traversoient le moins les unes les autres, & a par conséquent disposé parallelement les particules ou lames entre lesquelles il couloit.

L'Acier n'ayant pas encore été forgé, des lames trop petites sont une marque d'un mauvais Acier : à plus forte raison des grains fins.

Une barre de fer devenue Acier ne l'est pas également dans toute sa substance. Le feu dont elle a été environnée a plus agi sur sa surface que vers son centre. Elle est donc plus Acier vers sa surface, ou l'est trop, si le centre l'est autant qu'il faut. Mais heureusement la nature de bon Acier n'est pas un point indivisible, il y a pour toute la barre un certain degré moyen où il faut se tenir : & ce degré, quoiqu'il ait quelque étendue, est aisé à manquer. On peut dire generalement de cet Art qu'il faut toujours s'y conduire entre des plus & des moins d'un grand nombre d'espéces différentes, qui sont autant d'écueils dont on ne peut se sauver qu'à force d'observations & d'attentions délicates.

Si la composition qui doit changer le fer en Acier, est trop forte,

forte, si le feu a été trop long, le fer sera trop Acier; trop de parties sulfureuses & salines introduites entre les métalliques les écarteront trop les unes des autres, & en empêcheront la liaison au point que le tout ne soutiendra plus le Marteau; cet Acier sera intraitable quand on viendra à le forger; le déchet en sera considérable par les écailles qui s'en détacheront, tout au moins il se fendra en quelques endroits & sera *gerseux*. M. de Reaumur en suivant toujours le même principe a trouvé le moyen d'empêcher que ce mauvais Acier ne demeurât inutile. Il avoit trop de souffres & de sels, il faut lui en ôter. Le feu appliqué immédiatement consumeroit des souffres, enleveroit des sels, mais il lui en rendroit, surtout des souffres, parce que la flâme n'est elle-même qu'un composé des souffres du bois ou du charbon extrêmement divisés & agités. C'est ce que M. de Reaumur a reconnu par la premiere expérience & la plus naturelle qui lui vint en pensée sur ce sujet. Eclairé par le peu de succès qu'il avoit eu, il comprit qu'il falloit envelopper le mauvais Acier de matiéres alcalines, avides de souffres & de sels, & celles qui après divers tâtonnemens lui parurent les plus propres à son dessein, furent la Chaux d'Os, & la Craye. Avec une certaine durée de feu, elles remettent le mauvais Acier au point qu'il faut pour être bon. Cette espéce de décomposition de l'Acier est une nouvelle preuve que le principe de sa composition étoit le véritable.

Il est même aisé de voir qu'on pourroit ramener l'Acier à être entiérement fer, & l'arrêter dans tel degré moyen qu'on voudroit selon les différens usages qu'on auroit en vûe. Ses deux qualités les plus opposées sont la dureté & la flexibilité ou corps: ce qu'il gagne sur l'une, il le perd sur l'autre; comme on sait que le plus de dureté vient de ce que la quantité des parties sulfureuses & salines est plus grande par rapport à celle des métalliques, & le plus de corps au contraire; & qu'on est maître de la quantité des matiéres sulfureuses & salines qu'on introduit dans le fer, & de l'activité & de la durée du feu qu'on employe à les introduire, on est maître aussi

de faire des combinaiſons aſſez juſtes de la dureté & de la flexibilité de l'Acier. L'art de M. de Reaumur ſemble ſe jouer de ce métal.

Le fer imprégné de nouveaux ſouffres, & de nouveaux ſels n'eſt pas encore auſſi conſidérablement altéré que l'uſage dont il doit être, le demande; c'eſt la trempe qui lui donne la dureté néceſſaire, il n'avoit qu'une diſpoſition prochaine à l'acquerir. Mais comment l'acquiert-il? C'eſt une difficulté de Phyſique plus embarraſſante qu'elle ne le paroît d'abord.

L'Acier tout pénétré de feu étant ſubitement refroidi par l'eau, eſt fixé dans l'état où il a été ſurpris. Il étoit raréfié, dilaté, & il conſerve ſi bien cette nouvelle extenſion, que M. de Reaumur ayant très-exactement meſuré ſelon une expérience faite par feu M. Perraut, le volume de l'Acier trempé, l'a toujours trouvé comme lui, augmenté ſenſiblement. Qui ne croiroit en pouvoir conclure avec aſſurance que les mêmes particules de feu qui ont étendu la ſubſtance de l'Acier, y ſont demeurées empriſonnées par le refroidiſſement ſubit, comme il eſt certain qu'il demeure de ces particules, même ſans l'induſtrie de ce refroidiſſement, dans pluſieurs matiéres calcinées? Elles ſe ſeront ajoûtées, unies aux particules propres de l'Acier, & l'auront rendu plus compacte & plus dur. Cela ſeroit très-naturel: mais il faudroit que l'Acier fût augmenté de poids, comme le ſont les matiéres calcinées, & certainement par toutes les expériences de M. de Reaumur, qui peut-être ſouhaitoit un peu qu'il le fût, il ne l'eſt point.

Il faut donc avoir recours à une autre explication, qui ne mette dans la ſubſtance de l'Acier qu'un changement de ſtructure intérieure, ou de tiſſu. Si un corps eſt compoſé d'un certain nombre de parties propres fort compactes, entre leſquelles il y ait des vuides, & que l'on prenne ſur ces parties compactes dequoi remplir les vuides, il eſt certain que quoi qu'on ait affoibli ou rendu moins compactes les parties propres, le corps en ſon total l'eſt devenu davantage, ou plus dur. Quand on a converti le fer en Acier, M. de Reaumur conçoit que

les parties ferrugineuſes naturellement avides de ſouffres & de ſels s'en ſont extrêmement chargées, & que les interſtices qui étoient entr'elles, en ont pris, en ont reçû beaucoup moins, que lorſqu'on chauffe l'Acier pour le tremper enſuite : le feu chaſſe de la ſubſtance des parties ferrugineuſes cet excès de ſouffres & de ſels trop accumulés, & les diſtribue dans les interſtices, & de leur diſtribution plus égale dans tout le corps de l'Acier fixé en cet état par la trempe, vient ſon augmentation de dureté.

A cet avantage nouveau ſe joint un deſavantage qui l'accompagne infailliblement; l'Acier en eſt moins fin, il a le grain plus gros, & s'il réſiſte mieux au travail de couper, parce qu'il eſt plus dur, il ne coupera pas ſi bien ce qui demande un taillant fin. En même-temps auſſi l'Acier plus dur a moins de corps. Par les régles de M. de Reaumur on diſpoſe du degré de dureté, & par conſéquent de tout le reſte. En ſe ſervant adroitement de l'oppoſition que les qualités de l'Acier ont entr'elles, & des compenſations qui en naiſſent, on trouvera que cette oppoſition, fâcheuſe en apparence, eſt aſſez ſouvent utile.

Il paroît étonnant que l'Acier devenu plus dur par la trempe, plus fort pour réſiſter aux preſſions, & aux frottemens, ſoit auſſi plus foible pour réſiſter aux tractions. Un fil d'Acier qui, ſuſpendu verticalement par une de ſes extrémités, ſoutiendra par l'autre un certain poids ſans ſe rompre, ne le ſoutiendra plus après avoir été trempé; & s'il n'a été trempé qu'à un certain endroit, ce ſera à cet endroit qu'il ſe rompra. C'eſt ce que M. de Reaumur a reconnu par ſes expériences. L'augmentation de la groſſeur du grain de l'Acier par la trempe lui donne la raiſon de ce phénomene. La rupture d'un Corps, de quelque maniére qu'elle ſe faſſe, ou la ſéparation de ſes parties, eſt d'autant plus difficile qu'il y a de parties qui ſe touchent, & que les parties qui ſe touchent, ſe touchent en plus de points. Les grains ſont ces parties dans l'Acier, il y en a moins dans l'Acier trempé, puiſqu'ils ſont plus gros, par conſéquent moins d'attouchemens. D'un au-

tre côté, parce qu'ils ſont plus gros, ils ſe touchent en plus de points les uns les autres. Voilà deux principes contraires de facilité & de difficulté de ſéparation, ou de rupture; il faut que l'un ait plus de rapport aux preſſions, l'autre aux tractions, & que l'un l'emporte ſur l'autre ſelon qu'il s'agit de preſſion ou de traction.

Nous avons déja dit que l'Acier eſt d'autant plus dur qu'il eſt trempé plus chaud, il y faut ajoûter, & d'autant plus que l'eau eſt plus froide. Le degré de chaleur de l'Acier qu'on trempe, ſe juge aiſément par ſa couleur, & par diverſes nuances fort connues des Ouvriers. M. de Reaumur, qui n'a rien voulu laiſſer ſans l'étudier ſoigneuſement, a fait beaucoup d'expériences pour s'aſſurer que de toutes les liqueurs où l'on peut faire la trempe, la meilleure eſt celle qu'on employe communément, l'eau froide, & qu'il n'y a guère à eſpérer de plus des eaux où l'on mêleroit quelques autres matiéres. Seulement le Vinaigre & le Verjus ont paru avoir plus de vertu que l'eau. Pour l'Eau forte, elle en a conſidérablement davantage : mais cela ne va qu'à endurcir au même point un Acier trempé beaucoup moins chaud, ce qui a peu d'utilité. L'eau froide endurcit autant qu'il eſt néceſſaire, & peut-être autant qu'il eſt poſſible l'Acier trempé fort chaud.

Pour le tremper plus dur, c'étoit une pratique aſſez ordinaire de le tremper *en paquet*. On le chauffoit environné de certaines matiéres qui étoient le paquet, après quoi on faiſoit la trempe. M. de Reaumur avoue que ce ſont ces trempes en paquet qui lui ont donné le plus de lumiere ſur la converſion du fer en Acier; car réellement ces matiéres qui le rendoient plus propre à s'endurcir par la trempe, le rendoient auſſi plus Acier, & par conſéquent étoient de celles qui peuvent opérer la converſion du fer. On peut encore conſerver cette même pratique pour de l'Acier qui ne ſera pas aſſez bon: mais M. de Reaumur obſerve que les matiéres qui ont opéré la premiere converſion du fer en Acier, & celles qu'on employera dans le nouveau *recuit* qu'on donnera à l'Acier avant la trempe, ne doivent pas être tout à fait les mêmes. Quand on

a converti le fer, il a fallu avoir un Acier malléable, aiſé à travailler, qui pût prendre la forme de tel Outil qu'on voudroit : quand on fait le nouveau recuit ou la trempe en paquet, l'Outil eſt forgé, & tel qu'il demeurera; il n'importe plus qu'il ſoit malléable, ni flexible. Cela met de la différence dans le choix des matiéres.

Si l'Acier trempé péche par excès de dureté, il y a une maniére très-ſimple de le ramener à tel degré moyen de dureté qu'on voudra. Il faut le remettre au feu, le feu lui enlevera ſelon ſa force & ſa durée, plus ou moins de matiéres étrangéres, il pourroit le faire redevenir entierement fer.

Le ſecond Art énoncé dans le titre de l'Ouvrage de M. de Reaumur, n'eſt qu'une application de tout ce que nous venons de dire, qui ſe fait preſque d'elle-même. Nous avons expliqué d'abord en quoi conſiſte la difficulté de faire en fer fondu ce que l'on feroit en fer forgé ; le fer fondu eſt trop dur & trop caſſant, trop rebelle au Marteau, au Ciſeau, à la Lime ; il s'agit donc de le rendre auſſi doux que le fer forgé.

La fonte chargée comme elle eſt, & même trop chargée de ſouffres & de ſels, reſſemble plus à l'Acier qu'au fer forgé : & on la peut regarder comme de l'Acier trop Acier. Par conſéquent il ne faut pour la rendre douce & traitable qu'opérer ſur elle comme nous avons dit qu'on devroit opérer ſur de l'Acier trop Acier, ou trop endurci, lui ôter ce qu'elle a de trop de ſouffres & de ſels, comme on les ôteroit à cet Acier, & M. de Reaumur a trouvé qu'il n'y falloit que les mêmes matiéres, de la Chaux d'Os, & de la Craye ; elles ſont préférables à toutes les autres qu'il a tentées. Il donne cependant ſur toute cette pratique pluſieurs avertiſſemens utiles, dont nous rapporterons deux exemples.

Il pouvoit prendre en deux états différens le fer fondu qu'il vouloit adoucir, ou dans le ſimple état de fer fondu, & avant qu'il fût jetté en Moule pour y recevoir une certaine forme, ou après qu'il l'a reçûe, & lorſqu'il ne demande plus qu'à être reparé avec la Lime ou le Ciſeau. C'eſt dans ce

dernier état qu'il le prend. Il a éprouvé que la Chaux d'Os, qui est extrêmement dénuée de souffres & de sels, & qui a été choisie pour cela même, absorboit trop ceux de la surface de l'Ouvrage de fer fondu, la desséchoit trop, de sorte que quand on venoit à la travailler, elle s'en alloit par écailles, qui emportoient tout le délicat & tout le fin de l'Ouvrage. Le remede à cet inconvénient est de modérer l'effet excessif de la Chaux d'Os par de la poudre de Charbon, qui est une matiére sulfureuse & saline.

Il ne faut pareillement employer la Craie qu'avec une précaution. Elle réussit fort bien, si le feu n'a pas eu besoin d'être long, ni vif: mais s'il l'a été, elle vient à jetter dans le fer des souffres & des sels qu'elle cachoit, & qu'elle n'eût pas donnés à un moindre feu, & le fer au lieu de s'adoucir s'endurcit considérablement.

Le fourneau pour adoucir le fer fondu, est le même que pour convertir le fer forgé en Acier, ce qui est une commodité & une épargne. M. de Reaumur le construit de maniére qu'il y a pour l'une & l'autre opération des espéces de Tiroirs où l'on met des Essais que l'on peut retirer quand on veut, & qui marquent à quel point en est l'opération.

Une recherche des plus subtiles en cette matiére est celle des signes ausquels on reconnoît si le fer forgé a été bien converti en Acier, ou le fer fondu bien adouci : mais cette subtilité nous empêche d'en parler.

Nous ne passerons pas sous silence un fait singulier fourni par le hazard, mais que le raisonnement & les réflexions mettront à profit. M. de Reaumur adoucissoit un Marteau de Porte-Cochere assez orné. Quand il le retira du fourneau, il le trouva extrêmement diminué de poids: & en effet ses deux grosses branches, de massives qu'elles étoient, étoient devenues creuses en conservant leur forme; il s'y étoit fait au bas un petit trou, par où avoit coulé le Métal du dedans qui s'étoit fondu. M. de Reaumur conçut aussitôt que la surface de ce qui est exposé à l'action du feu étant plûtôt & plus violemment attaquée que l'intérieur, la surface de cette piéce avoit

été d'abord adoucie, ou réduite à l'état du fer forgé qui n'est plus fusible, & qu'elle étoit devenue une espéce de creuset capable de contenir sans se fondre de la matiére fondue; delà s'ensuit tout le reste de l'explication, que M. de Reaumur a encore vérifiée par des Cylindres massifs qu'il a rendus creux très-aisément. Cela donnera dans la pratique le moyen de diminuer la masse des piéces qui n'en auront pas besoin, & quant à l'ouverture par où sortira le métal fondu, il sera facile de la déterminer à se faire en tel endroit qu'on voudra; il n'y aura qu'à affoiblir cet endroit.

Outre plusieurs autres observations importantes pour la pratique, & que M. de Reaumur convient que l'expérience multipliera encore de jour en jour, il rapporte tous les usages que peut avoir son nouvel Art d'adoucir le fer, mais avec la rare précaution de ne point exagérer & de renfermer tout dans ses justes bornes. Il croit qu'on pourra faire des Canons de fer fondu, qui auront le double avantage d'être & plus legers, & moins cassants.

Nous finirons par deux choses de fait, qui donneront une idée de l'épargne que les deux Arts de M. de Reaumur peuvent valoir au Public. Dans les temps ordinaires le fer vaut 3. sols la livre au plus, & les Aciers fins 18 ou 20 sols; le fer converti en Acier par sa méthode ne lui revient qu'à 4 sols. Le Marteau de la Porte de l'Hôtel de la Ferté rue de Richelieu, qui est de fer forgé & d'une beauté rare, a coûté 700 livres dans ce temps dont nous parlons: & M. de Reaumur en a fait pour 25 livres un tout pareil de fer fondu. Les Arts y gagneront toujours en toutes maniéres quand la Philosophie ne dédaignera pas de s'y appliquer, & elle trouvera qu'ils le méritoient plus qu'elle ne pensoit peut-être elle-même.



# BOTANIQUE.

## SUR LE NOSTOCH.

V. les M. p. 121.

TOUT est conduit dans la Nature par degrés & par nuances. Il y a des Animaux qui n'ont presque pas de mouvement, comme l'Oeil de Bouc, c'est par-là que le Genre commence, & il finit à cet égard par les Aigles & les Faucons. Les derniers Végétaux, ceux qui confinent au Genre des Animaux, paroissent avoir presque du sentiment, telle est la Sensitive; les premiers ne paroissent presque pas végéter, telles sont les Truffes, M. de Reaumur y ajoute le Nostoch, dont M. Geoffroy le cadet avoit déja parlé dans les Mémoires de 1708 *.

* p. 228. & suiv.

Le Nostoch ainsi nommé par Paracelse est un corps d'une figure irréguliere, d'un vert brun, un peu transparent, tremblant au toucher comme une gelée, qui ne se fond pourtant pas entre les doigts, que l'on a quelque peine à déchirer comme si c'étoit une feuille, & qui n'a cependant ni fibres, ni nervures. On le trouve sur divers terrains, mais principalement sur des sables, sur des Allées de Jardin, & aprés de grandes pluies d'Eté. Il se conserve tant que le temps est humide, & se desséche & périt par le Vent & par le Soleil.

On n'a pas soupçonné d'abord que ce pût être une Plante; il venoit subitement par une espéce de miracle ou de la Terre ou même du Ciel, on l'appelloit *flos terræ, flos cœli*, & il a tiré de l'obscurité de son origine cet avantage qu'on a cru qu'il contenoit l'Esprit universel destiné à la transmutation des Métaux en Or. M. Magnol de Montpellier, & M. de Tournefort ont été les premiers qui ont osé le ranger parmi les Plantes.

Sa

Sa nature n'avoit pourtant pas été approfondie par eux comme elle l'a été par M. de Reaumur. Il a trouvé que le Noſtoch eſt une feuille qui boit très-avidement l'eau ; quand elle s'en eſt abreuvée & remplie, elle paroît dans ſon état naturel, hors delà elle ſe pliſſe, ſe chiffonne, n'eſt plus reconnoiſſable, ni même facile à appercevoir. Delà vient qu'elle paroît naître ſubitement, & preſque miraculeuſement après la pluie. Qu'il revienne de la pluie ſur du Noſtoch bien deſſéché, bien déguiſé, il renaît ou reparoît auſſitôt, & ſemble toujours également diſpoſé à ſouffrir ces alternatives.

M. Geoffroy avoit cru lui trouver des racines; M. de Reaumur s'eſt aſſûré qu'il n'en a point. Il avoit obſervé ſur la ſurface de quelques Noſtochs, en certains temps, une infinité de petits grains ronds de différentes groſſeurs, qu'il ſoupçonna qui pouvoient être la ſemence de la Plante ; il en ſema dans des Vaſes : & en effet les graines leverent, mais jamais il ne vit nulle apparence de racines aux petits Noſtochs qu'il en tiroit ; il remettoit dans le Vaſe ces feuilles naiſſantes, qui étoient la Plante entiere, du côté oppoſé à celui où elles étoient d'abord, & d'où ſeroient ſorties leurs racines : mais elles n'en végétoient pas plus mal, du moins ne périſſoient-elles pas.

Si le Noſtoch eſt ſans racines, il végéte donc à la maniére des Plantes de Mer, qui n'en ont point, & qui s'imbibent par tous les pores de leur ſubſtance d'une eau qui les nourrit. Ces Plantes là n'en manquent jamais, mais le Noſtoch en manque ſouvent, & apparemment il ne croît que dans les temps où il eſt ſuffiſamment abreuvé, & croît toujours à chaque fois qu'il l'eſt. M. de Reaumur ſe tient certain par ſes obſervations qu'il peut croître au moins pendant un an.

On peut douter s'il n'y a pas deux eſpéces de Noſtoch, l'un qui n'eſt qu'une feuille plate, l'autre qui eſt friſé ou gaudronné par cette infinité de petits grains dont nous avons parlé. M. de Reaumur panche plus à croire qu'il n'y a qu'une eſpéce : les Noſtochs plats viennent certainement des petits grains, & les Noſtochs friſés peuvent bien ne l'être que par les grains, qui tiraillent en quelque ſorte leur ſurface. Mais

cela s'éclaircira par de nouvelles expériences. Un Phyſicien ne jugera pas que le ſujet ſoit trop petit pour en mériter.

---

## *SUR LA VANILLE.*

LA Vanille eſt du nombre des Drogues dont on uſe beaucoup, & que l'on ne connoît qu'imparfaitement. On ne peut pas douter que ce ne ſoit une Gouſſe ou *Silique*, qui renferme la graine d'une Plante, & delà lui vient le nom Eſpagnol de *Vaynilla, petite Gaine* : mais on ne ſait point encore quelles ſont les eſpéces les plus eſtimables de ce Genre de Plante, en quel terroir elles viennent, comment on les cultive, de quelle maniere on les multiplie, &c. Les Américains ſont ſeuls en poſſeſſion de la Vanille, qu'ils vendent aux Eſpagnols, & ils conſervent ſoigneuſement ce tréſor qui leur eſt du moins reſté. On dit qu'ils ont fait ſerment entr'eux de ne révéler jamais rien aux Eſpagnols, fût-ce la plus grande de toutes les bagatelles; c'eſt au moins une convention tacite, dont ils ne rendroient que de trop bonnes raiſons : & ſouvent ils ont ſouffert les plus cruels tourmens plûtôt que d'y manquer. On aſſûre même que chacun d'eux cache avec beaucoup de ſoin à ſes Compatriotes le canton d'où il tire ſa Vanille; ils ſont fort diſſimulés à l'égard des Eſpagnols, & voleurs entr'eux. D'un autre côté les Eſpagnols contens de leurs richeſſes, accoûtumés à une vie oiſive & à une douce ignorance, mépriſent aſſez juſqu'à préſent les curioſités d'Hiſtoire Naturelle, & ceux qui s'en mettent en peine. Quelques Auteurs n'ont pas laiſſé de nous apprendre pluſieurs particularités touchant les différentes parties d'une ou deux eſpéces de ce Genre : mais il reſtoit toujours à ſavoir ſi c'étoit celle qui nous eſt ſi recommandable par ſon odeur.

M. de Juſſieu a trouvé moyen d'avoir quelques inſtructions ſur la Vanille par M. d'Aubenton, qui chargea de cette re-

cherche M. Partiet Conſul François à Cadis. Voici le précis de ſa réponſe.

La Vanille vient des pays les plus chauds de l'Amérique, & principalement de la Nouvelle Eſpagne. On la prend ſur des Montagnes acceſſibles aux ſeuls Indiens, dans les lieux où il ſe trouve quelque humidité.

Il y a trois ſortes de Vanille. La *pompona* ou *bova*, c'eſt-à-dire enflée ou bouffie, celle de *ley*, la marchande, ou de bon alloi, la *ſimarona*, bâtarde.

Les gouſſes de la *pompona* ſont groſſes & courtes, celles de la Vanille de *ley* ſont plus déliées & plus longues, celles de la *ſimarona* ſont les plus petites en toute façon.

La ſeule Vanille de *ley* eſt la bonne. Elle doit être d'un rouge brun foncé, ni trop noire, ni trop rouſſe, ni trop gluante, ni trop deſſéchée; il faut que ces gouſſes quoique ridées paroiſſent pleines, & qu'un paquet de 50. peſe plus de 5. onces. Celle qui en peſe 8, eſt la *Sobrebuena*, l'excellente. L'odeur en doit être pénétrante & agréable. Quand on ouvre une de ces gouſſes bien conditionnée & fraîche, on la trouve remplie d'une liqueur noire, huileuſe, & balſamique, où nagent une infinité de petits grains noirs, preſque abſolument imperceptibles, & il en ſort une odeur ſi vive qu'elle aſſoupit, & cauſe une ſorte d'ivreſſe.

La *pompona* a l'odeur plus forte, mais moins agréable. Elle donne de grands maux de tête aux hommes, & des vapeurs & des ſuffocations dangereuſes aux femmes. La liqueur de la *pompona* eſt plus fluide, & ſes grains plus gros, ils égalent preſque ceux de la Moutarde.

La *ſimarona* a peu d'odeur, de liqueur & de grains.

On ne vend point la *pompona*, & encore moins la *ſimarona*, ſi ce n'eſt que les Indiens en gliſſent adroitement quelques gouſſes parmi la Vanille de *ley*.

On doute ſi les trois ſortes de Vanille ſont trois eſpéces, ou ſi ce n'en eſt qu'une ſeule qui varie ſelon le terroir, la ſaiſon où elle a été cueillie, &c.

Dans toute la Nouvelle Eſpagne on ne met point de Va-

nille au Chocolat, elle le rendroit mal ſain & même inſuportable; ce n'eſt plus la même choſe quand elle a été tranſportée en Europe.

On a envoyé à M. de Juſſieu un échantillon d'une Vanille de Caraca, & de Maracaybo, Villes de l'Amérique Méridionale. Elle eſt plus courte que celle de *ley*, moins groſſe que la *pompona*, & paroît de bonne qualité. C'eſt apparemment une eſpéce.

On parle auſſi d'une Vanille du Pérou, dont les gouſſes ſéchées ſont larges de deux doigts, & longues de plus d'un pied, mais dont l'odeur n'approche pas de celle des autres, & qui ne ſe conſerve point.

On ſavoit confuſément que la Plante, qui porte la Vanille, reſſemble aſſez à la Vigne, mais M. d'Aubenton en a eu plus de certitude par le P. Fray Ignatio de Santa Thereſa de Jeſus Carme Déchauſſé, qui ayant été long-temps Prieur du Couvent de Oaxaca, & Curé de la Villalta dans la Nouvelle Eſpagne, arriva à Cadis en 1721. pour paſſer à Rome, où il devoit occuper un poſte conſidérable de ſon Ordre. Ce Religieux plus éclairé & plus curieux en Phyſique que ſes Compatriotes, ſe fit apporter par quelques Valets Indiens un grand Sep de la Plante où croît la Vanille. Comme il avoit déja quelques connoiſſances ſur cette Plante, il appliqua ſon Sep à un grand arbre, & entrelaſſa dans les branches de cet arbre tous les rejettons ou pampres du Sep. Il en avoit laiſſé le bout inférieur élevé de 4. ou 5. doigts de terre, & l'avoit couvert d'un petit paquet de mouſſe ſeche pour le défendre de l'air. En peu de temps la ſéve de l'arbre pénétra le Sep, & le fit reverdir; au bout d'environ 2. mois il ſortit à travers le paquet de mouſſe 5. ou 6. filamens qui ſe jetterent en terre; c'étoient des racines qui devinrent groſſes comme des tuyaux de plumes au plus. Au bout de deux ans le Sep produiſit des fleurs, puis des Vanilles qui meurirent.

Les feuilles ſont longues d'un demi pied, larges de 3. doigts, obtuſes, d'un verd aſſez obſcur. Les fleurs ſont ſimples, blanches, marquetées de rouge & de jaune. Quand elles

tombent, les petites gouſſes ou Vanilles commencent à pouſſer. Elles ſont vertes d'abord, & quand elles jauniſſent, on les cueille. Il faut que la Plante ait 3. ou 4. ans pour produire du fruit.

La récolte commence vers la fin de Septembre; elle eſt dans ſa force à la Touſſaints, & dure juſqu'à la fin de Décembre.

Toute la préparation de ce fruit ne conſiſte qu'à le cueillir à temps. On le met ſécher 15 ou 20 jours pour en diſſiper l'humidité ſuperflue, ou plutôt dangereuſe, car elle le feroit pourrir. On aide même à cette évaporation en preſſant doucement la Vanille entre les mains.

Les Sarmens de la Plante rampent ſur la terre comme ceux de la Vigne, s'accrochent de même & s'entortillent aux arbres qu'ils rencontrent, & s'élevent par leurs ſecours. Le tronc avec le temps devient auſſi dur que celui de la Vigne, les racines s'étendent & tracent au loin dans la terre. Elles pouſſent des rejettons qu'on tranſplante de bouture au pied de quelque arbre, & dans un lieu convenable. Cette plantation ſe fait à la fin de l'Hyver, & au commencement du Printemps.

Ce qu'il y a de ſingulier, c'eſt que, comme on a déja vû que le pratiqua le P. Ignatio, on ne met pas le bout du Sarment en terre, il s'y pourriroit. La Plante reçoit aſſez de nourriture de l'arbre auquel elle eſt attachée, & n'a pas beſoin des ſucs que la terre fourniroit. La ſéve des arbres dans ces pays chauds de l'Amérique eſt ſi forte & ſi abondante, qu'une branche rompue par le vent & jettée ſur un arbre d'eſpéce toute différente, s'y collera, & s'y entera elle-même comme ſi elle l'avoit été par tout l'art de nos Jardiniers. Ce phénomene y eſt commun. C'en eſt un autre commun auſſi que de gros arbres qui de leurs plus hautes branches jettant de longs filamens juſqu'à terre ſe multiplient par le moyen de ces nouvelles racines, & font autour d'eux une petite forêt, où le premier arbre, pere ou ayeul, &c. de tous les autres, ne ſe reconnoît plus. Ces ſortes de générations répétées rendent

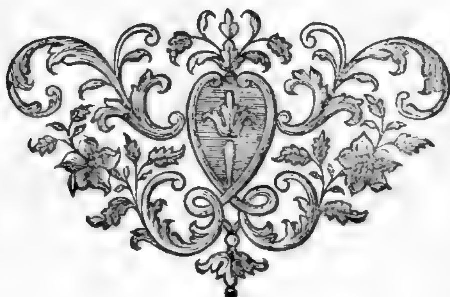
souvent les Bois impratiquables aux Chasseurs. Ne diroit-on pas que dans ce nouveau Monde la Nature est aussi plus nouvelle & plus jeune !

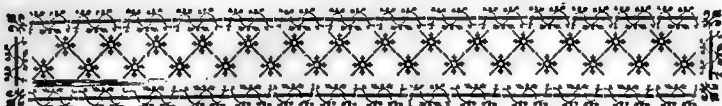
---

M. Marchand a lû la Description de l'*Helleborus niger officinarum*, de l'*Helleborus niger angustioribus foliis*, Inst. R. H. Ellebore noir usuel, de l'*Helleborus niger amplioribus foliis*, Inst. R. H. & de l'*Helleborus niger trifoliatus*. Ald. Hort. Far.

---

V. les M. p. 172.
Nous renvoyons entierement aux Mémoires
L'Ecrit de feu M. Vaillant sur la suite de l'Etablissement de nouveaux Genres de Plantes,
V. les M. p. 243.
Et ses remarques sur la Méthode de M. Tournefort.





# ALGEBRE

## *SUR LA RESOLUTION DES EQUATIONS DETERMINE'ES DE TOUS LES DEGRE'S.*

CE Titre a beaucoup plus d'étendue, & promet beaucoup plus que celui que M. de Lagni a donné au Mémoire dont nous allons parler;mais nous ne nous sommes pas crus dans l'obligation de nous assujétir à la modestie de son titre,& nous serons suffisamment justifiés, pourvû qu'on trouve ce que nous venons d'annoncer. Nous avions déja traité en 1705 *. le même sujet d'après le même Auteur : mais il avoit été beaucoup moins approfondi.

V. les M. p. 264.

* p. 82. & suiv.

On ne sauroit connoître si peu l'Algébre que l'on ne connoisse aussi l'extrême difficulté, & souvent l'impossibilité de résoudre les Equations déterminées dès qu'elles passent le 2[d] degré qui n'est proprement que le premier. Dès le 3[eme] on tombe dans des embarras & des labirinthes de calcul capables de lasser la patience la plus opiniâtre. Il faut faire évanouir les 2[ds] termes, transformer l'Equation donnée en d'autres, faire quantité de substitutions, tirer des Racines quarrées & cubiques,&c. Ce qui engage dans une multitude effrayante d'opérations. Ce n'est pas tout, & cela mérite d'être un peu plus éclairci.

Les nombres qui sont la résolution d'une Equation, & en sont les racines, ne viennent jamais sous une forme simple, mais complexe. Si, par exemple, c'est 10. qu'on doit trouver pour racine, il ne vient pas 10. mais 5 & 5, ou 6 & 4, ou 7 & 3, ou 8 & 2, ou 9 & 1. Ce ne seroit pas un inconvénient si cette grandeur complexe qui vaut 10. étoit toujours aussi simple que nous la venons de répréſenter,

mais il y entre le plus ſouvent des termes affectés de ſignes radicaux, & ſi ces ſignes radicaux ſont pairs & tombent ſur des grandeurs négatives, on a des termes imaginaires qui ſont partie de l'expreſſion du nombre 10 ſuppoſé. Après de longs & énormes calculs qui n'ont été faits que pour en venir là, on a donc ce nombre qu'on cherchoit, mais on l'a déguiſé & enveloppé ſous des expreſſions, ſoit irrationelles, ſoit imaginaires. Il faut encore du calcul, & un calcul très-pénible pour le débarraſſer des expreſſions irrationelles, & quant aux imaginaires, il a été juſqu'à préſent impoſſible de l'en tirer. C'eſt ce qu'on appelle le *cas irréductible*. On ſait que le vrai qu'on cherchoit eſt dans cette expreſſion qu'on a trouvée, mais juſqu'ici nul art ne l'en peut tirer.

Entre 99. Equations du 3ème degré, dont 10. ſera la racine, & qui auront la forme de toutes la plus ſimple, qui eſt celle où le Cube de l'inconnue eſt égal à un certain nombre de fois ſa racine, plus l'homogéne de comparaiſon, il n'y en a que 5. où ſelon les méthodes de l'Algébre, le nombre 10. vienne ſous des expreſſions entiérement rationelles, qui ſont celles que nous venons de donner. Il y en a 70. où il vient ſous des expreſſions irrationelles, qui engagent à des extractions de racines quarrées & cubiques, après leſquelles on trouve enfin 5. plus un certain nombre irrationel, & 5. moins ce même nombre irrationel, ce qui fait 10. Mais il reſte 24. Equations chargées d'imaginaires, & qui tombent dans l'irréductible. Pour ces 99. Equations du 3ème degré, dont la réſolution doit arriver à un but très-poſſible & très-vrai, les méthodes prennent donc un ſi mauvais tour qu'elles n'arrivent au but dans 70. qu'indirectement & avec beaucoup de peine, & que dans 24. elles rendent ce but impoſſible à attraper; ce qui eſt abſolument contraire à l'intention de toute méthode, & manifeſtement abſurde. Et que n'eſt-ce pas pour les degrés plus élevés quand on a le courage de les entreprendre? Enfin les travaux de tous les plus grands Algébriſtes n'ont encore pu produire de méthode ou de formule abſolument générale que pour le 2d degré.

Tout

Tout cela peut aſſez légitimement faire croire que l'on n'étoit pas ſur les bonnes voies : il eſt difficile en ces matiéres que le vrai ſoit ſi horriblement embarraſſé. On en ſera pleinement convaincu, quand on verra une Méthode de M. de Lagni, nouvelle, ſimple, générale pour toutes les Equations déterminées de tous les degrés, qui procede toujours de la même maniére, ſeulement avec un leger changement que demande, & qu'indique le changement de degré, & qui n'employe que les plus ſimples de toutes les opérations arithmétiques, l'Addition & la Souſtraction.

Il faut ſuppoſer que l'Equation quelconque donnée à réſoudre, a été préparée à l'ordinaire, c'eſt-à-dire, qu'elle eſt ſans fractions, & ſans ſignes radicaux, & que l'Inconnue élevée à ſa plus haute puiſſance, eſt ſans coëfficient. Il faut de plus, pour la méthode de M. de Lagni, que le terme tout connu, qu'il appelle après Viete, l'*homogéne de comparaiſon*, ſoit lui ſeul le 2$^{d}$ membre de l'Equation, de ſorte que l'Inconnue ſera dans tous les termes du 1$^{er}$ membre. Enfin il faut que l'homogéne de comparaiſon ſoit poſitif, & s'il ne l'étoit pas ſelon la forme de l'Equation donnée, il ſeroit bien aiſé de faire qu'il le devînt; il n'y auroit qu'à changer les ſignes de tous les termes, ce qui ne changeroit rien du tout aux valeurs de l'Equation. Il n'eſt beſoin de nulle autre préparation plus pénible, point de transformation, point d'évanouiſſement du 2$^{d}$ terme.

J'ajoute à ces ſuppoſitions, pour commencer par quelque choſe de plus facile, que toutes les racines de l'Equation, qui ſont toujours en nombre égal à celui du degré, ſoient réelles, rationnelles, & poſitives.

Que je me propoſe une Equation d'un degré quelconque ainſi conditionnée, par exemple, du 10$^{eme}$ degré, elle aura donc dix racines dans la ſuite des nombres naturels, c'eſt-à-dire, qu'il y aura dix nombres de la ſuite naturelle tels que chacun d'eux, & ſes puiſſances étant ſubſtituées dans l'Equation à la place de l'inconnue & de ſes puiſſances, l'Equation ſera réſolue. L'homogéne de comparaiſon ſe trouvera toujours

répondre aux ſubſtitutions qu'on aura faites de ces 10. nombres, & il ne répondra point aux ſubſtitutions qu'on feroit de tous les autres nombres poſſibles de la ſuite naturelle.

Si je ſubſtituois donc ſucceſſivement à la place de l'Inconnue tous les nombres naturels juſqu'à ce que j'en euſſe 10. auſquels répondît l'homogéne de comparaiſon, j'aurois mon Equation parfaitement réſolue : & il eſt clair que cette maniére d'opérer s'étendroit aux Equations d'un degré quelconque. Mais il eſt clair auſſi que ce feroit un long travail, & d'autant plus long non ſeulement que le degré feroit plus élevé, mais encore que dans des degrés peu élevés les coëfficiens de l'Inconnue & de ſes puiſſances feroient plus grands, & les deux différens ſignes plus mêlés. Mais ce qui eſt encore pis, ce feroit un tâtonnement perpétuel, indigne de la ſcience Mathématique. Cependant cette maniére, qui ne mérite pas le nom de méthode, feroit fort naturelle: & c'eſt en lui conſervant ce qu'elle a de naturel, & en la rendant ſcientifique & fort courte, que M. de Lagni en a fait le fond de ſa nouvelle Théorie.

Une Equation quelconque étant donnée, il laiſſe à part l'homogéne de comparaiſon, comme s'il n'étoit pas à conſidérer, & il ſubſtitue à l'Inconnue, les nombres naturels l'un après l'autre; ce qui lui donne autant d'homogénes de comparaiſon qu'il fait de ſubſtitutions, & lui en donneroit par conſéquent à l'infini. Or il a découvert & il démontre que la Série de ces homogénes eſt une Progreſſion arithmétique du même degré dont étoit l'Equation.

Il attache une nouvelle idée au mot de *Progreſſion arithmétique*. On n'entend par-là qu'une Progreſſion dont la difference eſt conſtante, mais il entend toute Progreſſion dont la difference ſoit 1ere, ſoit 2de, ſoit 3eme, &c. eſt conſtante. Dans la Suite naturelle la difference 1ere 1. eſt conſtante, mais dans la Suite des Quarrés naturels 1, 4, 9, &c, les differences 1eres ſont 3, 5 &c, & la difference 2de 2. eſt conſtante. De même dans la Suite des Cubes naturels 1, 8, 27, 64 &c, les differences 1eres ſont 7, 19, 37 &c, les 2des

12, 18, & la 3eme eſt 6, difference conſtante. Dans les Quarrés-quarrés naturels il faut aller juſqu'à la difference 4eme pour trouver 24. difference conſtante, & en général à meſure que l'on éleve les nombres naturels à une puiſſance plus haute d'un degré, la difference conſtante ſe recule auſſi d'un degré. Par exemple, pour leur 10eme puiſſance, ce n'eſt que la difference 10eme qui eſt conſtante.

Il eſt à propos de remarquer qu'on trouve tout d'un coup ces differences conſtantes. Celle des nombres naturels élevés à la 2de puiſſance, eſt le produit des deux 1ers nombres, 1, 2, c'eſt-à-dire 2; celle des mêmes nombres élevés à la 3eme puiſſance, eſt le produit des trois 1ers nombres, 1, 2, 3, ou 6; celle des nombres élevés à la 4eme puiſſance, eſt le produit des quatre 1ers nombres 1, 2, 3, 4, ou 24 &c. Celle des nombres naturels élevés à la 10eme puiſſance, ſera le produit continuel des dix 1ers de ces nombres, ou 3628800.

Cette proprieté d'avoir une derniere difference conſtante, plus ou moins reculée, on ne la connoiſſoit que dans les Séries des puiſſances des nombres naturels : & M. de Lagni l'a trouvée auſſi dans les Séries des homogénes de comparaiſon qui lui venoient par les ſubſtitutions de nombres naturels à la place de l'Inconnue. Ainſi il appelle Progreſſion arithmétique du 1er, du 2d, du 3eme degré &c, toute Suite de nombres dont la difference conſtante eſt ou la 1ere ou la 2de ou la 3eme &c, difference. Les Séries des puiſſances des nombres naturels ſont compriſes parmi ces Progreſſions. La Suite des Quarrés naturels eſt une Progreſſion arithmétique du 2d degré, celle des Cubes du 3eme &c.

Toute Suite de nombres n'eſt pas une Progreſſion arithmétique de quelque degré. Une Progreſſion géométrique n'a aucune difference conſtante, quelque loin qu'on pouſſe les differences; car les differences d'une Progreſſion géométrique ſont en progreſſion ſemblable à celle des termes, & les differences de ces differences, ou differences 2des, encore en progreſſion ſemblable, & ainſi à l'infini : & les differences 1eres n'étant pas conſtantes, il n'y en aura jamais aucunes qui

le ſoient. Mais cela ne fait rien à la Théorie de M. de Lagni; parce que la Suite qu'il cherche des homogénes de comparaiſon, eſt toujours une Progreſſion arithmétique de quelque degré en vertu de ce que les nombres ſucceſſivement ſubſtitués à la place de l'Inconnue, & qui donnent ces differents homogénes, ſont les nombres naturels dont la Progreſſion eſt arithmétique. Et quand même les nombres ſubſtitués ne ſeroient pas les naturels, il ſuffiroit qu'ils fuſſent en une autre Progreſſion arithmétique du 1[er] degré, pour donner toujours les homogénes de comparaiſon en une Progreſſion arithmétique de quelque degré.

On ſent déja ſans doute que l'avantage de ces homogénes de comparaiſon en Progreſſion arithmétique de quelque degré, ſera que leur Série étant parfaitement réguliere, on la pourra continuer tant qu'on voudra par des régles ſûres. En effet cela s'exécute très-aiſément au moyen de la difference conſtante de ces progreſſions. Si, par exemple, cette difference eſt la 3[eme] & eſt 6. comme dans la ſuite des Cubes naturels, il faut ajouter 6. à la derniere des differences 2[des] que l'on a, que je ſuppoſe être 18, la ſomme 24 doit être ajoutée à la derniere des differences 1[eres] qui ſera 37, & 61 ſomme de 24 & de 37 étant ajouté à 64 dernier Cube que l'on avoit, donne 125, Cube qui ſuit immédiatement 64. Ce petit exemple ſuffit pour faire voir comment, avec la difference conſtante, on continuera à l'infini la Série des Cubes naturels par de ſimples additions, & par conſéquent auſſi toutes les Progreſſions arithmétiques de quelque degré qu'elles ſoient. Seulement le nombre des additions ſera plus grand à meſure que le degré ſera élevé.

L'opération que nous venons d'indiquer pour la continuation de la Série des Cubes naturels n'eſt point celle de M. de Lagni; il s'y prend d'un autre ſens, qui revient au même pour le fond, mais donne une méthode plus convenable à ſa Théorie générale. Nous n'avons voulu que faire voir l'uſage de la difference conſtante pour former toutes les progreſſions arithmétiques. Elle ſert à trouver de degré en

degré, comme on vient de le voir dans la formation du Cube 125, les differences qui la doivent précéder, & par elles un terme de la Progreſſion arithmétique; ou bien, & c'eſt la maniere d'operer de M. de Lagni, lorſqu'on a aſſez de termes de la Progreſſion arithmétique, on trouvera par les premieres des differences 1eres, 2des, &c, la difference conſtante, & par-là on continue la progreſſion. Ces differences de differents degrés par leſquelles jointes à un terme de la progreſſion, on forme, ou l'on continue la progreſſion, ſont appellées ici *nombres générateurs*.

Sur ce fondement général de la difference conſtante, M. de Lagni conſtruit des Tables pour la formation de toutes les Suites poſſibles de nombres en progreſſion arithmétique quelconque. Les Suites des nombres naturels élevés à toutes les Puiſſances, les Poligones, les Figurés, ſont compris & abſorbés dans cette multitude immenſe. Et toujours la ſeule addition produit tout.

Des opérations ſi faciles portent avec elles leur démonſtration; la plus legere erreur s'appercevroit dans le moment, & le ſimple coup d'œil la découvriroit. Il n'y a point ici l'inconvénient des Tables d'une conſtruction plus difficile & plus compliquée, où l'on eſt obligé de ſe fier aveuglément à l'habileté du Calculateur, & à l'exactitude de l'Imprimeur. M. de Lagni donne pour exemple de l'extrême facilité de ſon Calcul & d'une eſpece d'impoſſibilité de s'y tromper, une Table des 100 1ers Cubes naturels. Il a aſſuré qu'un ſimple Copiſte, qui ne ſavoit que l'Addition, lui avoit fait en peu de jour une Table des 3000 premiers Cubes.

On peut prendre pour former une Progreſſion arithmétique d'un degré quelconque tels nombres générateurs que l'on veut, grands ou petits, poſitifs ou négatifs, en telle combinaiſon que l'on veut: & de-là naiſſent une infinité de Séries inconnues juſqu'à preſent, & d'autant plus nouvelles que le choix des nombres générateurs ou leur diſpoſition aura été, pour ainſi dire, plus biſarre.

La difference conſtante eſt plus reculée ſelon le degré de

la progreſſion, & plus elle eſt reculée, plus il faut avoir de termes de la progreſſion pour la trouver. Ainſi pour une progreſſion du $3^{eme}$ degré, la difference conſtante ne peut être qu'une difference $3^{eme}$, & pour avoir une difference $3^{eme}$ il faut avoir 4. termes de la progreſſion & toujours ainſi. D'un autre côté nous avons dit qu'il eſt démontré par M. de Lagni que la Série des homogénes de comparaiſon réſultante des ſubſtitutions faites à la place de l'Inconnue, eſt une progreſſion arithmétique du même degré que l'Equation. Si l'Equation eſt, par exemple, du $3^{eme}$ degré, la Série des homogénes ſera donc une progreſſion arithmétique du $3^{eme}$ degré, & dont la difference conſtante ſera une difference $3^{eme}$. Il faudra donc pour avoir cette difference que j'aye 4. homogénes de comparaiſon, & par conſéquent que j'aye fait à la place de l'Inconnue, 4. ſubſtitutions de termes en progreſſion arithmétique du $1^{er}$ degré, comme de 1, 2, 3, 4 ou 10, 20, 30, 40. &c, ou 100, 200, 300, 400. &c. Après cela il eſt facile par les Tables de M. de Lagni de continuer tant que l'on veut, la Suite des homogénes. On voit en même temps à quel nombre ſubſtitué à la place de l'Inconnue, répond chaque homogéne de comparaiſon.

Imaginons une Suite infinie de nombres ſubſtitués à la place de l'Inconnue avec les homogénes correſpondants. Chaque nombre ſubſtitué ſera une valeur de l'Inconnue, ou une Racine dans une Equation qui ſeroit abſolument la même que celle qu'on a propoſée d'abord, excepté qu'elle auroit l'homogéne de comparaiſon qui répond à ce nombre ſubſtitué. Et ſi les nombres ſubſtitués ſont les naturels pris de ſuite, on a toutes les Racines réelles, rationelles, & poſitives poſſibles de toutes les Equations qui ſeront la même que la propoſée, & ne differeront entr'elles que par l'homogéne de comparaiſon. La propoſée trouvera néceſſairement auſſi dans cette Suite infinie ſon homogéne de comparaiſon, ſuppoſé qu'elle n'ait que des racines réelles, rationelles & poſitives, & elle l'y trouvera autant de fois que ſon degré contiendra d'unités ; car un même homogéne de comparaiſon peut répondre, & répond en effet à differentes ſubſtitutions.

Mais comme il n'eſt queſtion que de l'Equation propoſée & de ſes racines, il ne faut pas les aller chercher dans une Suite infinie, ou du moins très-grande, & dont preſque tous les termes ſeroient inutiles au deſſein qu'on auroit. Il faut voir à peu près par la grandeur de l'homogéne donné, & par les coëfficiens & les ſignes de l'Equation, où ſe doit trouver cet homogéne, on eſt toujours ſûr de la Série où il ſe doit trouver, & c'eſt une grande avance. Il faut même voir de la même maniére ſi les nombres ſubſtitués à la place de l'Inconnue, doivent être les naturels, ou ceux d'une progreſſion arithmétique qui ait de plus grandes differences, telle que 10, 20, 30.&c, ou 100, 200, 300.&c. C'eſt ordinairement par des Zero ajoutés à la progreſſion naturelle qu'il faut former les autres progreſſions arithmétiques, dont on jugera avoir beſoin.

Tout cela ſuppoſe que l'Equation propoſée n'ait que des racines réelles, rationelles, & poſitives : & elle en peut avoir d'imaginaires, d'irrationelles, & de négatives. La méthode de M. de Lagni ſatisfait à tous ces cas.

Celui des racines irrationelles eſt le plus aiſé. Alors dans la Série des homogénes il y en a deux conſécutifs dont l'un eſt plus petit, l'autre plus grand que ce donné, & par conſéquent une racine de l'Equation eſt entre les deux nombres ſubſtitués à l'Inconnue correſpondant à ces deux homogénes trouvés dans la Série. Si les deux nombres ſubſtitués ſont conſécutifs dans la Suite naturelle, la racine cherchée eſt donc entre deux nombres qui ne different que de 1, c'eſt donc un nombre irrationel ; car ſelon la préparation préliminaire qu'on a donnée à l'Equation qui eſt délivrée de fractions, il eſt impoſſible que ce nombre moyen ſoit une fraction. Si les deux nombres ſubſtitués different de plus que de 1, ils ſeront toujours des limites entre leſquelles ſera la racine cherchée qui n'en ſera pas moins irrationelle, & on la trouvera par le moyen de ces limites.

Les deux autres cas demandent une conſidération nouvelle. Les homogénes de comparaiſon qu'on poſe d'abord

pour établir leur Série, ou ceux qui viennent ensuite peuvent être tels que les uns soient positifs, les autres négatifs, ou tous négatifs, ou qu'enfin ils changent du positif au négatif, & du négatif au positif. Il se peut même que des nombres tous positifs aient des differences négatives dans quelque ordre; parce qu'en prenant toujours des differences de differences, on aura été obligé de soustraire un plus grand nombre d'un plus petit. Ainsi ces 4. nombres 246, 486, 714, 924 qui appartiennent à une progression arithmétique du 3<sup>eme</sup> degré ont leurs differences 2<sup>des</sup> négatives, & la 3<sup>eme</sup> qui est la constante négative aussi. C'est 6. affecté du signe moins. Et comme les Séries des homogénes se continuent par le moyen des differences, elles doivent faire entrer leurs signes négatifs dans ces Séries.

Quand il ne se trouve par les substitutions faites à la place des Inconnues, que des homogénes négatifs, toutes les racines sont imaginaires; car par la préparation préliminaire que la méthode exige, l'homogéne donné étant toujours positif, l'Equation est absolument impossible, ou, ce qui est le même, toutes ses racines sont imaginaires, dès qu'on voit que cette Equation ne peut avoir que des homogénes négatifs.

S'il vient des homogénes, les uns positifs, les autres négatifs, & qu'aucun ne soit le donné, on voit quel est celui des positifs qui approche le plus de ce donné, & par-là on sait ce qu'il faudroit ajouter à ce donné, ou en retrancher pour rendre l'Equation réelle, au lieu qu'elle étoit absolument imaginaire.

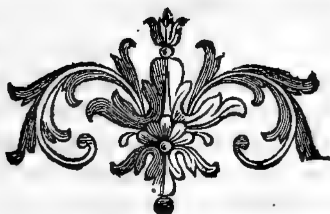
Si l'homogéne donné se trouve & parmi les positifs & parmi les négatifs, il y a autant de racines de l'un & de l'autre genre qu'il se trouve de fois dans l'un & l'autre genre. Ici les homogénes négatifs ne donnent pas des racines imaginaires, parce que l'Equation n'est indispensablement obligée qu'à avoir un homogéne positif, & qu'elle n'est pas imaginaire pour en avoir de négatif.

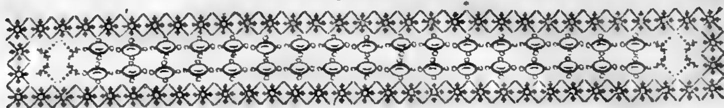
Si l'homogéne donné est parmi les positifs un certain nombre de fois moindre que le nombre des racines ou du degré

de

de l'Equation, & qu'ensuite il ne se puisse trouver parmi les homogénes négatifs, toutes les racines de l'Equation qui restoient à trouver sont imaginaires.

On verra dans la suite les fruits de cette nouvelle Méthode par les applications que M. de Lagni en fera aux Equations les plus embarrassantes, & par des abrégés d'opération qu'il donnera pour faciliter une pratique déja si facile. Il semble que la face de l'Algébre doive considérablement changer, à moins que d'anciennes habitudes ne prévalent étrangement. La Géometrie même en profitera; il naîtra de cette Théorie des méthodes pour trouver les sommes quelconques des progressions arithmetiques de tous les degrés; or de ces sommes, ou de ces intégrations dépendent les Quadratures & les Rectifications des Courbes. Les bonnes routes ménent bien loin. Y en auroit-il une absolument la meilleure de toutes? Et sera-t'il possible de la trouver?





# GEOMETRIE.

## SUR LES COURBES

### CONSIDERE'ES EXACTEMENT COMME COURBES, OU COMME POLIGONES INFINIS.

UN Religieux Italien, qui a du nom dans les Mathématiques, attaqua il y a plusieurs années M. Varignon sur quelques points de la Géometrie nouvelle. Celui-ci ayant négligé assez long-temps de répondre, s'y résolut enfin, quoiqu'il eût pû se reposer du soin de sa défense sur tous les grands Géometres de ce siécle, avec qui il étoit parfaitement d'accord sur les points contestés. C'est là le dernier Mémoire qu'il ait donné à l'Académie. Nous en détacherons ce qu'il peut y avoir d'utile & d'instructif pour le Public, & nous donnerons même à cette partie un peu plus d'étendue que n'avoit fait M. Varignon. Pour l'autre, qui est toute personnelle, & polémique, nous la retrancherons entiérement; l'Aggresseur de M. Varignon y gagnera peut-être quelque chose, & le Public n'y perdra rien, si ce n'est quelque petit plaisir de malignité, que M. Varignon ne lui auroit certainement donné qu'à regret. D'ailleurs le Public Mathématicien n'est pas si malin.

Les Courbes sont telles que considérées en elles-mêmes l'Esprit humain n'y peut trouver aucune prise. Il peut bien découvrir les propriétés de lignes droites qui se rapportent à ces Courbes, celles, par exemple, des Ordonnées d'un Cercle, de ses Cordes, de ses Tangentes, &c. Mais le Cercle en lui-même demeure inconnu; nous ne concevons point comment se fait cette *flexion* continuelle de ses parties en quoi consiste sa cour-

bure, quelle eſt la grandeur de cette flexion, ni ſon rapport à une autre flexion plus ou moins grande qui fera une autre courbure.

Puiſque nous ne concevons diſtinctement que des lignes droites, la nouvelle Géometrie a rapproché les Courbes de la portée de notre Eſprit en les concevant comme compoſées de droites, à la maniére que tout le monde fait. Il eſt vrai que ces droites ſont infiniment petites, que les angles qu'une d'entr'elles prolongée fait en dehors avec ſa contiguë, ſont infiniment petits, & que toutes les grandeurs qui ſortent du fini, & vont dans l'infiniment grand ou l'infiniment petit s'y perdent, & nous échapent; mais c'eſt un grand avantage d'avoir réduit les Courbes à n'être que des aſſemblages de droites; & quoique la grandeur infiniment petite de ces droites ou de leurs angles ne ſoit pas diſtinctement conçûe, nous ſavons certainement ce qui doit ſuivre de la ſuppoſition qu'elle eſt infiniment petite. Les Courbes conſidérées de cette 2de maniére ſont des Poligones rectilignes d'une infinité de côtés infiniment petits, ou ſimplement des Poligones infinis: & de la 1ere maniere, on les peut appeller, comme a fait M. Varignon, Courbes *rigoureuſes*.

La Courbe Poligone n'eſt qu'une Courbe *approchée*, ou infiniment peu différente de la *rigoureuſe*. Plus on augmente le nombre des côtés d'un Poligone régulier inſcrit dans un Cercle, plus ſon perimétre approche d'être le même que le perimétre ou la circonférence du Cercle; & enfin quand ſes côtés ſont en nombre infini, & par conſéquent infiniment petits, le perimétre du Poligone différe infiniment peu de la circonférence du Cercle. Mais à la rigueur il en différe encore, & il en peut différer infiniment moins. Il faut pour cela concevoir au lieu de ce 1er Poligone infini, dont les côtés ſont infiniment petits, du 1er ordre, un autre Poligone dont les côtés ſeront infiniment petits, du 2d ordre, & par conſéquent en nombre infiniment plus grand que ceux du 1er Poligone; ce 2d Poligone inſcrit au Cercle en différera infiniment moins que le 1er, qui en différoit infiniment peu.

On dira la même chose d'un 3[eme] Poligone dont les côtés seront des infinimens petits du 3[eme] ordre, & enfin aucun Poligone ne sera le Cercle rigoureux que celui dont les côtés seront des infinimens petits d'un ordre infiniment bas, ou du dernier ordre, si cependant il y en a un dernier; & au cas qu'il y en ait un, les côtés du Poligone qui sera le Cercle rigoureux, ne seront que des points absolus. On voit assez par-là la différence essentielle des Courbes rigoureuses & des Courbes Poligones.

On pourroit demander pourquoi on se contente de considérer les Courbes comme des Poligones dont les côtés sont des infinimens petits du 1[er] ordre, & s'il ne vaudroit pas mieux pousser ces côtés à des ordres inférieurs, car on approcheroit davantage de la Courbe rigoureuse, qui est la vraie. Je réponds que le 1[er] ordre suffit le plus souvent, qu'alors on ne gagneroit rien à aller plus loin, & que quand il y faut aller, on s'en apperçoit aussitôt par la nature de la chose. Cela demanderoit une petite Théorie à part, & qui n'est pas du sujet présent.

Mais j'avance de plus ce paradoxe, qu'il me semble que je puis prouver: il n'y a point de Courbes rigoureuses, c'est-à-dire dont les parties distinguées entr'elles par leurs différentes positions, ne soient que des points absolus. Cela est clair par cet énoncé même. Tous les Géometres conviennent qu'une Courbe est courbe, parce que deux quelconques de ses parties consécutives sont différemment posées par rapport à un Axe commun; si la 1[ere] lui est inclinée d'une certaine quantité, la 2[de] l'est plus ou moins, c'est là ce qui fait la flexion continuelle ou courbure. Ces deux parties consécutives ne sont donc pas deux points, car ils n'auroient ni l'un ni l'autre aucune position par rapport à l'Axe; ce sont donc deux droites infiniment petites, aussi capables de position malgré leur petitesse, que des droites finies.

En un mot, il n'y a qu'une étendue qui puisse être, ou perpendiculaire, ou paralléle, ou oblique à une autre; donc une Courbe, ou perpendiculaire, ou paralléle, &c. à son axe, l'est

par une étendue. Or ni un point, ni un nombre fini de points, quelque grand qu'il soit, ne font une étendue, donc c'est par une ligne droite qu'une Courbe est posée à l'égard de son axe de la maniere dont elle l'est en chacune de ses parties; donc ses parties sont des droites, & il n'y a point de Courbes rigoureuses.

En effet il n'y a point de Lignes que l'on ne puisse concevoir comme décrites par des mouvemens; les droites par des mouvemens qui ne changent point de direction, les Courbes par des mouvemens qui en changent à chaque instant. Or les mouvemens qui en changent à chaque instant, en ont donc une pendant chaque instant; & il est impossible qu'un mouvement ait une direction, s'il ne décrit une droite quelle qu'elle soit. Donc, &c.

J'ajouterai encore que les Tangentes d'une Courbe rigoureuse ne représenteroient point ses différentes positions à l'égard de l'axe, comme tous les Géometres tombent d'accord qu'elles les représentent. Une Tangente n'aura qu'un point commun avec la Courbe, & ne passera point du dehors au dedans; mais ce point commun à la Tangente & à la Courbe, n'ayant point de position dans la Courbe, il n'en donnera point une à la Tangente qui lui soit commune avec la Courbe. Il est vrai que cette Tangente aura une position; mais parce qu'elle sera obligée de passer par un seul point de la Courbe, & d'éviter tous les autres, & non parce qu'elle aura pris la position de la Courbe.

C'est ainsi que l'hypothése des Courbes Poligones qui sembloit n'être qu'une fiction commode substituée à un vrai intraitable, devient elle-même ce vrai, quand on la considére de plus près. On croyoit qu'elle approchoit infiniment du vrai, & il se trouve que le vrai ne doit pas aller plus loin. Cependant nous appellerons toujours Courbes rigoureuses, celles dont on concevroit que les *élémens* ne seroient que des points absolus.

Euclide n'a connu que le Cercle rigoureux. Selon cette idée une Tangente étant tirée à un point quelconque du Cer-

cle, elle fait avec l'arc qu'elle laiſſe audeſſous d'elle un angle *mixtiligne*, où Euclide a démontré qu'il ne pouvoit paſſer aucune ligne droite qui le diviſât. Cet angle qu'on appelle *d'attouchement* eſt d'une nature particuliére, & ne peut être comparé avec aucun angle meſurable. Tout cela eſt un peu confus; la nouvelle Géometrie le démêle. Un Cercle étant conſidéré comme un Poligone infini, dont tous les angles, c'eſt-à-dire, ceux que comprennent deux côtés contigus ſont infiniment peu différens de l'angle obtus de 180, ſi l'on prolonge un côté quelconque, il fait avec ſon contigu au dehors du Cercle ou Poligone un angle qui eſt le complément de l'angle obtus intérieur, à deux droits ou à 180, & par conſéquent eſt infiniment petit. Cet angle eſt celui d'attouchement, & rectiligne; & le côté prolongé eſt une Tangente du Cercle. Il ne peut paſſer au dedans de cet angle, comme l'a dit Euclide, aucune ligne droite qui le diviſe; ce n'eſt pas parce qu'il eſt mixtiligne, car il ne l'eſt plus, c'eſt parce qu'il eſt infiniment petit. Il pourroit pourtant être, ou plus petit, ou plus grand; & il le ſera effectivement en différentes Courbes conçûes de même comme Poligones; mais tant qu'il demeurera infiniment petit, quoiqu'il varie de grandeur, il ſera impoſſible d'y faire paſſer une ligne droite, ou d'en aſſigner une qui y paſſe. Je dis *faire paſſer*, ou *aſſigner*, & non concevoir une droite qui y paſſe; car puiſque cet angle peut varier de grandeur, il faut néceſſairement qu'on puiſſe le concevoir diviſé; mais il ne peut pas l'être actuellement à cauſe de ſon infinie petiteſſe. Cette même petiteſſe fait qu'il ne peut être comparé avec aucun angle meſurable ou fini.

M. Varignon a démontré contre ſon Aggreſſeur, que cet angle extérieur rectiligne infiniment petit, eſt égal à l'angle compris entre deux rayons du Cercle Poligone terminés aux deux extrémités d'un côté quelconque. Nous appellerons cet angle l'*angle du centre*, & l'obtus compris entre deux côtés contigus du Poligone, l'*angle du Poligone*. Voici une démonſtration de la propoſition très-ſimple & generale pour tous les Poligones réguliers inſcrits au Cercle d'un nombre de cô-

tés quelconque. Tout Poligone régulier inſcrit diviſe le Cercle en un certain nombre d'arcs égaux, en 3, en 4, en 5 &c. ſoit en 10, par exemple. L'angle du Décagone a pour meſure la moitié de 8 arcs égaux ſur leſquels il eſt appuyé. Si un côté du Décagone eſt prolongé, l'angle extérieur qu'il fait avec le côté contigu ou conſécutif, eſt le complément de l'angle du Décagone à deux droits; donc il a pour meſure la moitié des 2 arcs reſtans du Cercle, ou un de ces arcs. L'angle du centre a un de ces arcs pour meſure; donc l'angle extérieur, & l'angle du centre ſont égaux. Il eſt viſible qu'il en ira de même de tout Poligone, ſoit d'un moindre nombre de côtés, ſoit d'un plus grand, juſque dans l'infini.

Cette démonſtration n'auroit pas lieu dans le Cercle rigoureux, car on n'y ſauroit déterminer un angle du centre correſpondant à l'angle extérieur; on le détermine dans le Poligone quelconque par un côté qui eſt ſa baſe, ou ſa ſoutendante: mais dans le Cercle rigoureux il n'y a point de côté, ni par conſéquent de ſoutendante qui réponde à cet angle, ni par conſéquent cet angle.

Si de l'extrémité du côté avec lequel le côté prolongé fait l'angle extérieur, on tire parallélement au rayon qui paſſe par le ſommet de cet angle, une petite droite qui en ſera la baſe, il eſt très-aiſé de voir qu'on aura deux triangles, l'un *extérieur*, l'autre *du centre*, qu'ils ſeront iſocéles l'un & l'autre, & que leur angle du ſommet étant égal, ainſi qu'il vient d'être prouvé, ils ſeront ſemblables. Delà M. Varignon tiroit une expreſſion de la baſe de l'angle extérieur, ou d'attouchement du Cercle Poligone. Elle eſt du 2^d ordre d'infiniment petit.

Si l'on prend le Cercle rigoureux, c'eſt une autre Théorie. La Tangente n'eſt plus l'un des deux côtés contigus prolongé; c'eſt une ligne tirée par le point où les deux côtés contigus ſe joignoient, & faiſoient l'angle obtus. Il faut concevoir ainſi la Tangente du Cercle dans Euclide, & dans toute l'ancienne Géometrie. Elle diviſe en deux parties égales l'angle extérieur ou d'attouchement du Cercle Poligone,

& réduit l'angle d'attouchement du Cercle rigoureux, & sa base à n'être que la moitié de ce qu'ils étoient. Cette base est d'une grande importance dans la considération des Rayons Osculateurs & des Forces Centrales: & l'on pourroit en ces matiéres tomber dans quelques méprises, faute de distinguer assez entre le Cercle Poligone & le rigoureux. On y étoit tombé effectivement en accusant M. Varignon d'avoir fait la formule des Rayons Osculateurs, & celle des Forces Centrales trop grande de la moitié; il se justifioit aisément par la distinction que nous venons de dire, sans conter d'autres raisonnemens que la surabondance de droit lui fournissoit.

Son Aggresseur avoit commis une faute plus considérable en voulant lui prouver que le Cercle Poligone pouvoit conduire à l'erreur. Il trouvoit que si un Corps en décrivoit la circonférence, & qu'en même-temps il reçût l'impression d'une force Centrale toujours tendante au Centre, cette force venoit par le calcul deux fois plus grande qu'elle ne devoit être selon M. Huguens, suivi de tous les Géometres. Voici ou son raisonnement, ou un équivalent.

Il faut considérer deux forces dans le Corps mû de la maniére supposée, l'une de projection uniforme, par laquelle il décrit dans un instant un côté du Cercle Poligone, & décriroit dans l'instant suivant égal un prolongement égal de ce côté; l'autre, qui vient de la force centrale, l'empêche de s'échaper par le prolongement du côté, le retient sur la circonférence du Cercle, & par conséquent lui donne une impression dont la mesure est la base de l'angle extérieur; car sans la force centrale il s'écarteroit du Cercle de toute l'étendue de cette base. Toute force centrale est accélératrice; donc il faut considérer la base de l'angle extérieur comme décrite par un mouvement accéléré. Donc le mouvement actuel par lequel le Corps au lieu de s'échaper dans un 2[d] instant par le prolongement du côté parcouru dans le 1[er], parcourt dans ce 2[d] instant un 2[d] côté, est composé de deux mouvemens, l'un uniforme, l'autre accéléré, & le 2[d] côté parçouru est la Diagonale du parallélogramme formé par les

deux

deux lignes des deux mouvemens primitifs. Or ſelon le ſyſtême de Galilée, une ligne donnée étant parcourue d'un mouvement accéléré, le double de cette ligne ſeroit dans le même temps parcouru d'un mouvement uniforme, dont la viteſſe conſtante ſeroit égale à la derniere du mouvement accéléré. Donc pour réduire tout dans le cas préſent à des mouvemens uniformes, il faut doubler la baſe de l'angle extérieur, & en faire l'un des côtés du parallélogramme des mouvemens primitifs. Or cela fait, la force centrale eſt double de ce que M. Huguens l'a trouvée. Donc, concluoit-on, le Cercle Poligone conduit à l'erreur.

M. Varignon prouvoit au contraire que l'erreur étoit dans ce raiſonnement même, & il faut convenir qu'elle eſt aſſez délicate. Il eſt vrai que la force centrale eſt accélératrice: & cependant dans la ſuppoſition où l'on étoit, il ne falloit pas regarder cette baſe qu'elle fait décrire, comme décrite par un mouvement accéléré.

Quand deux forces produiſent un mouvement compoſé, ou, ce qui eſt le même, font décrire la diagonale d'un parallélogramme, cette diagonale n'eſt une ligne droite qu'en cas que les deux forces produiſent chacune un mouvement uniforme; ſi l'une des deux eſt accélératrice, la diagonale n'eſt plus droite, mais courbe. C'eſt ainſi qu'un Boulet de Canon tiré horiſontalement, & pouſſé par deux forces, dont l'une eſt une projection horiſontale uniforme reçûe de la Poudre, & l'autre le mouvement accéléré de la Peſanteur, qui le tire en embas verticalement, décrit une diagonale courbe, qui eſt une Parabole. On ſuppoſoit le Cercle Poligone, & par conſéquent le Corps qui circuloit, en devoit dans un inſtant décrire un côté ou petite ligne droite qui étoit la diagonale réſultante de deux forces. Aucune de ces deux forces n'étoit donc accélératrice. Il eſt vrai que la force centrale l'eſt néceſſairement, & par ſa nature, & qu'elle l'eſt même dans un inſtant infiniment petit, tel qu'on le ſuppoſoit : mais nous avons prouvé en 1701. * que l'augmentation de viteſſe qu'elle y cauſe, eſt infiniment petite par rapport à la viteſſe de

* p. 90. 2de. Edit.

cet instant: & par conséquent la force centrale y pouvoit être regardée comme uniforme, & devoit l'être à cause du Cercle Poligone. Pour ne l'avoir pas fait, & pour lui avoir fait décrire en la changeant en uniforme, une ligne double de la vraie, on la trouvoit deux fois trop grande.

Si on eût pris le Cercle rigoureux, la diagonale résultante du mouvement composé étoit un petit arc, & par conséquent courbe. Alors la ligne qui appartenoit à la force centrale, & qui est la base de l'angle d'attouchement, étoit décrite d'un mouvement accéléré: mais nous avons vû qu'elle n'est que la moitié de la base de l'angle d'attouchement du Cercle rigoureux. Ainsi pour changer la force centrale accélératrice en uniforme, on auroit eu le double de cette ligne, ou la base de l'angle d'attouchement du Cercle Poligone, & il seroit venu la même conclusion que M. Huguens a tirée pour le Cercle rigoureux, car il ne le considéroit que sous cette idée, & il n'a fait qu'entrevoir la nouvelle Géometrie.

Voilà les principales instructions que nous avons pû tirer du procès qu'on avoit fait à M. Varignon. Les Géometres une fois avertis de ces précautions avec lesquelles il faut marcher dans la Méthode des infinimens petits, trouveront d'eux-mêmes celles qu'il resteroit peut-être encore à y ajoûter.

---

## *SUR UNE DIFFICULTE' QUI REGARDE L'ISOCRONISME DE LA CYCLOIDE.*

V. les M. p. 70. & 128.

M Huguens a demontré qu'une demie-Cycloïde, car elle suffit ici, étant renversée, un Corps pesant qui tombera le long de la concavité de cette Courbe jusqu'à son point le plus bas, ou son fond, employera toujours un temps égal à en parcourir l'arc qu'il parcourra, de quelque longueur que soit cet arc, ou, ce qui est le même, de quelque point plus ou moins élevé que soit tombé le Corps. C'est là, comme tout le monde sait, l'isocronisme de la Cycloïde.

La démonstration subsiste jusque dans l'infiniment petit, & l'arc infiniment petit qui termine la demie-Cycloïde, ne sera parcouru que dans un temps fini, égal au temps dans lequel eût été parcourue la demie-Cycloïde entiere; car l'isocronisme de la Cycloïde étant absolument indépendant de la grandeur des arcs, & ne cessant point, quelque petits qu'ils soient dans le fini, il doit passer sans aucune altération jusque dans l'infiniment petit. Il est même aisé de voir que le Corps ne peut parcourir le dernier arc infiniment petit de la demi-Cycloïde qu'en un temps fini. Cet arc est presque horisontal, il est la diagonale d'un parallélogramme rectangle dont un des côtés est une ligne horisontale infiniment petite du 1^er^ ordre, & l'autre une verticale infiniment petite du 2^d^, ce que les Géometres verront du premier coup d'œil. Le Corps qui a cet arc à parcourir, ne se meut ou ne tombe qu'en vertu de la force verticale, & cette force qui est du 2^d^ ordre est infiniment petite par rapport à l'espace qui doit être parcouru. Donc le Corps est dans le même cas que si avec une force infiniment petite du 1^er^ ordre, il avoit à parcourir un espace fini, & il est évident qu'il ne le parcourroit qu'en un temps infini, ou dans un temps de l'ordre supérieur à celui de l'espace. Donc le Corps qui doit parcourir le petit arc de la Cycloïde, ne le parcourra qu'en un temps fini. Quant à l'égalité de ce temps avec celui qu'il faudroit pour la demie-Cycloïde entiere, c'est une chose qui dépend de la nature particuliere de la Courbe.

Selon tous les principes de la nouvelle Géometrie, cet arc infiniment petit de la Cycloïde, peut être pris pour celui du Cercle qui seroit son Cercle Osculateur dans son point le plus bas, car toute Courbe n'est que la Suite des arcs infiniment petits des Cercles qui la *baisent* en ses différens points. Selon les mêmes principes la corde d'un arc infiniment petit, peut être prise sans aucune erreur pour l'arc même. D'un autre côté, Galilée a démontré que des chûtes par les cordes quelconques d'un même cercle sont toutes isocrones, & cet isocronisme va jusque dans l'infiniment petit aussi bien que

celui de la Cycloïde, de ſorte que le temps d'une chûte par une corde infiniment petite, qui part de l'extrémité du diametre vertical d'un Cercle, eſt égal au temps d'une chûte par ce diametre. Donc le temps par la corde infiniment petite du Cercle Oſculateur de la demie-Cycloïde, ou par l'arc de ce Cercle, ou par l'arc de la demie-Cycloïde eſt égal au temps par le diametre vertical de ce Cercle.

M. Huguens a démontré que le temps par un arc de la demie-Cycloïde eſt au temps par le diametre de ſon Cercle générateur, comme la demie-circonférence d'un Cercle eſt au diametre. Tous les Géometres ont applaudi à cette détermination, qui a été confirmée par pluſieurs démonſtrations poſtérieures.

D'un autre côté enfin on ſait que le Cercle Oſculateur de la demie-Cycloïde dans ſon point le plus bas lorſqu'elle eſt renverſée, a un diametre quadruple de celui du Cercle Générateur, d'où il ſuit évidemment, ſelon le Syſtême de Galilée, que le temps d'une chûte par le diametre vertical du Cercle Oſculateur, eſt double du temps d'une chûte par le diametre du Générateur.

Voilà donc, pour raſſembler tout ſous un même coup d'œil, cinq propoſitions qui paroiſſent bien conſtantes.

1°. Selon la Géometrie nouvelle un arc Circulaire infiniment petit & ſa Corde, ne ſont que la même grandeur, & par conſéquent le temps par l'une & par l'autre eſt le même.

2°. Selon la même Géometrie, un arc infiniment petit d'une Courbe, & l'arc de ſon Cercle Oſculateur en ce point, ſont le même, & par conſéquent l'arc infiniment petit, qui termine la demie-Cycloïde renverſée, & l'arc de ſon Cercle Oſculateur en ce point, ſont le même, & le temps par les deux, le même.

3°. Selon le Syſtême de Galilée, le temps par le diametre du Cercle Oſculateur de la demie-Cycloïde à ſon point le plus bas, eſt double du temps par le diametre du Cercle Générateur.

4°. Selon Galilée, le temps par la Corde infiniment petite

qui termine un demi-Cercle, est égal au temps par le diametre de ce Cercle.

5°. Selon M. Huguens, le temps par le dernier arc infiniment petit de la Cycloïde, est au temps par le diametre du Cercle Générateur, comme la demie-circonférence du Cercle au diametre : ou, en supposant que le diametre soit 1, & la circonférence un peu plus de 3, comme un peu plus de 3 est à 2, ou, si l'on veut, comme 3 à 2.

De ces propositions comparées naît une difficulté très-considérable. Selon la 2de proposition, le temps par le dernier arc infiniment petit de la Cycloïde, est le même que le temps par l'arc du Cercle Osculateur; selon la 1ere, celui-ci est le même que le temps par la corde correspondante du Cercle Osculateur; selon la 4eme, le temps par cette corde est le même que le temps par le diametre du Cercle Osculateur, donc le temps par le petit arc de la Cycloïde est le même que le temps par le diametre du Cercle Osculateur, donc selon la 3eme proposition le temps par le petit arc de la Cycloïde est double du temps par le diametre du Cercle Générateur: & comment le rapport de ces deux temps est-il en même temps selon la 5eme proposition celui de 3 à 2?

Feu M. Parent apperçut le premier cette difficulté. M. le Chevalier de Louville la trouva aussi sans savoir qu'elle eût déja été trouvée, & la proposa à l'Académie. M. Saurin a entrepris de la résoudre, & il en fait toute l'histoire que nous supprimons ici.

Il y a certainement de l'erreur quelque part, & elle doit être bien subtile, puisqu'elle a échapé à tant de grands Géometres qui ont souvent manié ces sujets. M. Saurin la cherche dans tous les principes qui ont été employés; il prouve contre M. Parent qu'elle n'est point dans ceux qui ont donné à M. Huguens l'isocronisme des arcs quelconques de la Cycloïde: il est constant qu'elle n'est point dans ceux qui ont donné à Galilée l'isocronisme des Cordes du Cercle: & voici enfin où il la découvre, mais d'une maniere encore plus géometrique que nous n'allons faire ici.

On peut prendre au lieu de l'arc infiniment petit de la Cycloïde, celui du Cercle Osculateur, & au lieu de cet arc sa corde, il n'y a point là d'erreur; mais ce n'est pas à dire qu'on puisse prendre le temps par un arc circulaire infiniment petit pour le temps par sa corde. Ce qui fait la confusion ou l'identité de l'arc & de la corde, tous deux infiniment petits, c'est qu'ils n'ont qu'une différence infiniment petite du 2[d] ordre, nulle par rapport à eux; mais quand il s'agit des temps pendant lesquels ces deux espaces sont parcourus, nous avons vû que la force verticale qui seule les fait parcourir est un infiniment petit du 2[d] ordre, par rapport auquel une différence de ce même ordre dans les espaces est une grandeur qui ne peut être négligée, & par conséquent les temps seront différens, comme s'il s'agissoit d'espaces finis inégaux, qu'une force finie fît parcourir.

Pour peu qu'on se presse de tirer des conséquences, il suit delà que puisque la différence de grandeur qui est entre l'arc & la corde appartient à l'arc, ce sera l'arc qui sera parcouru en plus de temps. Mais c'est justement le contraire, & il est très-aisé de le voir par ce qui a été établi ici.

Il reste indubitable que le temps par l'arc du Cercle Osculateur est égal au temps par l'arc de la Cycloïde. Il est indubitable aussi que le temps par la corde de l'Osculateur est égal au temps par le diametre de ce Cercle. Donc le temps par l'arc circulaire infiniment petit est au temps par sa corde, comme le temps par l'arc de la Cycloïde, au temps par le diametre du Cercle Osculateur.

Le temps par l'arc de la Cycloïde est au temps par le diametre du Cercle Générateur comme 3 à 2, & par conséquent au temps double par le diametre du Cercle Osculateur comme 3 à 4, donc ce rapport est celui du temps par un arc circulaire infiniment petit au temps par sa corde.

M. le Chevalier de Louville a jugé que ce temps, par l'arc plus court que par la corde, étoit une vérité assez paradoxe pour mériter d'être prouvée de plus d'une façon : & il le fait d'une maniere très-savante, & par des Series infinies. Il sem-

ble cependant qu'on devoit être déja préparé à cette merveille par la Courbe de la plus vîte descente. On sait que c'est une demie-Cycloïde renversée qui est parcourue en moins de temps que sa corde, ou que la ligne droite qui joint ses deux points extrêmes. En général ce n'est pas la seule longueur d'une ligne qui fait la longueur du temps pendant lequel elle est parcourue ; c'est aussi sa position si elle est droite, & la combinaison de ses différentes positions si elle est courbe, & à l'égard d'un moindre temps l'avantage de la position ou des positions peut réparer aisément & surpasser le désavantage d'une plus grande longueur.

On peut même ajoûter ici une réflexion. M. de Louville a démontré que le temps par l'arc circulaire infiniment petit est plus court que le temps par sa corde. Lorsque cet arc circulaire est celui du Cercle Osculateur de la Cycloïde, il est aussi celui de la Cycloïde, & sa corde est la corde du dernier arc infiniment petit de la Cycloïde. D'un autre côté nous venons de dire, & tous les Géometres le savent presentement, que la demie-Cycloïde entiere est parcourue en moins de temps que sa corde. Voilà donc une proprieté qui appartient à la Cycloïde prise dans sa plus grande étendue finie, & qui lui appartient encore lorsqu'elle est réduite à l'infiniment petit ; & il y a tout lieu de juger que cette même proprieté lui appartiendra dans toutes ses étendues moyennes ; c'est-à-dire qu'à quelque point de la Cycloïde que l'on tire une corde qui partira de son point le plus bas, l'arc Cycloïdal sera parcouru en moins de temps que la corde correspondante.

Quant au Cercle, on sait donc que le temps par son dernier arc infiniment petit est plus court que le temps par sa corde. Galilée a prouvé, & M. de Louville promet de le prouver mieux, & par une autre voye, que le temps par le Quart du Cercle est plus court que le temps par sa corde, & par conséquent on peut juger de tout l'entre-deux.

Tandis que M. Saurin avoit la Cycloïde entre les mains, il s'est apperçû que son isocronisme pouvoit être démontré d'une maniere beaucoup plus simple, & plus naturelle qu'il

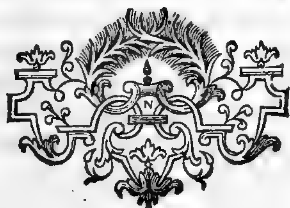
ne l'avoit encore été, & nous allons découvrir cette ſource en remontant même encore un peu plus haut qu'il n'a fait.

L'iſocroniſme des Cordes du Cercle n'a peut-être pas encore été démontré aſſez ſimplement. Soit un demi-Cercle poſé verticalement, dont une Corde quelconque parte du point le plus haut de ſon diametre, elle eſt l'eſpace que le Corps doit parcourir. Que du point où elle rencontre la circonférence on tire ſur le diametre une perpendiculaire, qui le diviſera en deux parties, l'une ſupérieure, l'autre inférieure, la Corde ſera moyenne proportionnelle entre le diametre & ſa partie ſupérieure, ou, ce qui eſt le même, le produit de la racine du diametre par la racine de ſa partie ſupérieure. C'eſt donc là l'expreſſion du chemin du corps. Que l'on diviſe cette expreſſion par celle de la derniere viteſſe que le Corps aura acquiſe dans ſa chûte accélérée, on aura un temps égal à celui pendant lequel le corps parcourroit d'un mouvement uniforme un eſpace double de la Corde parcourue d'un mouvement accéléré. La derniere viteſſe acquiſe par la chûte, eſt la racine de la hauteur verticale d'où le corps eſt tombé, ou de la partie ſupérieure du diametre du demi-Cercle. Or en diviſant par la racine de la partie ſupérieure du diametre le produit de cette racine & de celle du diametre, il ne reſte, pour l'expreſſion du temps, que celle du diametre, qui eſt une grandeur conſtante. Donc quelle que ſoit la Corde que le corps parcourt, le temps eſt toujours le même, & le diametre n'étant qu'une corde, le temps par le diametre n'eſt pas plus long que par la plus petite corde, fût-elle infiniment petite.

On voit aſſez que cet iſocroniſme vient d'une certaine combinaiſon préciſe de la longueur & de la poſition des eſpaces parcourus. Les plus longs ſont poſés plus verticalement, & font acquerir plus de viteſſe dans la même raiſon qu'ils ſont plus longs, & au contraire, ce qui produit l'égalité des temps.

Depuis que l'on connoît la Cycloïde, on ſait que ſes Tangentes

gentes à des points quelconques sont paralléles aux Cordes des arcs correspondans du Cercle générateur, c'est-à-dire selon la Géométrie nouvelle, que les côtés infiniment petits ou élémens de la Cycloïde ont les mêmes positions que ces Cordes correspondantes. Cela seul pouvoit faire conjecturer que la Cycloïde engendrée du Cercle avoit aussi quelque isocronisme; & quand on a connu par d'autres voies l'isocronisme de ses arcs, il semble qu'il eût été fort naturel d'en chercher la source dans celui des Cordes du Cercle connu aussi; cependant avant M. Saurin on ne l'avoit point encore fait, peut-être parce que l'on se contente d'amasser des verités, & qu'on ne se met pas tant en peine de les lier.



# ASTRONOMIE.

## *SUR LA PARALLAXE DE MARS ET DE VENUS.*

V. les M. p. 216.

TOUTE Parallaxe en général consiste en ce qu'un même objet vû en même-temps de deux différens lieux ou points, est rapporté à deux points différens. Une plus grande distance de ces deux points ausquels l'objet est rapporté est une plus grande parallaxe & une plus grande distance des deux points d'où l'objet est vû, cause une plus grande parallaxe, supposé dans ces deux cas qu'il n'y ait eu que les deux points où l'objet a été rapporté, ou les deux d'où il a été vû, qui ayent changé de distance entr'eux.

Si les deux points d'où un objet est vû, étant toujours à même distance entr'eux, sont toujours plus éloignés de l'objet, sa parallaxe diminuera toujours, & enfin deviendra nulle ou insensible, quand la distance des deux points entre-eux n'aura point de rapport sensible & mesurable à l'éloignement de l'objet. Les parallaxes de l'objet diminueront en même raison que son éloignement augmentera. Il faut dire la même chose de différens objets différemment éloignés. Leurs parallaxes seront proportionnelles à leurs distances.

Quand les anciens Astronomes chercherent les distances des Planetes à la Terre, ils jugerent avec beaucoup de vraisemblance, & réellement selon la verité, que les Planetes, qui faisoient leur révolution annuelle dans le Zodiaque autour de la Terre en un temps plus long, étoient plus éloignées. Ils appliquoient facilement cette régle à la Lune, au Soleil, à Mars, à Jupiter, & à Saturne : mais Vénus &

Mercure leur faisoient de la peine, car ces deux Planetes ne parcourent le Zodiaque que dans le même temps que le Soleil, du moins si on prend leur révolution moyenne, & par conséquent elles n'eussent eu qu'une même distance à la Terre, ce qui ne paroissoit guère possible.

Ils imaginerent pour les distances des Planetes à la Terre une autre régle, ou, si l'on veut, un supplément à celle-ci. Ils avoient observé que Mercure & Vénus ne s'éloignoient jamais du Soleil que d'un certain nombre de degrés, Mercure moins que Vénus: au lieu que Mars, Jupiter, & Saturne s'en éloignent jusqu'à l'opposition, le plus grand de tous les éloignemens possibles; ils firent deux Classes de Planetes, & mirent le Soleil au milieu. Les distances des trois supérieures à la Terre, & par conséquent au Soleil, étoient réglées par la durée de leurs révolutions annuelles, les distances des deux inférieures au Soleil, & par conséquent à la Terre, par leurs éloignemens du Soleil, de sorte que Mercure en étoit le plus proche, & par conséquent plus éloigné de la Terre que Vénus, car la Terre étoit toujours au centre de tout. Il est vrai que la Lune démentoit tout ce Systême, elle qui ne pouvoit être qu'au dessous de Vénus & de Mercure, & qui cependant s'éloigne du Soleil jusqu'à l'opposition; tant il est impossible qu'un Systême qui n'est pas parfaitement le véritable, satisfasse à tout. On est toujours averti de l'erreur par les embarras.

Peu contens apparemment de ces régles, les Anciens conçurent que le meilleur moyen d'avoir les distances des Planetes, c'étoient les parallaxes, où l'on prendroit pour les deux points d'où une même Planete seroit vûe en même-temps, le centre de la Terre, & non point de sa surface, c'est-à-dire que le demi-diametre de la Terre seroit la base de l'angle de la parallaxe, selon ce qui a été expliqué en 1706 *. La parallaxe de la Lune s'offrit presque d'abord, à cause de la grande proximité de cet Astre, & en effet le demi-diametre de la Terre a un rapport assez sensible à la distance de la Lune, dont il est environ la 60eme partie. Mais la paral-

* p. 97. & suiv.

laxe du Soleil qu'ils chercherent aussi, n'étoit pas aisée. Nous savons présentement que le demi-diametre de la Terre n'est que la 2200$^{eme}$ partie de la distance du Soleil; nulle observation ne pouvoit déterminer un rapport si peu sensible, & il falloit prendre des circuits dont les Anciens n'étoient pas encore en état de s'aviser.

M. Maraldi rapporte deux méthodes qu'ils employerent, ingénieuses toutes deux, mais qui demandoient des observations, qu'il étoit impossible de faire dans l'exactitude absolument requise, de sorte que les Astronomes pouvoient varier beaucoup sur la parallaxe du Soleil, & sa distance à la Terre, & être tous fort loin du vrai. Si la parallaxe du Soleil demeuroit inconnue, à plus forte raison celles des autres Planetes, ou plus éloignées, ou dont les mouvemens sont plus difficiles à déterminer. On n'alla pas plus loin jusqu'à la renaissance des Lettres; les Astronomes s'aperçurent qu'ils pouvoient avoir une nouvelle espéce de parallaxe des Planetes, à laquelle les Anciens n'avoient point pensé.

* p. 65. & suiv.

La seconde inégalité des Planetes expliquée en 1704 *. étant bien déterminée, on a la différence du mouvement d'une même Planete vûe en même-temps du Soleil & de la Terre. Cette différence, qui est optique, est donc une parallaxe comprise sous un certain angle toujours plus petit à mesure que la distance de la Planete au Soleil ou à la Terre est plus grande par rapport à la distance de la Terre au Soleil. Cette derniere distance, où le rayon de l'Orbe annuel est la base de l'angle de la parallaxe: au lieu que dans la maniere précédente & plus ordinaire de prendre les parallaxes, c'est le rayon de la Terre qui en est la base. Et comme les distances sont toujours proportionelles aux parallaxes, on avoit par les secondes inégalités des Planetes, ou par leurs parallaxes, dont le rayon de l'Orbe annuel étoit la base, tous les rapports de leurs distances entr'elles exprimés en parties de ce rayon: & c'étoit là un grand avantage sur l'Astronomie ancienne, qui ne pouvoit nullement déterminer ces rapports, & qui n'avoit que la parallaxe de la Lune par le rayon de la Terre.

Mais dans toute cette Théorie le rayon de l'Orbe annuel, mesure fondamentale, étoit toujours inconnu ; on n'avoit que des rapports, & point de grandeurs absolues. Seulement, au lieu du rayon de l'Orbe annuel, on pouvoit prendre pour mesure de tous les rapports le diamétre ou demi-diamétre du Soleil, inconnu aussi, ce qui quelquefois pouvoit avoir son usage. Car que l'on conçoive deux lignes tirées du centre de la Terre, l'une au centre du Soleil, l'autre à un point de la circonférence qui termine son disque apparent, il se formera un Triangle rectangle dont un des angles aigus aura pour mesure le demi-diametre du Soleil, que l'on sait être de 16', & par conséquent les trois angles connus donneront le rapport des trois côtés, dont un est le demi-diamétre du Soleil, & un autre la distance de la Terre au Soleil ; le rapport de ces deux côtés est celui de 1 à 210. Ainsi on aura les rapports des distances des Planetes exprimés en demi-diametres du Soleil.

Après tout cela a paru dans le Monde savant la belle Régle de Kepler pour les distances des Planetes, plus facile que les parallaxes prises sur l'Orbe annuel, toujours d'autant plus confirmée que le Ciel a été plus connu, conforme au calcul géométrique des Forces centrifuges. Nous en avons parlé en beaucoup d'occasions ; mais comme il a été dit en 1706. à l'endroit cité ci-dessus, elle ne donne encore que des rapports, & l'on a vû comment feu M. Cassini étoit parvenu à déterminer la parallaxe de Mars périgée vû du centre, ou d'un point de la surface de la Terre, ce qui lui donnoit les parallaxes de toutes les autres Planetes par la régle de Kepler pour leurs distances, & toutes les grandeurs exprimées en diametres de la Terre, & par conséquent absolument connues.

Il est clair que la parallaxe de toute autre Planete vûe de la Terre, ou pour parler plus exactement, toute parallaxe dont le rayon de la Terre seroit la base, produiroit à l'Astronomie les mêmes connoissances ; mais il faut pour cela que la Planete puisse être assez proche de la Terre pour permettre au demi-diametre de la Terre d'avoir un rapport sensible à la distance de la Planete. Or c'est ce qu'on ne peut espérer d'au-

cunes des Planetes supérieures que de Mars, lorsqu'il est dans son Périgée. Jupiter & Saturne sont toujours à de trop grandes distances.

Mercure, l'une des deux Planetes inférieures, est toujours trop près du Soleil, & trop difficile même à apercevoir. Il ne reste que Vénus, qui peut s'approcher de la Terre un peu plus que Mars. Ainsi tout le travail des Astronomes pour les parallaxes des Planetes doit se terminer à Mars, & à Venus.

La recherche de la parallaxe de Mars étant très-délicate & très-subtile, il s'y faut ménager tous les avantages possibles, & prendre Mars non seulement dans son Périgée, mais encore dans son Perihélie; car il est clair que Mars dans son Périgée étant entre la Terre & le Soleil, & par là plus proche de la Terre qu'en toute autre position, il est le plus proche de la Terre qu'il puisse être, si en même-temps il est le plus proche du Soleil, ou dans son Perihélie. De plus Mars étant après Mercure celle de toutes les Planetes dont le mouvement est le plus excentrique au Soleil, la différence entre son Aphélie & son Perihélie est assez considérable; & s'il étoit dans son Périgée, & en même-temps dans son Aphélie ou aux environs, il ne seroit pas assez proche de la Terre. On l'avoit eu dans les deux circonstances favorables en 1672, & en 1704, & on ne l'y retrouva qu'en 1721 aux mois d'Août & de Septembre.

M. Maraldi ne manqua donc pas de l'observer selon la méthode de feu M. Cassini expliquée en 1706, & dont l'artifice consiste en ce qu'un seul Observateur tient lieu de deux placés en des lieux éloignés, pourvû qu'il puisse faire dans une même nuit des observations séparées par un assez grand intervalle de temps. Nous ne répéterons point cette méthode. Il suffira de dire que tout ce qui avoit été déterminé en 1672, & en 1704. fut confirmé, à quelques différences près, si legeres qu'elles ne devoient pas être contées.

La méthode employée pour Mars, l'a été aussi par M. Maraldi pour Vénus périgée, c'est-à-dire lorsqu'elle étoit entre le Soleil & la Terre; mais on trouve dans cette application

des difficultés particulieres. Il faut comparer la Planete à une Etoile fixe qui en soit proche, parce que les Fixes n'ont point de parallaxe: & alors, comme on observe Vénus en plein jour, avantage procuré par les grandes Lunettes, on a d'ailleurs l'incommodité que les Fixes voisines du Soleil, & par conséquent de Vénus, sont effacées. On pourroit comparer Vénus au Soleil; mais il a une parallaxe, & elle doit d'autant moins entrer dans cette méthode, qu'on cherche à la pouvoir conclure elle-même de celle de Vénus. Cependant en supposant la parallaxe du Soleil connue par Mars, on peut trouver la différence des parallaxes du Soleil & de Vénus, pourvû qu'on prenne Vénus dans ses circonstances les plus favorables, ou dans une situation approchante. Pour avoir tout à souhait dans la méthode de comparer Vénus au Soleil, il faudroit que Vénus passât devant le Soleil, où elle seroit vûe comme une Tache, & que la conjonction fût centrale. Mais cela n'arrivera qu'en 1762. Ce qui en approche le plus, c'est que Vénus hors de la conjonction, mais peu éloignée du Soleil, décrive le même parallele que lui; car en général ce mouvement par le même parallele est presque absolument nécessaire pour la comparaison exacte des deux mouvemens. Il est vrai qu'alors Vénus étant hors de la conjonction ne sera pas Périgée; mais il s'en faudra peu. M. Maraldi ayant profité de Vénus dans cette situation, trouva la différence de sa parallaxe à celle du Soleil la même qu'elle resultoit d'ailleurs de la régle de Kepler pour les distances, en y mettant pour fondement la parallaxe de Mars, telle qu'elle a été déterminée.



# *SUR LA RECHERCHE*
## *DES LONGITUDES EN MER.*

IL n'y a rien de plus important pour la Navigation que de pouvoir connoître à chaque moment que l'on veut, ſur quel point du Globe terreſtre eſt le Vaiſſeau. Ce point ne ſe peut déterminer que par l'interſection du Parallèle, & du Méridien où l'on ſe trouve. Il faut donc connoître quel eſt ce Parallèle, & quel eſt ce Méridien, c'eſt-à-dire la latitude, & la longitude du lieu où l'on eſt.

Toutes les révolutions diurnes des Aſtres ſe faiſant d'Orient en Occident ſur les Poles de l'Equateur, ces deux Poles ſont des points fixes & viſibles, ou déterminables, l'Equateur eſt un Cercle pareillement conditionné, & l'on a des termes naturels & néceſſaires d'où l'on conte les latitudes ; mais il n'en va pas de même des longitudes, tout eſt en mouvement dans le Ciel en ce ſens là, il n'y a rien de fixe, nul Méridien déterminé comme l'eſt l'Equateur. Ainſi pour conter les Méridiens, il en faut déterminer arbitrairement quelqu'un, & marquer les diſtances où en ſont tous les autres. La longitude d'un lieu eſt la diſtance de ſon Méridien arbitraire connu.

La latitude & la longitude d'un lieu connues ne font connoître quel eſt ce lieu ſur la ſurface du globe terreſtre, qu'en ſuppoſant la deſcription Géographique de ce globe exacte. Tout dépend néceſſairement de la bonté des Cartes.

Pour ne parler encore que des latitudes & des longitudes priſes ſur terre, il eſt beaucoup plus aiſé d'avoir les unes que les autres. On a les latitudes par les hauteurs du Soleil ou de quelqu'autre Aſtre dont la diſtance à l'Equateur ou au Pole eſt connue, & cette obſervation eſt facile, & ſe peut faire preſque auſſi ſouvent que l'on veut. Mais pour une longitude ou différence de deux Méridiens, il faut dans le Ciel un ſpectacle

tacle commun à deux Obſervateurs placés ſous les deux Méridiens, & que de la différence des heures où chacun apperçoit ce même ſpectâcle, on conclue la diſtance des Méridiens. Les Eclipſes de Lune ont été longtemps le ſeul phénomene céleſte qui ſervît à cet uſage, mais elles ſont rares; il n'en arrive guère qu'une en ſix mois, & toutes ne ſont pas vûes dans les lieux où il y a des Aſtronomes. Delà ſont nées un nombre prodigieux d'erreurs dans la Géographie, parce qu'on a tâché de ſuppléer au manque d'obſervations par des eſtimes de diſtances toujours très-incertaines. Feu M. Caſſini a beaucoup diminué le nombre de ces erreurs de la Géographie, en augmentant, pour ainſi dire, celui des ſpectacles céleſtes. Il a appris à faire ſervir les Eclipſes de Soleil au même uſage que celles de Lune *, & il a donné des Tables pour les Eclipſes des Satellites de Jupiter, qui ſont très-fréquentes. Avec ces nouveaux ſecours la Géographie s'eſt déja extrêmement perfectionnée, & elle ſe perfectionnera de jour en jour d'autant plus rapidement qu'il y aura plus d'Obſervateurs répandus en différens Pays.

* V. l'Hiſt. de 1700. p. 150. & ſuiv. 2de. Edit.

Les Eclipſes des Satellites de Jupiter ſe font ou par Jupiter, ou par ſon ombre. Elles ſe font par Jupiter, ſoit quand étant dans la partie inférieure de leur Orbite ils paſſent devant Jupiter, & diſparoiſſent à nos yeux parce que leur lumiére eſt effacée ou abſorbée par la ſienne, ſoit quand étant dans la partie ſupérieure de leur Orbite, ils paſſent derriere Jupiter, & ſont cachés par ſon globe. Ils peuvent être obſervés dans tous ces cas, ou lorſqu'ils paroiſſent entrer dans le diſque de Jupiter, ou lorſqu'ils paroiſſent en ſortir : mais ces deux momens ne ſont pas aſſez précis, ni aſſez nets, parce que les Satellites ſont effacés un peu avant que d'entrer, & après être ſortis. Les Eclipſes par l'ombre de Jupiter n'arrivent que dans la partie ſupérieure de leur Orbite, & ont auſſi deux momens, ou quand ils entrent dans l'ombre, ou quand ils en ſortent, ce qu'on appelle leur *Immerſion*, ou leur *Emerſion*. Ces deux momens ſont aſſez nets, & aſſez peu ambigus, mais on ne peut voir que l'un des deux.

Car que l'on se répréfente la Terre précisément entre le Soleil & Jupiter, ce qui est une opposition de Jupiter, son ombre se jette entiérement derriere son globe, & n'est nullement comprise dans l'espace exposé à notre vûe. Ainsi les Immersions ou Emersions des Satellites seront invisibles. Que la Terre soit à 90. degrés de cette premiere situation, ou Jupiter dans une de ses quadratures, l'ombre se jettera à côté de Jupiter, desorte que du Cône qu'elle forme nous en verrons une partie à droite ou à gauche de l'axe, & non l'autre. Ainsi on ne verra que les Immersions ou les Emersions selon celle des deux quadratures où sera Jupiter. Il est aisé de juger par-là des situations moyennes entre l'opposition & les quadratures; on y verra toujours une partie de l'ombre, mais une moindre partie à mesure qu'on approchera de l'opposition, ce qui est absolument indifférent. Il est évident que dans la conjonction Jupiter n'est point vû à cause du Soleil.

Les Satellites ont entr'eux des conjonctions qui peuvent être aussi des spectacles communs à différens Observateurs. Heureusement les Orbites des Satellites autour de Jupiter sont paralléles à de certaines bandes très-rémarquables sur le disque de Jupiter, & paralléles entr'elles. Quand deux Satellites sont vûs comme posés sur une ligne perpendiculaire à ces bandes prolongées, ils sont vûs en conjonction; mais cette perpendiculaire est trop difficile à juger bien juste.

Pour trouver la différence de deux Méridiens, on ne se sert donc ordinairement, ni des conjonctions des Satellites avec Jupiter, ou, ce qui est la même chose, de leurs Eclipses par le disque de Jupiter, ni de leurs conjonctions entr'eux, mais de leurs seules Eclipses par l'ombre de Jupiter, ou de leurs Immersions, & Emersions.

Dans chaque révolution de chaque Satellite autour de Jupiter il y a une Immersion, & une Emersion, & par conséquent il y a en un temps égal, d'autant plus de ces phénomenes dans la révolution d'un Satellite, qu'elle est plus courte. D'un autre côté tout mouvement d'un Astre, tout instant marqué dans ce mouvement, est d'autant plus sensible,

& d'autant plus aisé à observer surement, que ce mouvement se fait avec plus de vitesse : & dans le cas particulier dont il s'agit, un Satellite est toujours réellement quelque-temps à se plonger dans l'ombre de Jupiter, & à s'éclipser entiérement; mais il paroît l'être plutôt, ou en moins de temps, parce que la grande distance fait que dès qu'il a perdu une certaine partie de sa lumiére il nous est absolument invisible. On conte donc l'instant de son Immersion totale avant qu'il soit arrivé, & c'est là une erreur : mais il est clair qu'elle sera d'autant moindre que le mouvement du Satellite sera plus vîte ; & il y aura moins de différence entre les temps de l'Immersion totale réelle, & de l'apparente. Le Satellite, dont la révolution est la plus courte, c'est-à-dire le 1er, ou le plus proche de Jupiter, mérite donc par deux raisons la préférence sur les 3. aûtres.

Il fait sa révolution en 1. jour $18^h\ 28'$, & par conséquent 4. révolutions en une semaine. Ces 4. révolutions produisent 4. Immersions ou Emersions : mais comme il en arrive une partie le jour & une partie la nuit, on n'en voit guère que 2. au plus pendant une semaine. Mais par rapport au petit nombre d'Eclipses de Lune dont il falloit que les Astronomes se contentassent pour la recherche des longitudes, le nombre des Immersions ou Emersions du 1er Satellite donne un avantage prodigieux. Aussi par l'assiduité qu'on a eûe à l'observer, quoique depuis peu de temps, & par la commodité du grand nombre ou de la vitesse de ses révolutions, son mouvement est-il pour le moins aussi exactement connu que celui d'aucun des autres Corps célestes, qu'on observe depuis tant de siécles.

Il faut que deux différens Observateurs content aussi précisément qu'il est possible le même instant pour celui de l'Immersion, ou de l'Emersion. Mais avec une plus grande Lunette qui augmentera davantage les objets, un Observateur pourra voir le Satellite encore lumineux, & ne le contera pas pour plongé dans l'ombre, tandis qu'un autre Observateur avec une moindre Lunette ne le verra plus, & le contera

plongé. Ainſi pour la parfaite juſteſſe de la comparaiſon des obſervations, il eſt bon d'avoir égard à la différence des Lunettes.

Il eſt inutile d'avertir que les Immerſions ou Emerſions du 1er Satellite annoncées pour chaque année, comme elles ſont dans la *Connoiſſance des Temps*, tiennent lieu d'un Obſervateur perpétuel placé ſur le Méridien de Paris, & que tous les autres n'ont qu'à comparer le temps de leurs obſervations correſpondantes au temps où ces phénomenes ont été marqués pour Paris. Réellement l'obſervation immédiate, qu'on ne laiſſe pas de faire toujours ici avec le même ſoin, ne s'éloigne preſque pas du calcul. Il eſt fait ſur les Tables de feu M. Caſſini, qui, quoiqu'il n'ait pu employer les obſervations de ceux qui l'avoient précedé, toutes trop défectueuſes, a frapé au but avec une merveilleuſe juſteſſe.

La Théorie des 3. autres Satellites, dont il a donné auſſi le premier les véritables fondemens, ſe perfectionne de jour en jour : & quand elle ſera au même point, le nombre des phénomenes propres à la détermination des longitudes ſera encore beaucoup augmenté.

D'autres Eclipſes que l'on n'employoit point juſqu'ici à cette détermination, y peuvent être employées; ce ſont celles des Planetes ou des Fixes par la Lune, qui paſſe ſous elles. Nous avons aſſez expliqué en 1705. cette méthode d'après M. Caſſini ſon inventeur. Elle demanderoit que le lieu vrai de la Lune ſe déterminât auſſi ſurement dans toute l'étendue de ſon cours, que dans les Conjonctions ou Oppoſitions, mais c'eſt à quoi l'Aſtronomie n'eſt pas encore parvenue, & dequoi cependant elle ne déſeſpére pas. Nous avons parlé en 1702 * de cette biſarrerie du cours de la Lune.

* p. 122. & ſuiv.

* p. 77. & ſuiv. 2de Edit.

Au défaut d'un ſpectacle commun, on peut prendre la variation d'un mouvement céleſte, qui devant être d'une quantité connue en un certain temps ſera différente pour des Obſervateurs placés ſous différens Méridiens. Telle eſt la déclinaiſon du Soleil, qui augmente ou diminue perpétuellement. Je ſai la quantité dont elle doit croître ou décroître d'aujour-

d'hui à mon Midi jusqu'à demain pareillement à mon Midi. Il est certain qu'un Observateur plus Oriental que moi, & qui par conséquent aura Midi plutôt, y verra cette déclinaison plus ou moins grande que moi, desorte que la différence des deux déclinaisons sera à la quantité totale dont la déclinaison devoit varier en 24. heures, comme la différence des deux Méridiens des Observateurs est à 360. degrés, ou à la circonférence de la Terre. Mais cette méthode n'est guère praticable. La variation de la déclinaison du Soleil en 24. heures est absolument insensible pendant quelques jours dans les Solstices; elle est à la vérité de 24. Minutes dans les Equinoxes, mais une Minute y répond à 15. degrés de la Terre, une Seconde à 15. Minutes de cette circonférence; or dans les observations les plus exactes des hauteurs des Astres, & avec les meilleurs instrumens, on ne peut guère s'assurer de la précision qu'à 10″ près, c'est-à-dire qu'il y aura toujours dans la détermination de la longitude par cette voye une ambiguité de 2 ½ degrés de la circonférence de la Terre, qui valent 50. lieues, & cela dans les Equinoxes, qui sont le temps le plus favorable.

La déclinaison de la Lune, dont la variation en certains temps va jusqu'à 5 degrés en 24. heures, peut être beaucoup plus utilement employée dans cette méthode. Elle est alors plus de 12. fois plus sensible, & plus aisée à observer, que celle du Soleil dans les Equinoxes même.

Enfin il y a encore un moyen de déterminer par les mouvemens célestes une différence de longitude. Que le Soleil se soit trouvé aujourd'hui au Méridien de Paris avec une certaine Etoile fixe, il n'y reviendra demain que 3′ 56″ après cette Etoile, & par conséquent cette différence du temps de son retour & de celui de l'Etoile se distribuera proportionnellement sur tous les Méridiens que le Soleil parcourra dans ces 24 heures, c'est-à-dire que plus il s'éloignera du Méridien de Paris, plus il y aura de différence entre le temps de son passage par un autre Méridien, & le temps du passage de la Fixe. Mais comme 3′ 56″, ou si l'on veut 4′, sont une très-petite

quantité à distribuer sur 360. degrés, $\frac{2}{3}$ de seconde d'erreur dans la détermination du temps, erreur beaucoup trop petite pour pouvoir être surement évitée, donneroient 1 degré terrestre d'erreur dans la longitude.

On voit assez que la Lune conviendra beaucoup mieux à cette méthode. Le retardement de son retour au même Méridien est de 45', au lieu que celui du Soleil n'est que de 4.

Parmi tous les moyens qu'on peut avoir sur terre pour trouver les longitudes, nous ne contons point les opérations Trigonométriques, telles que celles qu'on a faites pour la description de la Méridienne de l'Observatoire *. Elles ne peuvent guère être pratiquées, ou plutôt il est presque sûr qu'elles ne le seront guère que dans de petites étendues terrestres, comme la France, & d'ailleurs elles ne peuvent donner par elles-mêmes que de fort petites différences de longitude. Elles seront excellentes pour la Carte d'un Pays.

* V. l'Hist. de 1721. p. 66. & suiv.

Maintenant il s'agit des longitudes sur Mer. Leur extrême importance a déterminé des Princes & des Etats, & en dernier lieu M. le Duc d'Orleans à promettre des grandes récompenses à qui les trouveroit. Feu M. Rouillé de Meslay ancien Conseiller au Parlement de Paris, a fondé un prix annuel, dont il a laissé le jugement à l'Académie, pour qui feroit en cette matiere quelque découverte utile. On n'a été que trop encouragé à cette recherche; plusieurs personnes très-incapables d'y réussir l'ont entreprise, & l'entreprennent encore tous les jours; quelques-uns même ne savent pas ce qu'il faut chercher, ni quel est l'état de la question. C'est pour en instruire le Public, pour bien fixer les idées, & pour en donner même aux Mathématiciens, que M. Cassini a fait sur les Longitudes en mer un Ecrit, dons nous rapporterons ici le précis.

Comme la détermination des Longitudes en mer suppose une description du Globe terrestre exacte, il paroît que s'il s'agissoit de la récompense promise, ceux qui ont le plus contribué à la perfection de la Géographie, auroient droit d'y demander part, & plus que personne feu M. Cassini auroit

eu ce droit fondé sur sa Théorie & sur ses Tables des Satellites de Jupiter, qui donnent aux connoissances Géographiques & tant de certitude, & un progrès si rapide. Mais en laissant là cette espéce de procès dont il ne s'agit point, & qui ne sera jamais entrepris par personne, venons au point de la question.

Tout le monde sait ce que c'est que l'*estime* des Pilotes. La Route du Vaisseau étant comme elle l'est presque toujours oblique au Méridien du lieu *; il se forme un Triangle rectangle dont elle est l'hipotenuse, les deux autres côtés sont le chemin fait dans le même-temps en latitude & en longitude. La latitude est connue par l'observation de la hauteur de quelque Astre; on a par la Boussole l'angle de la route avec un côté du Triangle, on a la route en estimant quelle est en un certain temps donné la vitesse du Vaisseau, & delà se tire très-aisément la quantité de la longitude.

* V. l'Hist. de 1702. p. 86. & suiv. 2de Edit.

La plus grande difficulté est l'estime de la vitesse du Vaisseau. Pour la rendre plus sûre, on jette le Loc, piéce de bois attachée à une fisselle que l'on devide à mesure que le Vaisseau s'en éloigne, car la Mer n'ayant point de mouvement vers aucun endroit, le Loc y demeure flotant & immobile, & devient un point fixe par rapport auquel le Vaisseau a plus ou moins de vitesse. Mais cette supposition cesse absolument d'avoir lieu, si l'on est dans un Courant, ce qui n'est point du tout rare. Alors le Loc n'est plus immobile, il est emporté avec le Vaisseau. On s'en apercevroit parce que le Vaisseau n'auroit plus de vitesse à l'égard du Loc, & l'on sauroit du moins qu'on seroit dans un Courant: mais le Vaisseau à cause de sa grande masse, & parce que le Vent a plus de prise sur lui, est emporté plus vîte que le Loc, & l'on prend pour vitesse absolue du Vaisseau, ce qui n'est que son excès de vitesse sur le Loc, erreur très-dangereuse. On conclut une fausse position du Vaisseau, & selon la remarque de M. Cassini, qui pourroit s'étendre à beaucoup d'autres matiéres, il vaut mieux ignorer absolument où l'on est, & savoir qu'on l'ignore, que de se croire avec confiance où l'on n'est pas.

Quand même on auroit sûrement les longitudes en mer par observation céleste, le Ciel est souvent couvert, & quelquefois plusieurs jours de suite, les pratiques communes de *l'estime* & du Loc seront toujours nécessaires, mais à quelque degré de perfection qu'on les pût porter, soit par une plus grande adresse d'exécution, soit par quelque addition qu'on y feroit, ce ne seront jamais que des tâtonnemens, & non des méthodes scientifiques & sûres. Or on en demande quand on propose le Problême des Longitudes en mer, & l'on entend qu'elles soient aussi sûres que les Latitudes, ou, pour parler encore plus précisément, on veut que les ambiguités ou erreurs ne soient pas plus grandes que celles de la Latitude par rapport à la détermination du lieu où est le Vaisseau.

Les Pilotes ne peuvent guère prendre les hauteurs des Astres qu'à 5, 6. ou 7′ près. Posons 6′. On n'a point de Méridien fixe comme sur terre; l'agitation continuelle du Vaisseau fait toujours varier la hauteur de l'Astre & la rend incertaine, les Instrumens sont d'ordinaire assez grossiérement faits. L'incertitude ou l'erreur qui est dans la hauteur de l'Astre est la même dans la latitude du lieu du Vaisseau, ainsi elle sera pour ce lieu de 6′, ou de la 10eme partie d'un degré, qui vaudra 2. lieues, ou 2 $\frac{1}{2}$ selon qu'on posera le degré de 20. ou de 25. lieues. Il faut que la position du Vaisseau, tirée de la Longitude aille à ce même point de précision.

Il est visible d'abord que l'on n'y sauroit aller par la déclinaison de la Lune, prise dans son temps le plus avantageux; car en supposant ce que nous avons dit sur cette méthode, l'ambiguité de la longitude se trouvera au moins de 7 $\frac{1}{2}$ lieues. On peut ajouter que dans tous les temps où la déclinaison de la Lune seroit beaucoup moindre que de 5. degrés, sur lesquels on a fait le calcul, & ces temps sont les plus ordinaires, la méthode seroit ou impratiquable, ou très-fautive. D'ailleurs le mouvement de la Lune, hors des Syzygies, n'est pas assez connu pour servir à des recherches aussi subtiles.

En général ces inégalités du mouvement de la Lune, qui jusqu'à present ne sont pas déterminées avec assez de précision,

ſion, empêchent qu'on ne puiſſe employer la Lune dans les longitudes ſur mer. Je dis *ſur mer*; car ſur terre, où la commodité & la ſûreté de l'obſervation eſt beaucoup plus grande, on détermine bien mieux le mouvement de la Lune pour le moment dont on a beſoin, parce qu'on peut faire avant ou après ce moment autant d'obſervations qu'il faut pour rectifier l'inégalité, ou s'en aſſûrer. Par cette raiſon les Eclipſes des Fixes par la Lune réuſſiſſent très-bien pour les longitudes ſur terre. Elles ont même cet avantage, que la différence de la grandeur des Lunettes ne met aucune différence de temps dans l'obſervation, ainſi que nous l'avons dit en 1705. à l'endroit cité ci-deſſus. En mer il faudroit des Tables de la Lune entiérement ſûres.

Ce qu'il y auroit de mieux en mer pour avoir les longitudes par obſervation céleſte, ce ſeroient les Satellites de Jupiter. Toute la difficulté eſt qu'il faut ordinairement pour les apercevoir des Lunettes de 15. à 16. pieds, & qu'on n'en peut guère manier ſur Mer de plus longues que de 5. pieds; car il faut qu'elles ſoient droites, & ſans ſe courber, toujours dirigées à l'Aſtre, immobiles, au mouvement près qui eſt néceſſaire pour ſuivre l'objet; or on voit combien tout cela eſt difficile à de longues Lunettes ſur un Vaiſſeau agité.

Cependant M. Caſſini ne croit pas impoſſible qu'on ne vienne à s'en ſervir aſſez commodément. On peut ménager à l'Obſervateur une eſpéce de ſuſpenſion telle qu'il ſe ſentira peu de l'agitation du Navire. Alors la Lunette ſera appuyée, & arrêtée preſque comme ſur terre. Sans ce ſecours on peut même par l'exercice & par l'habitude : car de quoi ne viennent-ils pas à bout? acquérir la facilité de retrouver l'Aſtre dès qu'on l'a perdu, & de le juger aſſez juſte de moment en moment, ce qui ſuffit. On tire bien en volant de deſſus un Vaiſſeau.

Mais ce qui vaudroit encore mieux, ce ſeroit d'employer de petites Lunettes. On peut les pouſſer à tel degré de perfection qu'elles en vaudront de plus grandes. M. Caſſini a fort bien obſervé ſur terre avec une Lunette de $3\frac{1}{2}$ pieds, une

Eclipse du 3eme Satellite. Il est vrai qu'il est le plus gros de tous, & qu'alors il étoit assez éloigné de Jupiter pour n'être pas affoibli par sa lumiére. Mais enfin une Lunette de $3\frac{1}{2}$ pieds qui a vû ce Satellite, quoique dans des circonstances favorables, doit donner assez d'espérances. Tout dépendra de l'Art de perfectionner les Lunettes, & il n'est pas encore épuisé.

Comme les Immersions & Emersions paroissent plûtôt ou plus tard à différentes Lunettes, ainsi que nous avons dit, il sera bon pour une plus grande justesse de tenir conte de cette différence. Par exemple, une Immersion est annoncée dans la *Connoissance des Temps*, pour un certain moment au Méridien de Paris, où elle sera vûe avec une Lunette de 16. pieds. A Brest, d'où je suppose qu'un Vaisseau doit partir, on sait par la différence de longitude connue entre Paris & Brest, à quel moment elle doit paroître, vûe avec une Lunette de même longueur, ou de même force. Si on ne la voit pas précisément dans ce moment là à Brest, où elle est observée avec une autre Lunette, la différence vient de la différence des Lunettes, & l'on en sera encore plus sûr si de pareilles comparaisons étant plusieurs fois repetées, on trouve toujours une différence à peu près constante. On peut même, & on doit pour le mieux, répeter ces comparaisons dans des Immersions ou Emersions dont les circonstances soient plus ou moins favorables à la différence, & l'on en feroit une Table qui serviroit à rectifier toutes les observations qui se feroient ensuite sur mer avec différentes Lunettes, & en différens cas.

Sans avoir recours aux observations célestes, si l'on pouvoit avoir en Mer une Horloge qui marquât l'heure du lieu du départ, comme de Brest, la comparaison de cete heure à celle du lieu du Vaisseau donneroit parfaitement la longitude; mais il faudroit que l'Horloge qui marqueroit dans le Vaisseau l'heure de Brest conservât malgré l'agitation violente & irréguliere, & malgré les changemens fréquents de Climats, une justesse qu'à peine conserveroit-elle à terre, & dans un lieu fixe. On a imaginé des suspensions comme celle

de la Lampe de Cardan, qui épargnassent à l'Horloge les plus rudes secousses; on a imaginé de la tenir toujours dans un air également chaud, qui fît l'effet d'un même Climat: tout cela est bon, & il ne faut point se lasser d'imaginer encore dans la même vûe. M. Cassini est d'avis que l'on perfectionne toutes les méthodes, sans exception, qui ont les longitudes pour objet. Si ce n'est pas là résoudre le Problême dans le sens qu'il est proposé, & mériter la récompense promise, c'est du moins diminuer toujours de plus en plus un grand péril de la Navigation, & travailler solidement à l'utilité publique. Une méthode sera employée au défaut de l'autre selon les occasions, & il y en aura toujours quelqu'une qui aura lieu; de plus l'incertitude qui restera à chacune, sera, ou levée, ou amoindrie, par le concours de plusieurs, selon qu'elles s'accorderont plus ou moins.

Il n'est pas encore temps d'espérer beaucoup pour les Longitudes du Systême de M. Halley sur la Déclinaison de l'Aiman, dont nous avons parlé en 1701*. 1706*. 1707*. 1710.* & 1712*. Tout y paroît jusqu'à présent dans un mouvement assez irrégulier, & selon des espéces de Méridiens magnétiques assez bisarres; mais peut-être en tirera-t'on un jour pour les Longitudes, quelque méthode dont on augmentera le nombre des autres, qui ne peut être trop augmenté.

* p. 9. & suiv. 2de. Edit.
* p. 3. & suiv.
* p. 19. & suiv.
* p. 3. & suiv.
* p. 17. & suiv.

---

# OBSERVATION ASTRONOMIQUE.

M. De Malézieu a rendu témoignage aux Tables de feu M. Cassini. Il étoit à Etampes pourvû de bons Instrumens Astronomiques bien verifiés. Il s'assûra avec toute l'exactitude possible que l'élévation de l'Equateur à Etampes étoit de 41° 34′ 30″. Cela fait, il observoit les hauteurs Méridiennes du bord supérieur du Soleil, & en tiroit celles

du centre. Il calculoit par les Tables de M. Caſſini quelle devoit être pour le jour & le moment, la Déclinaiſon de ce centre, ce qui lui donnoit l'élévation de l'Equateur à Etampes; & en huit mois entiers d'obſervation aſſidue, il retrouva toujours ſes 41° 34′ 30″ ſans qu'il y eût jamais 5″ de différence; tant les Tables avoient donné les Déclinaiſons juſtes.

Il trouva auſſi le 21 Juin 1720. jour du Solſtice d'Eté, la déclinaiſon de l'Ecliptique de 23° 28′ 42″ moindre de 12″ que celle qui avoit été déterminée 60. ans auparavant par M. Caſſini ſur les obſervations de M. Richer faites à Cayenne.

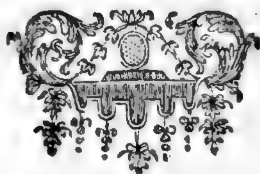
---

NOus renvoyons entiérement aux Mémoires

V. les M. p. 57. Les Réflexions de M. Caſſini ſur les obſervations Aſtronomiques du P. Feuillée faites à Marſeille pendant l'année 1720.

V. les M. p. 348. L'Ecrit de M. Maraldi ſur des Réfractions horiſontales, & ſur une détermination Géographique de l'Iſle de Corſe.

V. les M. p. 165. 169. 329. Les Obſervations de l'Eclipſe Lunaire du 29. Juin, & de la Solaire du 8. Décembre par Mrs Caſſini, Maraldi, & Deliſle le Cadet.



# MECHANIQUE.

## SUR LA REFLEXION DES CORPS.

LA Réflexion des Corps eſt un de ces ſujets ſur quoi il eſt fort naturel de n'avoir aucune difficulté ; parce que tous les Philoſophes ſont du même avis, du moins quant à ce qui en paroît être l'eſſentiel. L'angle de la Réflexion eſt égal à celui de l'Incidence, tout le monde en convient ; en voilà aſſez pour ſervir de fondement à toute la Catoptrique : & l'on peut ſans ſcrupule employer ce principe dans telle Théorie que l'on voudra. Il ne paroît pas d'abord que de vouloir, ou le prouver, ou le diſcuter, ce fût l'objet d'une recherche aſſez conſidérable ; cependant nous allons faire voir le contraire d'après M. de Mairan.

V. les M. p. 6.

On a prétendu expliquer la Réflexion ſans ſuppoſer de Reſſort, ni dans le Corps réfléchiſſant, ni dans le réfléchi ; & cette idée, qui a été celle de Deſcartes, étoit aſſez plauſible. Tous les Corps ſe réfléchiſſoient : & il y en a beaucoup, la Lumiére, par exemple, qui ne paroiſſent pas être à reſſort. D'ailleurs, ſi la quantité du mouvement ſubſiſte toujours la même, comme l'a cru Deſcartes avec beaucoup d'apparence, la Réflexion eſt néceſſaire, même ſans reſſort ; car qu'un corps vienne perpendiculairement en fraper un autre inébranlable, s'il ne ſe réfléchit point tout ſon mouvement eſt perdu.

Mais d'un autre côté quelle force peut avoir ce corps réfléchiſſant inébranlable pour repouſſer en arriére celui qui l'a frapé ? Il eſt inconcevable qu'il faſſe autre choſe que l'arrêter. A la vérité il y aura du mouvement perdu ; mais c'eſt dans l'hypothéſe d'un corps inébranlable qui n'exiſte point. Quand on remettra tout dans l'état réel, & qu'on y fera entrer le

ressort, le principe de Descartes sur la quantité du mouvement constante subsistera, si l'on veut; du moins ne sera-t'il pas détruit par-là.

M. de Mairan prouve géométriquement que dans le cas du corps réfléchissant inébranlable il ne se fera point de réflexion. Qu'au lieu d'être inébranlable il soit infiniment plus grand que celui qui le vient fraper, ce qui est le même pour l'effet présent, il est certain qu'alors, puisque le ressort est exclus, ils doivent aller tous deux ensemble selon la direction du corps choquant, avec une quantité de mouvement égale à celle qu'avoit, avant le choc, le corps choquant seul. Or à cause des deux masses dont l'une est infinie, & l'autre finie, la vitesse commune des deux ne pourra être qu'infiniment petite, & c'est là un véritable repos *Physique*. Donc le corps choquant, de quelque vitesse finie qu'il se meuve, ne se réfléchira point à la rencontre du corps infini en repos, ou du corps fini inébranlable.

Si la direction du corps choquant avant le choc, ou, ce qui est le même, son incidence sur le choqué, qu'on peut considérer désormais ici comme un simple plan, étoit oblique, il faudroit, en supposant ce plan horisontal, la décomposer en deux forces, l'une horisontale, l'autre verticale, qui auroient fait ensemble un parallélogramme, dont la diagonale auroit été l'incidence oblique. En ce cas, le ressort étant toujours exclus, la force verticale périroit par le choc, puisque le plan n'a aucune autre vertu que celle d'en arrêter, d'en anéantir l'effet; mais la force horisontale à laquelle le plan ne s'oppose point, puisqu'il lui est parallèle, subsisteroit toute entiére, & le corps choquant iroit le long du plan sans aucune réflexion, ce qui est bien éloigné de tous les phénomenes connus.

Si le plan est *mathématique*, c'est-à-dire parfaitement poli, le corps, qu'on peut concevoir sphérique pour plus de facilité, & que l'on concevra toujours ainsi dans la suite, ne fera que *glisser*, c'est-à-dire se mouvoir de façon que les parties supérieures demeurent toujours supérieures, & les inférieures

inférieures. Mais si le plan est *physique*, c'est-à-dire d'une superficie inégale, le corps continuera de se mouvoir le long du plan, à cause de la force horisontale permanente ; mais en même-temps ses parties inférieures étant retardées par la rencontre du plan raboteux, & perdant de leur vitesse, les supérieures qui n'auront rien perdu de la leur, avanceront davantage, selon la direction du mouvement ; ce qu'elles ne pourront sans faire *tourner* ou *rouler* le corps. Il avancera donc le long du plan en roulant, mais sans le quitter.

Tout cela prouve que s'il n'y a point de ressort, la force verticale est anéantie par la rencontre du plan ; & que si elle l'est, il n'y a point de réflexion. Pour lever ces inconvéniens, & satisfaire à tout, il faut poser le Ressort : & c'est ce que nous allons faire voir. Il sera réellement dans le corps mû & dans le corps en repos, & agira également dans les deux ; mais il suffira de le concevoir dans le corps mû, & on ne prendra l'autre que pour un plan inébranlable. La maniére de remettre tout dans le réel se presentera ensuite d'elle-même.

Un Corps à ressort poussé perpendiculairement contre un plan inébranlable s'aplatit, & de sphérique qu'on suppose qu'il étoit, il devient elliptique ; de sorte que son petit axe est dans la ligne de l'impulsion perpendiculaire au plan, & le grand est paralléle à ce plan. L'aplatissement est d'autant plus grand, ou le petit axe d'autant plus petit par rapport au grand, que la force qui a poussé, est plus grande. Mais cet aplatissement, quel qu'il soit, ne se fait que dans un temps fini, quoique toujours très-court. Il est conduit par degrés, & augmente toujours jusqu'à ce qu'il soit le plus grand qu'il puisse être. Alors si le Ressort n'avoit que la faculté passive d'être comprimé, & non la faculté active de se restituer, le corps aplati demeureroit appliqué contre le plan, & la force qui l'avoit poussé, n'auroit plus d'effet, ou seroit éteinte. Cette force auroit donc toujours diminué par degrés à mesure qu'elle causoit un plus grand aplatissement, & se seroit entiérement épuisée quand elle auroit causé le plus grand qu'il lui fût possible.

Mais il est nécessaire que le ressort se restitue, & s'il est

parfait, comme il faut le ſuppoſer ici, il ſe reſtitue parfaitement, & rend au corps mû ſa premiére figure en le faiſant paſſer dans un ordre renverſé par les mêmes degrés & de figure & de mouvement par leſquels il avoit paſſé d'abord. La force éteinte renaît donc, & à la fin de la reſtitution du reſſort, ou de la figure du corps mû, elle ſe retrouve entiére; mais elle agit en ſens contraire à celui dans lequel elle agiſſoit auparavant, & elle renvoye le corps vers le lieu d'où il étoit parti, & le renvoye par la même ligne perpendiculaire au plan.

Cela poſé, l'incidence & la réflexion obliques n'ont aucune difficulté. L'incidence ſur le plan horiſontal, eſt compoſée de deux forces, l'une horiſontale ou paralléle au plan, l'autre verticale qui lui eſt perpendiculaire. Après le choc, & dans tout le temps de la compreſſion du reſſort, la verticale diminue toujours; mais l'horiſontale, à laquelle le plan ne s'oppoſe point, demeure la même, & à chaque inſtant infiniment petit de la compoſition il ſe forme un parallélogramme rectangle dont un des côtés étant conſtant, & l'autre toujours moindre, la diagonale qui répréſente la force totale agiſſante dans cet inſtant eſt toujours différente & toujours plus inclinée à l'horiſon, juſquà ce qu'enfin dans l'inſtant où la force verticale eſt nulle, cette diagonale ſoit horiſontale ou paralléle au plan. Si dans un de ces inſtans le plan étoit ſubitement enlevé, le corps s'échaperoit par la diagonale de cet inſtant, & décriroit une ligne d'autant plus inclinée à l'horiſon, que l'inſtant auroit été pris plus proche de la fin de la compreſſion du reſſort.

Dans tout le temps ſuivant de la reſtitution du reſſort, c'eſt la même choſe renverſée. Le corps qui dans le dernier inſtant de la compreſſion, ou le premier de la reſtitution, tendoit à s'échaper par une ligne horiſontale, n'aura plus de tendance que par des lignes toujours moins inclinées à l'horiſon, & enfin la derniére de ces lignes aura la même inclinaiſon qu'avoit eue l'incidence, ſuppoſé le reſſort parfait qui remet tout en ſon premier état; mais en renverſant ce qui peut être

renverſé.

renversé. Il fait remonter le corps s'il descendoit avant le choc, mais il le fait remonter par une ligne également inclinée à l'horison. Quant à la force, ou au mouvement horisontal, il n'y change rien ni dans le temps du choc, ni après le choc; car le ressort n'agit, il n'est comprimé, ou ne se restitue que dans le sens de la force ou du mouvement vertical.

Il est visible que l'égalité des angles d'incidence & de réflexion dépend donc de ces deux principes, 1° la force horisontale, constante & inaltérable, 2 la force verticale diminuée par le choc, détruite, & entierement rétablie.

Puisque dans les instans ou parties infiniment petites du temps de la compression du ressort, la force horisontale est constante, & la verticale décroissante, les diagonales infiniment petites qui réprésentent les mouvemens composés, ou plûtôt les tendances de ces instans, ne peuvent faire une droite finie, comme le savent tous les Géometres, mais seulement une Courbe, dont la premiere Tangente sera la ligne d'incidence du corps, & la derniere une ligne horisontale, toutes les Tangentes moyennes, à commencer par la premiere, étant toujours de plus en plus inclinées à l'horison. Le centre de gravité du corps, ou son centre, puisqu'il est sphérique, décrit cette Courbe. Il s'approche toujours du plan, ou descend toujours, en avançant cependant également par rapport à l'horison. Dans le temps de la restitution du ressort, c'est le contraire : le centre du corps remonte en décrivant une Courbe, ou plûtôt une 2de portion de Courbe égale & semblable à la premiere, mais contrairement posée; & ce n'est que quand il est parvenu à l'extrémité de cette 2de portion, qu'il s'échape par la ligne droite qui est celle de la réflexion. Ainsi c'est par cette Courbe descendante & remontante, que le centre de la Sphere est transporté de la ligne d'incidence dans celle de réflexion. Il est clair que pendant ce transport la Sphere avance horisontalement sur le plan de la quantité qui est entre les deux extrémités de la Courbe.

Cela suppose, comme nous l'avons toujours dit, la force horisontale constante : & afin qu'elle le soit, il faut que le plan

réfléchiſſant ſoit mathématique ou parfaitement poli; car s'il eſt phyſique ou raboteux, il diminue la force horiſontale, & retarde d'autant plus le mouvement qu'elle imprime, qu'il eſt plus raboteux; de ſorte que ſi le chemin de la Sphere ſur le plan, pendant la compreſſion & la reſtitution du reſſort, étoit aſſez long, la force horiſontale pourroit être détruite. En ce cas la verticale étant entierement rétablie par le reſſort, la réflexion ſe feroit par une perpendiculaire au plan, d'où il ſuit que la force horiſontale étant diminuée par le frottement du plan, & la verticale entierement rétablie par le reſſort, la réflexion ſe fera par une ligne moins inclinée au plan, que n'étoit celle d'incidence, & par conſéquent plus d'égalité des angles d'incidence & de réflexion.

Le chemin horiſontal que le corps fait ſur le plan dans le temps de la compreſſion & de la reſtitution du reſſort, il le fait en gliſſant, ſi le plan eſt mathématique: & alors, comme c'eſt le même point du corps, celui par lequel il a d'abord touché le plan, qui s'applique toujours à différents points du plan, il n'y a nulle difficulté à comprendre comment la force verticale qui agit toujours ſur ce même point, & peſe ſur lui, pour ainſi dire, cauſe la compreſſion, & comment ſe fait enſuite la reſtitution dont il eſt le ſeul point d'appui. Mais ſi le plan eſt phyſique, le corps roule, & s'applique toujours au plan par différents points; ce qui paroît devoir troubler une compreſſion ſucceſſive & réguliere; car le premier point de contact de la Sphere, & ſur lequel s'eſt faite la compreſſion du premier inſtant, n'étant plus dans le ſecond inſtant le point de contact, il ſemble qu'il ſoit ſoulagé de l'action qui le comprimoit, & qu'il doive auſſitôt ſe remettre par ſon reſſort en ſon premier état, & ainſi des autres; ce qui ne produiroit qu'une compreſſion partiale de différents points ſuivie auſſitôt de la reſtitution, & ne donneroit aucun effet total de compreſſion, tel qu'il eſt néceſſaire de le trouver. M. de Mairan ſatisfait pleinement à cette objection. Elle ſeroit ſans réponſe ſi chaque point de contact étoit ſucceſſivement le ſeul ſur lequel agît la force comprimante: mais il eſt im-

poſſible qu'elle agiſſe ſur un ſeul. Un premier point de contact comprimé, c'eſt-à-dire, qui s'approche du centre de la Sphere, en approche néceſſairement auſſi, à cauſe de la liaiſon des parties, un certain nombre de points voiſins dont il eſt environné, & en même-temps il en écarte de ce centre d'autres qui ſont plus éloignés de lui. Les plus voiſins déja rapprochés du centre, ſont les premiers ſur leſquels agit la compreſſion ſuivante qui les en rapproche encore, tandis que les autres plus éloignés du premier point de contact, & qui tendent à ſe rapprocher du centre par leur reſſort, favoriſent l'action de ceux-ci dont ils ſont devenus plus voiſins, & qu'ils tendent à rapprocher avec eux. Ce n'eſt là qu'une idée très-ſuperficielle d'un détail aſſez délicat, où M. de Mairan eſt entré. Il ſuffit d'appercevoir que l'effet ſera bien différent dans des points iſolés, pour ainſi dire, ou dans des points liés à d'autres auxquels ils communiquent de l'impreſſion, & différentes impreſſions ſelon les circonſtances.

Plus le plan phyſique, ſur lequel le corps roule, eſt raboteux & inégal, plus ſes inégalités s'oppoſent au mouvement direct que le corps tendoit à prendre, & qu'il auroit pris ſur un plan mathématique. Le roulement ou mouvement circulaire de la Sphere autour de ſon centre en eſt plus grand par rapport au mouvement direct qui lui reſte. La différente proportion du mouvement circulaire au direct, marque la différente diminution de la force horiſontale, & par conſéquent auſſi le changement qui arrive à l'angle de réflexion par rapport à celui d'incidence, auquel il eût dû être égal.

De-là il ſuit que ſi des Spheres, qui auroient un tournoyement différent ſur le centre, c'eſt-à-dire, des mouvemens circulaires en différentes proportions avec le direct, qu'on leur peut ſuppoſer le même à toutes, tomboient obliquement ſur un plan phyſique en y faiſant le même angle, elles ſe réfléchiroient toutes ſous des angles différens. Ce n'eſt là que la précédente propoſition renverſée. Si l'on ſuppoſe donc avec Deſcartes, que les Couleurs conſiſtent dans le différent tournoyement des globules de la lumiére, il faut qu'un rayon

ſenſible de lumiére, c'eſt-à-dire, un faiſceau de petits globules étant reçu ſur un plan très-poli, les globules ſe réfléchiſſent ſous différens angles, & que par-là les Couleurs ſe démêlent, comme elles font, par les réfractions du Priſme. C'eſt cependant ce qui n'arrive pas : & par ce raiſonnement très-ſimple, M. de Mairan détruit le ſyſtême de Deſcartes ſur les Couleurs.

Les changemens, qui peuvent arriver à la force horiſontale après le choc, donneront, ſelon la Théorie préſente, l'explication de pluſieurs coups remarquables de Paume, de Billard &c. Elle dépendra de la différente proportion du mouvement circulaire cauſé par le plan réfléchiſſant, & du mouvement direct de réflexion. Quelquefois le plan réfléchiſſant s'incline différemment au corps, comme fait une Raquette, & lui donne différentes impulſions & différentes déterminations au mouvement circulaire, qui ſe combinent avec le ſimple mouvement de réflexion, & l'alterent de façon à le rendre preſque méconnoiſſable. La balle peut être réfléchie vers le même endroit d'où elle vient.

Si l'égalité des angles d'incidence & de réflexion demande que la force horiſontale ſoit conſtante, & ne reçoive nulle altération par le choc, elle demande auſſi que la force verticale ſoit parfaitement rétablie à la fin de la reſtitution du reſſort, & par conſéquent que le reſſort ſoit parfait. Or il n'y en a point de tel dans la Nature, la matiére ne ſouffre nulle exactitude, nulle préciſion abſolue. L'imperfection du reſſort ne peut qu'empêcher l'entier rétabliſſement de la force verticale ou la diminuer, comme le frottement du plan ne peut que diminuer l horiſontale. De la diminution de la force verticale il doit s'enſuivre que la ligne de réflexion ſera plus inclinée au plan, que celle d'incidence. C'eſt le contraire de ce qui s'enſuit de la diminution de la force horiſontale, & la même choſe que ce qui s'enſuivroit de l'augmentation de l'horiſontale, ſi cette augmentation pouvoit arriver. Les différentes idées étant ainſi démêlées par M. de Mairan, & miſes dans un auſſi grand jour, elles deviennent enfin de na-

ture à pouvoir être renfermées dans des formules algébriques, où les deux forces seront posées susceptibles d'une diminution quelconque, & même d'augmentation pour une plus grande généralité qui ne coutera pas davantage; ces formules donneroient pour toutes les hypotheses possibles le rapport de l'angle de réflexion à celui d'incidence, qui variera selon la variation des deux forces, ou de l'une des deux; & enfin ce rapport ne seroit celui d'égalité que dans le cas de l'horisontale constante, & de la verticale entierement rétablie, ou du ressort parfait. C'est aussi ce qu'a fait M. de Mairan. Il a même donné le lieu géometrique qui représente toutes les différentes tendances de la Sphere dans le temps de la compression du ressort où la force verticale diminue par rapport à l'horisontale constante, & dans le temps de la restitution du ressort où la verticale renaît par degrés.

De tout ce qui a été dit on concluroit assez légitimement qu'il n'y a jamais dans la Nature une parfaite égalité entre les angles d'incidence & de réflexion, car il n'y a ni plan mathématique, ou exactement poli, ni ressort parfait. Un Miroir même ne doit pas avoir une surface polie à l'égard d'un rayon de lumiere, qui étant composé de globules d'une petitesse inconcevable trouvera sur cette surface des montagnes & des vallées. Cependant les Miroirs prouvent l'égalité parfaite de angles d'incidence & de réflexion de la Lumiére, & la prouvent si bien que sur leur foi on la peut prendre, & qu'elle a été prise pour un principe d'expérience.

M. de Mairan répond après M. Neuton que la réflexion de la Lumiere peut ne se faire pas sur les particules même du Miroir, mais sur celles d'une espece d'Atmosphere très-subtile qui revest tous les corps, & qui est de la même nature que le fluide qui en remplit les pores les plus étroits & les plus fins. Ce vernis rendra la surface des Miroirs incomparablement plus polie, & d'un poli proportionné à l'extrême délicatesse des globules de la Lumiére. Cela peut être; il n'est pourtant pas absolument sûr que le poli du Verre tel qu'on le conçoit ordinairement ne suffise pas pour les phénomenes

de Catoptrique, puiſqu'un reſſort imparfait, tel qu'il eſt ſelon toutes les apparences, ſoit dans les globules de la lumiére, ſoit dans les particules du Verre, ſuffit bien pour ces mêmes phénomenes. L'égalité des angles d'incidence & de réflexion ne laiſſera pas de ſe trouver phyſiquement & ſenſiblement.

Cette égalité qui eſt déja rare par l'imperfection des reſſorts, & l'inégalité des ſurfaces, l'eſt encore par les figures des corps qui ſe réfléchiſſent. M. de Mairan après avoir ſuppoſé que ces corps étoient ſphériques, vient à les conſidérer comme des Poliedres quelconques, mais il ne fait qu'effleurer cette matiére, tant à cauſe de ſon extrême complication, que de ſon peu d'utilité. Il prouve ſeulement qu'il n'y a que les corps ſphériques qui puiſſent ſe réfléchir toujours par un angle égal à celui d'incidence, tout le reſte étant ſuppoſé tel qu'il doit être. La réflexion variera pour toutes les autres figures, & ne ſe trouvera que par une eſpéce de haſard dans le cas de l'égalité. Il eſt donc démontré que les corpuſcules, qui compoſent la Lumiére, ſont effectivement des globules, s'ils ſont réellement mûs ; car ſi la Lumiére ne ſe fait que par une preſſion, la figure ſphérique n'eſt plus ſi indiſpenſable. Cependant les preſſions ou tendances au mouvement doivent ſuivre les mêmes loix que les mouvemens actuels.

Quand on fera attention à toute cette Théorie de M. de Mairan ſur la Réflexion des Corps, on s'appercevra aiſément qu'elle annonce & prépare celle de la Réfraction. Le plan que le corps mû rencontre, a été ſuppoſé inébranlable, ou impénétrable ; mais s'il ne l'étoit pas, ſi le corps mû rencontroit une eau, un corps poreux où il pût entrer, quelle direction de mouvement prendroit-il ? Il pourroit paſſer d'un premier fluide ou Milieu dans un ſecond, qui s'oppoſant autant que le premier au mouvement horiſontal, s'oppoſeroit moins au vertical, & alors la force verticale ſeroit augmentée, non en elle-même, mais parce que ſon action s'exerceroit plus librement : & cette augmentation de la force verticale eſt un cas que nous n'avons point conſidéré, parce qu'il n'étoit pas poſſible dans nos ſuppoſitions. C'eſt ce qu'on verra dans la ſuite avec toute

l'étendue que mérite le sujet. Ce n'est point retourner sur ses pas en Physique que de faire des recherches sur deux modifications du mouvement aussi constantes que la Réflexion & la Réfraction; c'est éclaircir des principes plus constans que connus, & les rendre d'autant plus sûrs & plus féconds, qu'ils seront plus éclaircis.

---

M. Le Bon, Horloger de l'Académie lui a fait voir une Pendule de son invention qui marque le Temps vrai. Feu M. de la Hire en avoit déja donné une, mais différente, en 1717 *. * V. les M. de 1717. p. 238.

Tout ce que nous pouvons prendre de celle de M. le Bon est l'idée principale qui consiste à tracer une Courbe rentrante en elle-même en forme d'Ellipse, par le moyen de laquelle le Rouage est tellement conduit, que l'Horloge donne le temps vrai.

Cette Courbe se construit sur la Table de l'Equation de l'Horloge contenue dans la *Connoissance des Temps*, qui se fait tous les ans par ordre de l'Académie: & voici quels sont les principes de cette Table. Nous supposerons ce que nous avons dit sur cette matiére en 1701 *. * p. 111. & suiv. seconde Edit.

Une Pendule bien reglée au mouvement moyen, & si juste qu'il ne sera point besoin d'y toucher pendant tout un an, ayant été mise sur le Soleil à midi, le 1. Novembre de cette année, elle avancera sur le Soleil, qui est alors plus lent, pour ainsi dire, parce que les jours vrais sont plus longs que les moyens. Et quand les jours vrais seront plus courts que les moyens, ce qui commencera d'arriver vers le 10. Février suivant, elle avancera encore à cause des *avances* acquises & accumulées, qui vont à plus de 31. Minutes, mais elle avancera toujours de moins en moins, au lieu qu'elle avançoit auparavant de plus en plus, & le 15. Mai elle n'avancera plus que d'un peu plus de 12′. Alors les jours vrais recommencent à être plus longs que les moyens. Elle avancera donc de plus en plus jusqu'au 25. Juillet où elle avancera de plus de 22′,

& alors les jours vrais redevenant plus courts que les moyens, elle n'avancera que de moins en moins, & enfin n'avancera plus du tout & se retrouvera avec le Soleil le 1. Novembre. La plus grande quantité dont la Pendule puisse avancer d'un jour par rapport au suivant, est de 30. ou 31″, & cela arrive vers le 24. Décembre. Elle n'avance point d'un jour à l'autre, du moins d'aucune Seconde entiere, dans les 4. Epoques marquées où les jours vrais ayant été plus longs que les moyens, deviennent plus courts, & réciproquement.

La Table de *la Connoissance des Temps* donne la quantité précise dont la Pendule avance chaque jour à Midi.

M. le Bon divise un Cercle en 365. parties égales, & tire du centre à chaque division des rayons qui répondent à tous les jours de l'année. Il coupe par la moitié celui qui répond au 1. Novembre, parce qu'il commence la Suite de ceux auxquels il faudra toujours ajouter quelque partie, afin que ces parties ajoutées représentent les Secondes dont la Pendule avance chaque jour. Le 10. Février elle sera avancée de 31′ 5″, qui font 1865″. Il divise donc la 2de moitié de ce rayon du 1. Novembre en 1865. parties, & porte sur la 2de moitié de chacun des rayons suivans, autant de ces parties que la Table de *la Connoissance des Temps* marque de Secondes dont la Pendule avance. Le rayon du 10. Février se trouve égal au rayon total qui est de 3730. parties. Il est clair que par tous les points où se terminent sur chaque rayon compris entre le 1. Novembre & le 10. Février, les parties ajoutées, il peut passer une Courbe; du 10. Février jusqu'au 15. Mai, c'est la même chose, quoique dans un ordre contraire, c'est-à-dire, qu'on diminue le rayon total du 10. Février, & toujours ainsi de suite pour les autres Epoques. On a donc sur tous les rayons 365. points différemment placés sur chacun, par lesquels on décrira méchaniquement une Courbe.

Il est vrai que ces 365. points ont des intervalles, & que rien ne détermine les petits arcs de la Courbe qui doivent y passer. Mais quand elle passe une fois par tous les points déterminés

terminés il ne peut y avoir qu'une erreur insensible sur ceux des entre-deux ; & comme cette Courbe n'est destinée qu'à faire répréfenter par la Pendule la Table des Equations qui va d'un Midi à l'autre, la Pendule fera exactement cette fonction, & ne sera pas absolument si précise, non-plus que la Table, pour les Heures moyennes.

Une plaque de Léton, dont la circonférence est taillée selon cette Courbe, s'applique au mouvement de l'Horloge, & y produit les inégalités nécessaires. Cette application elle-même a eu ses difficultés & son mérite; mais nous n'en parlerons point : l'Art de l'Horlogerie a été porté si loin depuis un temps, qu'il commence à se parer de ses richesses superflues.

---

# *MACHINES OU INVENTIONS*

## *APPROUVE'ES PAR L'ACADE'MIE*

## *EN M. DCCXXII.*

### I.

UNE Machine de M. du Quet qui supplée au manque de Batteurs en Grange par le moyen d'une Manivelle coudée, qui communique fort ingénieusement le mouvement alternatif des Fléaux.

Depuis on a sû qu'elle a été mise en usage avec succès.

### II.

Une Pompe de M. Perpoint, où le mouvement du Piston est toujours paralléle au Corps de Pompe, qui par-là se conserve mieux, que quand il essuie des frottemens inégaux de la part du Piston mû obliquement. On a trouvé excellente la maniére dont est exécuté le parallélisme du Piston. Mais comme céla dépend de Roues dentées & de Cramailliéres

qui auront beaucoup de frottement, il reste à savoir si elles n'en auront pas plus, ou du moins autant, que le Piston mû à l'ordinaire, & si en s'usant beaucoup, comme elles feront apparemment, elles ne feront pas perdre tout l'avantage de la conservation du Corps de Pompe. C'est ce qu'on avoit déja dit en 1721 * sur une Machine pareille de M. Auger, avec qui M. Perpoint s'est rencontré pour l'idée principale.

* p. 97.

III.

Les Additions de M. Joseph Ubleman à une Pompe dont on se sert dans les Incendies en une infinité de lieux avec succès. Il applique à un même Piston deux Leviers opposés, ce qui produit deux avantages. 1°. Les hommes placés des deux côtés de la Pompe s'embarrassent moins, & peuvent être en plus grand nombre. 2°. L'action des deux Leviers opposés tient toujours le Piston perpendiculaire dans l'élevation & l'abaissement, ce qui rend les frottemens moindres.

IV.

Un petit Moulin de M. de la Gache. On a trouvé que quoique cette Machine ne soit pas nouvelle, elle étoit bien exécutée, commode par son petit volume, & pouvoit être d'usage en plusieurs occasions.

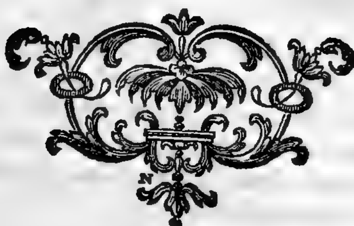
V.

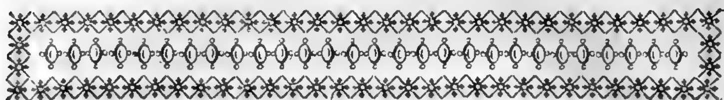
Un Bac proposé par M. Droüet Ciseleur. A cela près qu'il n'est fermé que d'un Bateau; il est le même qu'un Bac à deux Bateaux dont on se sert depuis long-temps à Nimegue. Il peut par sa simplicité être utile dans des Riviéres fort larges, & dans des endroits où il faudroit suppléer au défaut d'un Pont rompu, en attendant qu'on le raccommodât.

VI.

Une nouvelle construction de Moulins à Poudre propo-

sée par M. de Moralec Commissaire d'Artillerie. Il a pensé que ces Moulins étant sujets à sauter en l'air dès que le feu prend par quelque accident à la poudre d'un des Mortiers, parce qu'il se communique aussitôt aux Mortiers voisins, il falloit les mettre tous dans des Cellules séparées. Par-là tout le désordre ne se fera que dans une Cellule, & cela même arrivera d'autant plus rarement, que le péril étant moindre, les Ouvriers veilleront plus hardiment aux Mortiers. Il faudroit savoir par des expériences faites avec soin à quelle distance de la Poudre enflâmée peut ou ne peut pas enflâmer d'autre Poudre selon la maniére dont elle est placée. Cela détermineroit la distance & la disposition des Cellules, & régleroit la construction du Moulin.





# ELOGE
# DE M. COUPLET.

CLaude-Antoine Couplet, nâquit à Paris le 20. Avril 1642. d'Antoine Couplet Bourgeois de Paris. Son Pere le destina au Barreau sans consulter, & apparemment sans connoître ses talens & son goût, qui le portoient aux Mathématiques, & principalement aux Méchaniques. Elles lui causérent beaucoup de distraction dans ses études; cependant il fut reçû Avocat, mais il quitta bientôt cette profession forcée, & se donna entiérement à celle que la Nature lui avoit choisie.

Il chercha de l'instruction & du sécours dans le commerce de M. Buhot, Cosmographe, & Ingénieur du Roi, qui après avoir reconnu ses dispositions, se fit un plaisir de les cultiver. Il voulut même serrer par une alliance la liaison que la science avoit commencée entr'eux; & en 1665. il fit épouser sa Belle-fille à son Eléve, âgé alors de 24. ans.

En 1666. fut formée l'Académie des Sciences. M. Buhot fut choisi par M. Colbert pour en être: quelque temps après M. Couplet y entra; on lui donna un logement à l'Observatoire, & la garde du Cabinet des Machines. Il semble qu'un certain respect doive être attaché aux noms de ceux qui ont les premiers composé cette Compagnie.

En 1670. M. Couplet acheta de M. Buhot la Charge de Professeur de Mathématique de la grande Ecurie. Il étoit obligé d'aller fort souvent à Versailles; & dans ce temps-là le feu Roi y fit faire ces grandes conduites d'eau qui l'ont tant embelli. La Science des Eaux & des Nivellemens fut perfectionnée au point qu'elle en devint presque toute nouvelle; & M. Couplet, qui ne demandoit qu'à s'instruire &

à s'exercer, en eut des occasions à souhait. Nous avons parlé en 1699 * d'un Niveau qu'il s'étoit en quelque maniére rendu propre en le rendant d'une exécution beaucoup plus facile.

* p. 112. & suiv.

Employé souvent à des ouvrages de Particuliers, il s'y conduisoit toujours d'une maniére, dont sa famille seule pouvoit se plaindre. Il ne vouloit que réussir, & il mettoit de son argent pour hâter, ou pour perfectionner les travaux. Loin de faire valoir ses soins & ses peines, il en parloit avec une modestie, qui enhardissoit à le récompenser mal, & ce n'étoit jamais un tort avec lui que le peu de reconnoissance.

Ce qu'il a fait de plus considérable, a été à *Coulanges la vineuse*, petite Ville de Bourgogne, à 3. lieux d'Auxerre. Coulanges est riche en vins, & delà vient son épithéte, qui lui convient d'autant mieux, qu'elle n'avoit que du vin, & point d'eau. Les Habitans étoient réduits à des Mares; & comme elles étoient souvent à sec, ils alloient fort loin chercher un Puits qui tarissoit aussi, & les renvoyoit à une Fontaine éloignée d'une lieue. Afin que l'on ne manquât pas d'eau dans les Incendies, chaque Habitant étoit obligé, par Ordonnance de Police, à avoir à sa porte un tonneau toujours plein, & malgré cette précaution la Ville avoit eu trois grands Incendies en 30. ans, & à l'un on avoit été obligé de jetter du vin sur le feu. Ils avoient obtenu en 1516. un Arrêt du Conseil, qui leur permettoit de lever sur chaque piéce de vin qui sortiroit de leur Territoire, un impôt dont le produit seroit employé à chercher de l'eau, & à toutes les dépenses nécessaires; mais tous les Ingénieurs qui avoient tenté cette entreprise, l'avoient tentée sans succès, quoique vivement animés, & par l'utilité, & par la gloire.

M. Daguesseau, alors Procureur Général, & aujourd'hui Chancelier de France, ayant acquis le Domaine de cette Ville, voulut faire encore un effort, ne fût-ce que pour s'assûrer qu'il n'en falloit plus faire : & en 1705. il s'adressa à M. Couplet, qui partit pour Coulanges au mois de Septembre. Ce mois est ordinairement un des plus secs de toute l'année;

1705. fut une année fort féche : & si l'on pouvoit alors trouver de l'eau, il n'étoit pas à craindre qu'on en manquât jamais.

En une infinité d'endroits de la Terre il court des veines d'eau, qui ont effectivement quelque rapport avec le sang qui coule dans nos veines. Si ces eaux trouvent des terres sablonneuses, elles se filtrent au travers, & se perdent ; il faut des fonds qui les arrêtent, tels que sont des lits de Glaise. Elles sont en plus grande quantité, selon la disposition des terrains. Si, par exemple, une grande Plaine a une pente vers un Côteau, & s'y termine, toutes les eaux que la plaine recevra du Ciel seront déterminées à couler vers ce Côteau, qui les rassemblera encore : & elles se trouveront en abondance au pied. Ainsi la recherche & la découverte des eaux dépend d'un examen fort exact, & assez fin des terrains : il y faut un coup d'œil juste, & guidé par une longue expérience.

M. Couplet arrivé à quelque distance de Coulanges, mais sans la voir encore, & s'étant seulement fait montrer vers quel endroit elle étoit, mit toutes ses connoissances en usage, & enfin promit hardiment cette eau si desirée, & qui s'étoit dérobée à tant d'autres Ingénieurs. Il marchoit son Niveau à la main : & dès qu'il put voir les maisons de la Ville, il assûra que l'eau seroit plus haute. Quelques-uns des principaux Habitans, qui par impatience ou par curiosité étoient allés audevant de lui, coururent porter cette nouvelle à leurs Concitoyens, ou pour leur en avancer la joie, ou pour se donner une espéce de part à la gloire de la découverte. Cependant M. Couplet continuoit son chemin en marquant avec des piquets les endroits où il falloit fouiller, & en prédisant dans le même temps à quelle profondeur précisément on trouveroit l'eau ; & au-lieu qu'un autre eût pû prendre un air imposant de Divination, il expliquoit naïvement les principes de son Art, & se privoit de toute apparence de merveilleux. Il entra dans Coulanges, où il ne vit rien qui traversât les idées qu'il avoit prises, & il repartit pour Paris, après avoir laissé les instructions nécessaires pour les

travaux qui se devoient faire en son absence. Il restoit à conduire l'eau dans la Ville par des tranchées & par des canaux, à lui ménager des canaux de décharge en cas de besoin, & tout cela emportoit mille détails de pratique, sur quoi il ne laissoit rien à desirer. Il promit de revenir au mois de Décembre pour mettre à tout la derniére main.

Il revint en effet, & enfin le 21. Décembre l'eau arriva dans la Ville. Jamais la plus heureuse Vendange n'y avoit répandu tant de joie. Hommes, femmes, enfans, tous couroient à cette eau pour en boire ; & ils eussent voulu s'y pouvoir baigner. Le premier Juge de la Ville, devenu aveugle, n'en crut que le rapport de ses mains, qu'il y plongea plusieurs fois. On chanta un *Te Deum*, où les Cloches furent sonnées avec tant d'emportement, que la plus grosse fut démontée ; l'allégresse publique fit cent folies. La Ville, auparavant toute défigurée par des maisons brûlées qu'on ne réparoit point, a pris une face nouvelle : on y bâtit, on vient même s'y établir, au-lieu qu'on l'abandonnoit peu à peu ; & pour tout cela M. Couplet n'a pas fait 3000" de dépense à cette même Ville, qui auroit été ravie de se charger d'un Impôt perpétuel. Aussi crut-elle bien lui devoir une Inscription, & une Devise. L'Inscription est ce Distique Latin.

*Non erat ante fluens populis sitientibus unda :*
*Ast dedit æternas arte Cupletus aquas.*

La Devise réprésente un Moyse, qui tire de l'eau d'un Rocher entouré de Seps de Vignes, avec ces mots, *Utile dulci.*

Auxerre & Courson, qui sont dans le voisinage de Coulanges, se sentirent aussi de son voyage. Il donna à Auxerre les moyens d'avoir de meilleure eau ; & à Courson ceux de retrouver une Source perdue.

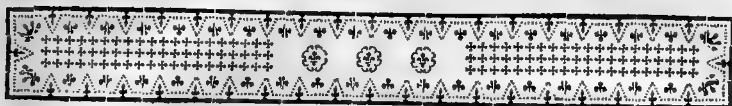
C'est dans ces sortes de fonctions, & dans celles qu'il devoit à l'Académie & à sa Charge, qu'il a passé une vie toujours occupée, & toujours laborieuse. Une compléxion d'une

force singuliére le soutenoit dans ses fatigues. Enfin âgé de 79. ans il eut une premiére attaque d'Apoplexie, & quelque temps après, une seconde, ausquelles succéda une Paralysie, qui tomba particuliérement sur la Langue, & sur l'Oesophage; desorte qu'il ne pouvoit ni parler, ni avaler sans beaucoup de peine. Il fut deux ans à languir, mais avec courage. Il employa toujours à des priéres, & à des discours édifians le peu qui lui restoit d'usage de la parole; & il mourut le 25 Juillet 1722. âgé de 81. an.

Ce qu'on appelle précisément bonté, étoit en lui à un haut point, & avec cet avantage, qu'elle étoit sensiblement marquée dans sa physionomie, dans son air, dans ses maniéres; on se fût fié à lui sans autres garants que ceux-là. Heureuses, du moins par rapport aux effets extérieurs, les vertus dont la preuve est courte & prompte! Il étoit Trésorier de l'Académie, titre trop fastueux, & assez impropre; il étoit plutôt le contraire d'un Trésorier; il n'avoit point de fonds entre les mains, mais il faisoit des avances assez considérables par rapport à sa fortune, & ne les retiroit pas sans peine. Il a laissé un fils qui lui a succédé dignement dans cette place.



*ELOGE*



# ELOGE
# DE M. MERY.

JEan Mery nâquit à Vatan en Berry le 6. Janvier 1645. de Jean Mery Maître Chirurgien, & de Jeanne Mores. On lui fit commencer ses études : mais il s'en dégoûta bientôt par le peu de secours qu'il trouva dans de mauvais Maîtres, par le peu d'émulation, apparemment aussi par le peu d'inclination naturelle. Il ne passa pas la Quatriéme, & s'attacha uniquement à la profession de son Pere. Il vint à Paris à 18. ans s'instruire à l'Hôtel-Dieu, la meilleure de toutes les Ecoles pour de jeunes Chirurgiens. Non content de ses exercices du jour, il déroboit subtilement un Mort quand il le pouvoit, l'emportoit dans son lit, & passoit la nuit à le disséquer en grand secret.

En 1681. il fit à la priere de M. Lami Docteur en Médecine, qui donnoit une 2de Edition de son Livre de l'*Ame Sensitive* une Description de l'Oreille. Il reconnoît dans une Lettre préliminaire adressée à ce Docteur & imprimée aussi, qu'il n'est qu'*un simple Chirurgien de l'Hôtel-Dieu*, & par-là il insinue qu'il est bien hardi d'oser décrire une partie aussi délicate que l'Oreille, & aussi inconnue aux plus habiles Anatomistes, qu'on ne le croira pas en droit de faire des découvertes : mais si on veut bien ne s'en pas tenir à des préjugés ordinairement si concluans, il s'engage à convaincre tout Incrédule les piéces à la main. Dans la même année il fut pourvu d'une Charge de Chirurgien de la feue Reine.

En 1683. M. de Louvois le mit aux Invalides en qualité de Chirurgien Major.

L'année suivante le Roi de Portugal ayant demandé au feu Roi un Chirurgien capable de donner du secours à

la Reine ſa femme, qui étoit à l'extrémité, M. de Louvois y envoya M. Mery en poſte, mais la Reine mourut avant ſon arrivée. Il n'y eut à Liſbonne aucun Malade qui ne voulut le conſulter, quelque peu digne qu'il en fut par ſon mal, ou au contraire quelque déſeſperé qu'il fût. On lui fit les offres les plus avantageuſes pour l'arrêter en Portugal; on en fit autant en Eſpagne à ſon paſſage : mais rien ne put vaincre l'amour de la Patrie.

A ſon retour M. de Louvois le fit entrer dans l'Académie des Sciences en 1684.

Cette même année la Cour allant à Chambord, le Roi demanda à M. Fagon un Chirurgien qu'il pût mettre pendant le voyage auprès de M. le Duc de Bourgogne encore enfant. M. Fagon fit choix de M. Mery. On ne peut pas mettre en doute s'il s'acquita de cet emploi avec toute l'application & tout le zele poſſible : mais il ſe trouvoit encore plus étranger à la Cour qu'il ne l'avoit été en Portugal & en Eſpagne, & il revint, auſſitôt qu'il le put, reſpirer ſon véritable air natal, celui des Invalides, & de l'Académie.

En 1692. il fit un voyage en Angleterre par ordre de la Cour, &, ce qui paroîtra ſans doute ſurprenant, on en ignore abſolument le ſujet. Peut-être s'eſt-on déja apperçu que les faits rapportés juſqu'ici ont été aſſez dénués de circonſtances, aſſez décharnés : c'eſt la faute de celui qu'ils regardent. Après qu'il avoit rempli dans la derniere exactitude ſes fonctions néceſſaires, il ſe renfermoit dans ſon Cabinet, où il étudioit non pas tant les Livres que la Nature même; il n'avoit de commerce qu'avec les Morts, & cela dans un ſens beaucoup plus étroit qu'on ne le dit d'ordinaire des Savans. Il s'inſtruiſoit donc infiniment, mais perſonne n'en eût rien ſû, ſi les opérations qu'il faiſoit tous les jours n'euſſent trahi le ſecret de ſon habileté. Ceux qui ſont fortement occupés à exercer une profeſſion ou un talent, parlent du moins plus volontiers dans l'intérieur de leur famille, ſoit de leurs occupations préſentes, ſoit de leurs projets; on eſt obligé de les écouter, & ils ont une liberté entiére de ſe faire valoir : mais il n'u-

ſoit point de ſes droits à cet égard ; on ne le voyoit qu'aux heures du repas : & il n'y tenoit point de diſcours inutiles. Enfin, je le répete, on ne ſait rien du voyage d'Angleterre, dont il auroit dû, au moins à ſa femme & à ſes enfans, vanter ou excuſer le ſuccès. Tout étoit enſéveli dans un profond ſilence: & il eſt preſque étonnant que M. Mery ait été connu. Il n'a rien mis du ſien dans ſa réputation que ſon mérite, & communément il s'en faut beaucoup que ce ne ſoit aſſez.

En 1700. M. de Harlai premier Préſident le nomma premier Chirurgien de l'Hôtel-Dieu. Il n'accepta cette place que quand il fut bien ſûr qu'elle n'étoit pas incompatible avec celle de l'Académie, & je lui ai oui dire que les deux enſemble rempliſſoient toute ſon ambition. Auſſi l'ont-elles uniquement occupé. Des Malades quelque importans qu'ils fuſſent, quelque utiles qu'ils duſſent être, n'ont jamais pu le faire ſortir de chez lui. Tout au plus a-t'il traité quelques Amis, mais en amis, & en leur faiſant très-peu de choſe. Des Etrangers, qui ſouhaitoient paſſionnément qu'il leur fît des Cours particuliers d'Anatomie, n'ont pu le tenter par les promeſſes les plus magnifiques, & les plus ſûres. Il ne vouloit point d'une augmentation de fortune, qui lui eût coûté un temps deſtiné à de nouveaux progrès dans ſa Science.

Mais ce même temps qu'il eſtimoit plus que la richeſſe, il ne l'épargnoit point à ſes devoirs, il conçut volontairement le deſſein d'en donner à l'Hôtel-Dieu beaucoup plus qu'il ne lui en demandoit ſelon l'uſage établi. Les jeunes Chirurgiens qui venoient y apprendre leur métier, n'y prenoient des leçons qu'au gré du hazard, qui leur mettoit ſous les yeux tantôt une opération, tantôt une autre ; rien de ſuivi, rien de méthodique ne dirigeoit leurs connoiſſances. Il obtint de M. de Harlai que l'on conſtruisît un lieu où il leur feroit des Cours réglés d'Anatomie. S'il eût pris cette occaſion de demander des appointemens plus forts, s'il ne l'eût même fait naître que dans cette vûe, on ne l'eût pas blâmé d'accorder ſon intérêt avec celui du Public. D'ailleurs M. le premier Préſident l'honoroit d'une affection particuliere, &

comme ce grand Magiſtrat avoit beaucoup d'eſprit, peut-être l'aimoit-il, d'autant plus qu'il falloit de la pénétration pour ſentir tout ce qu'il valoit : mais M. Mery ne ſongea dans ſon nouvel établiſſement qu'à l'utilité publique, & il ſe tint heureux qu'on lui eût accordé un ſurcroît conſidérable d'aſſujétiſſement & de travail.

Son génie étoit d'apporter une extrême exactitude à l'obſervation, & de ſe bien aſſûrer de la ſimple vérité des choſes. Il ne ſe preſſoit point d'imaginer pourquoi telle diſpoſition, telle ſtructure : il voyoit les faits d'autant plus ſûrement qu'il ne les voyoit point au travers d'un Syſtême déja formé, qui eût pu les changer à ſes yeux. Son Cabinet Anatomique, auquel il avoit travaillé une bonne partie de ſa vie, ce nombre prodigieux de diſſections faites de ſa main avec une patience étonnante, avoient apparemment aidé à lui faire prendre cette habitude; il avoit été ſi long-temps appliqué à ne faire que voir, qu'il n'avoit pas eu le loiſir de ſonger tant à deviner : mais on doit convenir qu'il n'y a pas moins de ſagacité d'eſprit à bien voir en cette matiére qu'à deviner. Auſſi n'avoit-on pas à craindre que ce qu'il faiſoit voir aux autres il le leur déguisât, ou l'embellît trop par ſes diſcours, à peine ſe pouvoit-il réſoudre à l'expliquer, il faloit preſque que les piéces de ſon Cabinet parlaſſent pour lui.

On y en conte juſqu'à 80. d'importantes, ſoit Squeletes entiers, ſoit parties d'Animaux. 30. de ces Piéces regardent l'Homme, & celle où ſont tous les Nerfs conduits depuis leur origine juſqu'à leurs extrémités, a dû lui coûter des 3. ou 4. mois de travail. Une adreſſe ſinguliere, & une perſévérance infatigable ont été néceſſaires pour finir ces Ouvrages. Auſſi étoit-ce là ce qui l'enlevoit à tout. Il étoit toujours preſſé de rentrer dans ce lieu où toutes ces Machines démontées & dépouillées de ce qui nous les cache en les revêtant, lui preſentoient la Nature plus à nu, & lui donnoient toujours à lui-même de nouvelles inſtructions. Cependant pour ne ſe pas trop glorifier de la connoiſſance qu'il avoit de la ſtructure des Animaux, il faiſoit réflexion ſur l'ignorance où

l'on est de l'action & du jeu des Liqueurs. *Nous autres Anatomistes*, m'a-t'il dit une fois, *nous sommes comme les Crocheteurs de Paris qui en connoissent toutes les Rues, jusqu'aux plus petites, & aux plus écartées, mais qui ne savent pas ce qui se passe dans les Maisons.*

On a vû de lui dans nos Volumes quantité de morceaux, sur ce que devient l'air entré par les Poumons, sur l'Iris de l'Oeil, sur la Choroïde, &c; il a donné une nouvelle structure au Nerf Optique, & a osé avancer qu'un Animal se multiplie sans accouplement, c'est la Moule d'Etang, dont il a donné la singuliere & bisarre Anatomie *. Mais ce qui a fait le plus de bruit dans ces Volumes a été son opinion sur la Circulation du sang dans le Fœtus, ou sur l'usage du Trou Oval, directement opposée à celle de tous les autres Anatomistes. Il fut cause que l'Académie dès son renouvellement en 1699. fut agitée par cette question. Un monde d'Adversaires élevés contre lui tant au dedans qu'au dehors de l'Académie ne l'ébranla point. Il publia même en 1700. hors de nos Mémoires un Traité exprès sur ce sujet, auquel il joignit ses remarques sur une nouvelle maniere de tailler de la Pierre pratiquée alors par un Frere Jacques Francomtois. C'est là le seul Livre qu'on ait de lui. On ne sait point encore aujourd'hui quel parti est victorieux : & c'est une assez grande gloire pour celui qui seul étoit un parti. Il paroît, ainsi que nous osâmes le soupçonner il y a long-temps, que les deux Systêmes opposés pourroient être vrais, & se concilier, dénoûment qui mériteroit d'être remarqué dans l'Histoire de la Philosophie, & qui condamneroit bien la grande chaleur de toute cette contestation.

* V. l'Hist. de 1710. p. 30. & suiv.

M. Mery étoit si retenu à former, ou à adopter des Systêmes qu'il hésitoit à recevoir, ou si l'on veut, ne recevoit pas celui de la Génération par les Oeufs, si vraisemblable, si appuyé, si généralement reçû. Il n'en substituoit pas d'autre à la place, mais des structures de parties, qui effectivement ne s'y accordent pas trop, l'arrêtoient *, au lieu que les autres Anatomistes se laissent emporter à un grand nom-

* V. l'Hist. de 1701. p. 38. & suiv. 2de Edit.

bre d'apparences très-favorables, & se reposent en quelque sorte sur la Nature de la solution de quelques difficultés. Nous n'avons garde de décider entre leur hardisse, & la timidité opposée, seulement pouvons nous dire qu'en fait de Sciences les hommes sont nés Dogmatiques & hardis, & qu'il leur en coûte plus d'effort pour être timides & Pirrhoniens.

Cependant M. Mery peu disposé à prendre trop facilement les opinions les plus dominantes, ne l'étoit pas davantage à quitter les siennes particulieres. Le témoignage qu'il se rendoit de la grande sûreté de ses observations, & du peu de précipitation de ses conséquences, l'affermissoit dans ce qu'il avoit une fois pensé déterminément. La vie retirée y contribuoit encore; les idées qu'on y prend sont plus roides & plus inflexibles, faute d'être traversées, pliées par celles des autres, entretenues dans une certaine souplesse; on s'accoûtume trop dans la solitude à ne penser que comme soi. Cette même retraite lui faisoit ignorer aussi des ménagemens d'expression nécessaires dans la dispute; il ne donnoit point à entendre qu'un fait rapporté étoit faux, qu'un sentiment étoit absurde, il le disoit. Mais cet excès de naïveté & de sincérité ne blessoit pas tant dans l'intérieur de l'Académie : & si les suites assez ordinaires du savoir n'y étoient excusées, où le seroient-elles ? On y a remarqué avec plaisir que M. Mery, quelqu'attaché qu'il fût à ses sentimens, en avoit changé en quelques occasions. Par exemple, il avoit d'abord fort approuvé l'opération du Frere Jacques : & il se rétracta dans la suite. Il étoit de bonne grace d'avoir commencé par l'approbation. Un Anatomiste de la Compagnie raconte qu'il a convaincu M. Mery sur certains points, qui lui avoient paru d'abord insoûtenables, & il le raconte pour la gloire de M. Mery & non pour la sienne.

Ce même Anatomiste prétend que M. Mery avoit entrevû la Valvule d'Eustachius, connu les Glandes de Couper long-temps avant Couper même. Mais il faut laisser les découvertes aux noms qui en sont en possession; & quand mê-

me ce ne feroit que la faveur du fort qui les leur auroit adjugées plûtôt qu'à d'autres, il vaut mieux n'en point appeller.

Malgré une conftitution très-ferme, & une vie toujours très-réglée d'un bout à l'autre, M. Mery fe fentit prefque tout d'un coup abandonné de fes jambes vers l'âge de 75. ans, fans avoir nulle autre incommodité. Il fut réduit à fe renfermer abfolument chez lui, où il s'étoit tant renfermé volontairement. Tous ceux de l'Académie, qui pouvoient fe plaindre de quelques-unes de ces fincérités dont nous avons parlé, allerent le voir pour le raffûrer fur l'inquiétude où il eût pu être à leur égard, & renouveller une amitié, qui, à proprement parler, n'avoit pas été interrompue. Il fut fenfiblement touché, & de ces avances qu'il n'attendoit peut-être pas, & de ces fentimens qu'il méritoit plus qu'il ne fe les étoit attirés : & il ne pouvoit fe laffer d'en marquer fa joie à M. Varignon, fon fidele ami, & de tous les temps.

Il s'affoibliffoit toujours, quoiqu'en confervant un efprit fain : & enfin il mourut le 3. Novembre 1722, âgé de 77. ans. Il a laiffé fix Enfans de Catherine-Geneviéve Carrere, fille de M. Carrere, qui avoit été premier Chirurgien de feue Madame.

Il a eu toute fa vie beaucoup de Religion, & des mœurs telles que la Religion les demande ; fes dernieres années ont été uniquement occupées d'exercices de pieté. Nous avons dit de feu M. Caffini, que les Cieux lui racontoient fans ceffe la gloire de leur Créateur, les Animaux la racontoient auffi à M. Mery. L'Aftronomie & l'Anatomie font en effet les deux Sciences où font le plus fenfiblement marqués les caractéres du fouverain Etre : l'une annonce fon immenfité par celle des efpaces céleftes, l'autre fon intelligence infinie par la Méchanique des Animaux. On peut même croire que l'Anatomie a quelque avantage : l'intelligence prouve encore plus que l'immenfité.

# ELOGE
## DE M. VARIGNON.

PIerre Varignon naquit à Caen en 1654. d'un Architecte Entrepreneur, dont la fortune étoit fort médiocre. Il avoit deux freres, qui suivirent la profession du Pere, & il étudia pour être Ecclésiastique.

Au milieu de cette éducation commune, qu'on donne aux jeunes gens dans les Colléges, tout ce qui peut les occuper un jour plus particuliérement, vient par différens hazards se présenter à leurs yeux: & s'ils ont quelque inclination naturelle bien déterminée, elle ne manque pas de saisir son objet, dès qu'elle le rencontre. Comme les Architectes, & quelquefois les simples Maçons, savent faire des Cadrans, M. Varignon en vit tracer de bonne heure, & ne le vit pas indifféremment. Il en apprit la pratique la plus grossiére, qui étoit tout ce qu'il pouvoit apprendre de ses Maîtres, mais il soupçonnoit que tout cela dépendoit de quelque Théorie générale, soupçon qui ne servoit qu'à l'inquiéter, & à le tourmenter sans fruit. Un jour, pendant qu'il étoit en Philosophie aux Jésuites de Caen, feuilletant par amusement différens Livres dans la boutique d'un Libraire, il tomba sur un Euclide, & en lut les premiéres pages, qui le charmérent non seulement par l'ordre & l'enchaînement des idées, mais encore par la facilité qu'il se sentit à y entrer. Comment l'Esprit humain n'aimeroit-il pas ce qui lui rend témoignage de ses talens? Il emporta l'Euclide chez lui, & en fut toujours plus charmé par les mêmes raisons. L'incertitude éternelle, l'embarras Sophistique, l'obscurité inutile, & quelquefois affectée de la Philosophie des Ecoles, aidérent encore à lui faire goûter la clarté, la liaison, la sûreté des vérités géométriques.

triques. La Géométrie le conduisit aux ouvrages de Descartes: & il y fut frappé de cette nouvelle lumiere, qui delà s'est répandue dans tout le Monde pensant. Il prenoit sur les nécessités absolues de la vie dequoi acheter des Livres de cette espéce, ou plutôt il les mettoit au nombre des nécessités absolues; il falloit même, & cela pouvoit encore irriter la passion, qu'il ne les étudiât qu'en secret; car ses parens qui s'appercevoient bien que ce n'étoient pas là les Livres ordinaires dont les autres faisoient usage, desaprouvoient beaucoup, & traversoient de tout leur pouvoir l'application qu'il y donnoit. Il passa en Théologie, & quoique l'importance des matiéres, & la nécessité dont elles sont pour un Ecclésiastique, le fixassent davantage, sa passion dominante ne leur fut pas entiérement sacrifiée.

Il alloit souvent disputer à des Theses dans les Classes de Philosophie, & il brilloit fort par sa qualité de bon argumenteur, à laquelle concouroient & le caractere de son esprit, & sa constitution corporelle, beaucoup de force & de netteté de raisonnement d'un côté, & de l'autre une excellente poitrine, & une voix éclatante. Ce fut alors que M. l'Abbé de S. Pierre qui étudioit en Philosophie dans le même Collége, le connut. Un goût commun pour les choses de raisonnement, soit Physiques, soit Métaphysiques, & des disputes continuelles, furent le lien de leut amitié. Ils avoient besoin l'un de l'autre pour approfondir, & pour s'assûrer que tout étoit vû dans un sujet. Leurs caractéres différens faisoient un assortiment complet & heureux, l'un par une certaine vigueur d'idées, par une vivacité féconde, par une fougue de raison, l'autre par une analyse subtile, par une précision scrupuleuse, par une sage & ingénieuse lenteur à discuter tout.

M. l'Abbé de S. Pierre pour jouir plus à son aise de M. Varignon le logea avec lui, & enfin toujours plus touché de son mérite, il résolut de lui faire une fortune, qui le mît en état de suivre pleinement ses talens & son génie. Cependant cet Abbé, cadet de Normandie, n'avoit que 1800. liv. de

rente ; il en détacha 300. qu'il donna par Contrat à M. Varignon. Ce peu qui étoit beaucoup par rapport au bien du Donateur, étoit beaucoup auſſi par rapport aux beſoins & aux deſirs du Donataire. L'un ſe trouva riche, & l'autre encore plus d'avoir enrichi ſon ami.

L'Abbé perſuadé qu'il n'y avoit point de meilleur ſéjour que Paris pour des Philoſophes raiſonnables, vint en 1686. s'y établir avec M. Varignon dans une petite maiſon du Fauxbourg ſaint Jacques. Là ils penſoient chacun de ſon côté, car ils n'étoient plus tant en communauté de penſées ; l'Abbé revenu des ſubtilités inutiles & fatigantes, s'étoit tourné principalement du côté des réflexions ſur l'Homme, ſur les mœurs, & ſur les principes du gouvernement. M. Varignon s'étoit totalement enfoncé dans les Mathématiques. J'étois leur compatriote, & allois les voir aſſez ſouvent, & quelquefois paſſer deux ou trois jours avec eux ; il y avoit encore de la place pour un ſurvenant, & même pour un ſecond, ſorti de la même Province, aujourd'hui l'un des principaux membres de l'Académie des Belles Lettres, & fameux par les Hiſtoires qui ont paru de lui. Nous nous raſſemblions avec un extrême plaiſir, jeunes, pleins de la première ardeur de ſavoir, fort unis, &, ce que nous ne contions peut-être pas alors pour un aſſez grand bien, peu connus. Nous parlions à nous quatre, une bonne partie des différentes Langues de l'Empire des Lettres : & tous les Sujets de cette petite ſociété ſe ſont diſperſés delà dans toutes les Académies.

M. Varignon, dont la conſtitution étoit robuſte, au moins dans ſa jeuneſſe, paſſoit les journées entiéres au travail ; nul divertiſſement, nulle recréation, tout au plus quelque promenade, à laquelle ſa raiſon le forçoit dans les beaux jours. Je lui ai oui dire, que travaillant après ſouper ſelon ſa coûtume, il étoit ſouvent ſurpris par des Cloches qui lui annonçoient deux heures après minuit, & qu'il étoit ravi de ſe pouvoir dire à lui-même que ce n'étoit pas la peine de ſe coucher pour ſe relever à quatre heures. Il ne ſortoit delà ni avec la triſteſſe, que les matiéres pouvoient naturellement inſpirer,

ni même avec la lassitude que devoit causer la longueur seule de l'application ; il en sortoit gai & vif, encore plein des plaisirs qu'il avoit pris, impatient de recommencer. Il rioit volontiers en parlant de Géometrie ; & à le voir, on eût cru qu'il la falloit étudier pour se bien divertir. Nulle condition n'étoit tant à envier que la sienne ; sa vie étoit une possession perpétuelle & parfaitement paisible de ce qu'il aimoit uniquement. Cependant si on eût eu à chercher un homme heureux, on l'eût été chercher bien loin de lui, & bien plus haut, mais on ne l'y eût pas trouvé.

Dans la solitude du fauxbourg Saint Jacques, il ne laissoit pas de lier commerce avec plusieurs Savans, & des plus illustres, tels que Mrs. du Hamel, du Verney, de la Hire. M. du Verney lui demandoit assez souvent des lumiéres sur ce qu'il y a en Anatomie qui appartient à la Science des Méchaniques, ils examinoient ensemble des positions de Muscles, leurs points d'appui, leurs directions ; & M. du Verney apprenoit beaucoup d'Anatomie à M. Varignon, qui l'en payoit par des raisonnemens mathématiques appliqués à l'Anatomie.

Enfin en 1687. il se fit connoître du Public par son *Projet d'une nouvelle Méchanique* dédié à l'Académie des Sciences. Elle étoit nouvelle en effet. Découvrir des vérités, & en découvrir les sources, ce sont deux choses qui peuvent d'abord paroître inséparables, & qui cependant sont souvent séparées, tant la Nature a été avare de connoissances à notre égard. En Méchanique dont il s'agit ici, on démontroit bien la nécessité de l'Equilibre dans les cas où il arrive ; mais on ne savoit pas précisément ce qui le causoit. C'est ce que M. Varignon apperçut par la Théorie des Mouvemens composés ; & ce qui fait tout le sujet de son Livre. Les principes essentiels une fois trouvés, les vérités coulent avec une facilité délicieuse pour l'esprit ; leur enchaînement est plus simple, & en même temps plus étroit, le spectacle de leur génération, qui n'a plus rien de forcé, en est plus agréable, & cette même génération plus légitime en quelque sorte, est aussi plus féconde. La nouvelle Méchanique fut reçûe de

tous les Géometres avec applaudiſſement, & elle valut à ſon Auteur deux places conſidérables, l'une de Géometre dans cette Académie en 1688. l'autre de Profeſſeur de Mathématiques au Collége Mazarin. On vouloit donner du relief à cette Chaire, qui n'avoit point encore été remplie : & il fut choiſi.

Il mit au jour en 1690. ſes *Nouvelles Conjectures ſur la Peſanteur*. Il conçoit une Pierre poſée dans l'Air, & il demande pourquoi elle tombe vers le centre de la Terre. L'Air eſt un Liquide, dont par conſéquent les différentes parties ſe meuvent en tous les ſens imaginables : & une direction quelconque étant déterminée, il n'eſt pas poſſible qu'il n'y en ait un grand nombre qui s'accordent à la ſuivre. On peut imaginer toutes celles qui s'accordent dans une même direction comme ne faiſant qu'une même Colonne. La Pierre eſt donc frappée par des Colonnes qui la pouſſent d'Orient en Occident, d'Occident en Orient, de bas en haut, de haut en bas. Les Colonnes qui la pouſſent latéralement d'Orient en Occident, ou au contraire, ſont égales en longueur, & par conſéquent en force, & il n'en réſulte à la Pierre aucune impreſſion. Mais celles qui la pouſſent de haut en bas ſont beaucoup plus longues que celles qui la pouſſent de bas en haut ; & cela à quelque diſtance de la Terre où la Pierre ait jamais pu être portée ; elle ſera donc pouſſée avec plus de force de haut en bas, que de bas en haut, & elle tombera, & tombera vers le centre de la Terre, ou, ce qui eſt le même, perpendiculaire à ſa ſurface ; parce que les Colonnes latérales, égales en force, l'empêchent de s'écarter, ni à droite, ni à gauche. Si la Pierre étoit à une égale diſtance & de la Terre, & de la derniere ſurface de l'Air, elle demeureroit en repos, plus loin elle monteroit. Ce qu'on a dit de l'Air, on le dira de même de la matiére ſubtile, & de tout autre Liquide où des Corps ſeront poſés. Telle eſt en général l'idée de M. Varignon ſur la cauſe de la Peſanteur. Pluſieurs grands Hommes ont prouvé par l'inutilité de leurs efforts l'extrême difficulté de cette matiére : & j'avoue qu'il pourroit bien auſſi l'avoir prouvée. Du moins ce Syſtême a-t-il eu peu de Sectateurs : & quoique ſimple,

bien lié, bien suivi, il est vrai qu'un Physicien, même avant la discussion, ne se sent point porté à le croire. L'Auteur l'auroit plus aisément défendu que persuadé. Aussi ne l'a-t-il point donné avec cette confiance & cet air triomphant, qui ont accompagné tant d'autres Systêmes; le titre modeste de *Conjectures* répondoit sincérement à sa pensée. Il ne croyoit point qu'en matiére de Physique, & principalement sur les premiers principes de la Physique, on put passer la conjecture, & il sembloit être ravi que sa chére Géométrie eût seule la certitude en partage.

Dans ses recherches mathématiques, son génie le portoit toujours à les rendre les plus générales qu'il fût possible. Un Paysage dont on aura vû toutes les parties l'une après l'autre, n'a pourtant point été vû; il faut qu'il le soit d'un lieu assez élevé, où tous les objets auparavant dispersés se rassemblent sous un seul coup d'œil. Il en va de même des vérités Géométriques; on en peut voir un grand nombre dispersées çà & là, sans ordre entr'elles, sans liaison; mais pour les voir toutes ensemble, & d'un coup d'œil, on est obligé de remonter bien haut: & cela demande de l'effort & de l'adresse. Les formules générales Algébriques sont les lieux élevés où l'on se place pour découvrir tout à la fois un grand Pays. Il n'y a peut-être pas eu de Géometre, ni qui ait mieux connu, ni qui ait mieux fait sentir le prix de ces formules que M. Varignon.

Il ne pouvoit donc manquer de saisir avidement la Géométrie des Infiniment Petits dès qu'elle parut; elle s'éleve sans cesse au plus haut point de vûe possible, à l'Infini, & delà elle embrasse une étendue infinie. Avec quel transport vit-il naître une nouvelle Géométrie & de nouveaux plaisirs? Quand cette belle & sublime Méthode fut attaquée dans l'Académie même*, car il falloit qu'elle subît le sort de toutes les nouveautés, il en fut un des plus ardens Défenseurs, & il força en sa faveur son caractére naturel ennemi de toute contestation. Il se plaignit quelquefois à moi que cette dispute l'avoit interrompu dans des recherches sur le Calcul Integral, dont il auroit de la peine à reprendre le fil. Il sacrifia les In-

* V. l'Hist. de 1701. p. 89. & suiv. 2de. Edit.

finiment petits à eux-mêmes, le plaisir & la gloire d'y faire des progrès, au devoir plus pressant de les défendre.

Tous les Volumes que l'Académie a imprimés, rendent conte de ses travaux. Ce ne sont presque jamais des morceaux détachés les uns des autres, mais de grandes Théories completes sur les Lois du Mouvement, sur les forces Centrales, sur la Résistance des Milieux au mouvement. Là par le moyen de ses formules générales, rien ne lui échappe de ce qui est dans l'enceinte de la matiére qu'il traite. Outre les vérités nouvelles, on en voit d'autres déja connues d'ailleurs, mais détachées, qui viennent de toutes parts se rendre dans sa Théorie. Toutes ensemble font corps, & les vuides qu'elles laissoient auparavant entr'elles, se trouvent remplis.

La certitude de la Géometrie n'est nullement incompatible avec l'obscurité & la confusion, & elles sont quelquefois telles, qu'il est étonnant qu'un Géometre ait pu se conduire sûrement dans le labyrinthe ténébreux où il marchoit. Les ouvrages de M. Varignon ne causent jamais cette désagréable surprise; il s'étudie à mettre tout dans le plus grand jour; il ne s'épargne point, comme font quelquefois de grands hommes, le travail de l'arrangement, beaucoup moins flateur, & souvent plus pénible que celui de la production même, il ne recherche point par des sousentendus hardis, la gloire de paroître profond.

Il possédoit fort l'Histoire de la Géometrie. Il l'avoit apprise non pas tant précisément pour l'apprendre, que parce qu'il avoit voulu rassembler des lumiéres de tous côtés. Cette connoissance historique est sans doute un ornement pour un Géometre; mais de plus ce n'est pas un ornement inutile. En général plus l'Esprit a été tourné & retourné en différens sens sur une même matiére, plus il en devient fécond.

Quoique la santé de M. Varignon parût devoir être à toute épreuve, l'assiduité & la contention du travail lui causerent en 1705. une grande maladie. On n'est guère si habile impunément. Il fut 6. mois en danger, & 3. ans dans une langueur qui étoit un épuisement d'esprits visible.

Il m'a conté que quelquefois dans des accès de fiévre, il se croyoit au milieu d'une forêt, où il voyoit toutes les feuilles des arbres couvertes de calculs algébriques. Condamné par ses Médecins, par ses amis, & par lui-même à se priver de tout travail, il ne laissoit pas, dès qu'il étoit seul dans sa chambre, de prendre un Livre de Mathématique, qu'il cachoit bien vîte s'il entendoit venir quelqu'un. Il reprenoit la contenance d'un Malade, & n'avoit pas besoin de jouer beaucoup.

Il est à remarquer par rapport à son caractére que ce fut en ces temps-là qu'il parut de lui un Ecrit, où il reprenoit M. Wallis sur de certains espaces plus qu'Infinis, que ce grand Géometre attribuoit aux Hiperboles. Il soutenoit au contraire qu'ils n'étoient que finis *. La critique avoit tous les assaisonnemens possibles d'honnêteté : mais enfin c'étoit une critique, & il ne l'avoit faite que pour lui seul. Il la confia à M. Carré, étant dans un état qui le rendoit plus indifférent pour ces sortes de choses ; & celui-ci, touché du seul intérêt des Sciences, la fit imprimer dans nos Mémoires, à l'insû de l'Auteur, qui se trouva Aggresseur contre son inclination.

* V. l'Hist. de 1706. p. 74.

Il revint de sa maladie & de sa langueur, & ne profita nullement du passé. L'édition de son *Projet de nouvelle Méchanique* ayant été entiérement débitée, il songea à en faire une seconde, ou plutôt un ouvrage nouveau, quoique sur le même plan, mais beaucoup plus ample, & auquel le titre de *Projet* ne convenoit plus. On y devoit bien sentir la grande acquisition de richesses qu'il avoit faite dans l'intervalle. Mais il se plaignoit souvent que le temps lui manquoit, quoiqu'il fût bien éloigné d'en perdre volontairement. Une infinité de visites, soit de François, soit d'Etrangers, dont les uns vouloient le voir pour l'avoir vû, & les autres pour le consulter & s'instruire des Ouvrages de Mathématique que l'autorité ou l'amitié de quelques personnes l'engageoient à examiner, & dont il se croyoit obligé de rendre le conte le plus exact, un grand commerce de lettres avec les principaux Géome-

tres de l'Europe, & des lettres ſçavantes & travaillées; car il ne falloit pas plus ſe négliger avec ces amis-là qu'avec le Public même, tout cela nuiſoit beaucoup au Livre qu'il avoit entrepris. C'eſt ainſi qu'on devient célébre, parce qu'on a été maître de diſpoſer d'un grand loiſir, & qu'on perd ce loiſir ſi précieux, parce qu'on eſt devenu célébre. Deplus ſes meilleurs Ecoliers, ſoit du Collége Mazarin, ſoit du Collége Royal, car il y occupoit auſſi une Chaire de Mathématique, étoient en poſſeſſion de lui demander des leçons particuliéres. La joie de voir qu'ils en demandaſſent, ſon zéle pour les Mathématiques, ſa bonté naturelle, ſon inclination à étendre un devoir plutôt qu'à le reſſerrer, leur avoient donné ce droit, & ôté la crainte d'en uſer trop librement. Il ſoupiroit après deux ou trois mois de vacances qu'il avoit pendant l'année, il fuyoit à quelque Campagne, où les journées entiéres étoient à lui, & s'écouloient bien vîte.

Malgré ſon extrême amour pour la paix, il a fini ſa vie par être embarqué dans une conteſtation. Un Religieux Italien habile en Mathématique, l'attaqua ſur la Tangente, & l'Angle d'attouchement des Courbes, tels qu'on les conçoit dans la Géométrie des Infiniment petits*. Il ſe crut obligé de répondre, & à dire le vrai, les indifférens ne l'euſſent pas trop cru. Je ne croi pas ſortir du perſonnage de ſimple Hiſtorien, en aſſûrant que ſa gloire ne couroit aucun péril; mais il étoit ſenſible de ce côté-là, ou plutôt toute ſa ſenſibilité y étoit raſſemblée: il répondit par le dernier Mémoire qu'il ait donné à l'Académie, & qui a été le ſeul où il fût queſtion d'un différent. Son inclination pacifique y dominoit pourtant encore; il n'y nommoit point ſon adverſaire qui l'avoit nommé à tout moment, que tout le monde connoiſſoit, qui ne ſe cachoit point; & quoiqu'on lui repréſentât la parfaite inutilité, & même la ſuperſtition de cette réticence, il s'obſtina toujours à ne le nommer que *l'Aggreſſeur*. Il eſt vrai qu'il n'en uſoit pas ſi honnêtement à l'égard des Paralogiſmes, & qu'il leur donnoit leur véritable nom.

* V. ci-deſſus, p. 74. & ſuiv.

Dans les deux derniéres années de ſa vie, il fut fort in-

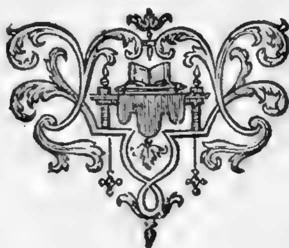
commodé

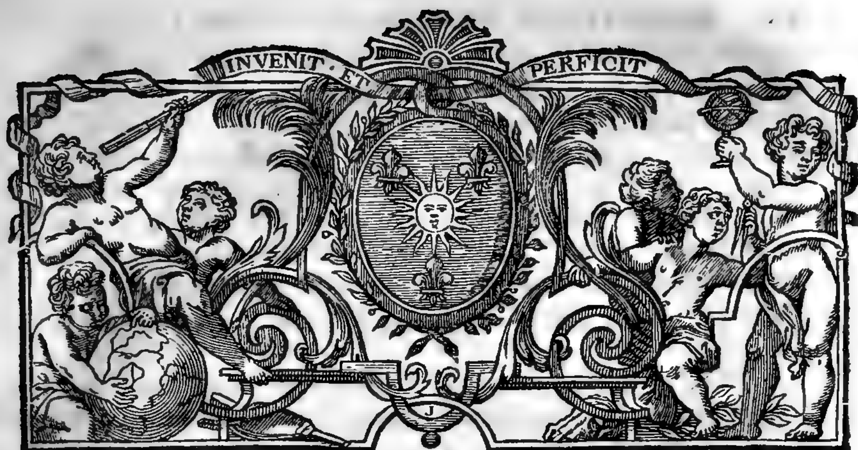
commodé d'un Rhumatisme placé dans les Muscles de la Poitrine, il ne pouvoit marcher quelque temps sans être obligé de se reposer pour reprendre haleine. Cette incommodité augmenta toujours, & tous les remedes y furent inutiles, ce qui ne le surprenoit pas beaucoup. Il n'en relâcha rien de ses occupations ordinaires; & enfin après avoir fait sa Classe au Collége Mazarin le 22. Décembre 1722. sans être plus mal que de coûtume, il mourut subitement la nuit suivante.

Son caractere étoit aussi simple que sa supériorité d'esprit pouvoit le demander. J'ai déja donné cette même louange à tant de personnes de cette Académie, qu'on peut croire que le mérite en appartient plutôt à nos Siences qu'à nos Savans. Il ne connoissoit point la jalousie : il est vrai qu'il étoit à la tête des Géometres de France, & qu'on ne pouvoit compter les grands Géometres de l'Europe sans le mettre du nombre : mais combien d'hommes en tout genre élevés à ce même rang ont fait l'honneur à leurs inférieurs d'en être jaloux, & de les décrier ? La passion de conserver une premiere place fait prendre des précautions qui dégradent. Il faut convenir cependant que quand on lui présentoit quelque idée qui lui étoit nouvelle, il couroit quelquefois un peu trop vîte à l'objection, & à la difficulté; le feu de son esprit, des vûes dont il étoit plein sur chaque matiére, venoient traverser trop impétueusement celles qu'on lui offroit; mais on parvenoit assez facilement à obtenir de lui une attention plus tranquille, & plus favorable. Il mettoit dans la dispute une chaleur que l'on n'eût jamais cru qu'il eût dû terminer par rire. Ses maniéres d'agir nettes, franches, loyales en toute occasion, exemptes de tout soupçon d'intérêt indirect & caché, auroient seules suffi pour justifier la Province dont il étoit, des reproches qu'elle a d'ordinaire à essuyer; il n'en conservoit qu'une extrême crainte de se commettre, qu'une grande circonspection à traiter avec les hommes, dont effectivement le commerce est toujours redoutable. Je n'ai jamais vû personne qui eût plus de con-

ſcience , je veux dire , qui fût plus appliqué à ſatisfaire exactement au ſentiment intérieur de ſes devoirs, & qui ſe contentât moins d'avoir ſatisfait aux apparences. Il poſſédoit la vertu de reconnoiſſance au plus haut degré ; il faiſoit le récit d'un bien-fait reçû avec plus de plaiſir que le bienfaiteur le plus vain n'en eût eu à le faire ; & il ne ſe croyoit jamais acquité par toutes ces compenſations, dont on s'établit ſoi-même pour juge. Il étoit Prêtre, & n'avoit pas beſoin de beaucoup d'efforts pour vivre conformément à cet état. Auſſi ſa morr ſubite n'a-t'elle point alarmé ſes amis.

Il m'a fait l'honneur de me léguer tous ſes Papiers par ſon Teſtament. J'en rendrai au Public le meilleur compte qu'il me ſera poſſible. La nouvelle Méchanique eſt en aſſez bon état, & paroîtra au jour : j'eſpére que les Lettres la ſuivront. Du reſte je promets de ne rien détourner à mon uſage particulier des Tréſors que j'ai entre les mains, & je compte que j'en ſerai cru ; il faudroit un plus habile homme pour faire ſur ce ſujet quelque mauvaiſe action avec quelque eſpérance de ſuccès.






# MEMOIRES DE MATHEMATIQUE ET DE PHYSIQUE,

*TIRE'S DES REGISTRES de l'Académie Royale des Sciences.*

De l'Année M. DCCXXII.

---

## *OBSERVATIONS*

*Sur différents Météores de l'Année* M. DCCXXI.

Par M. MARALDI.

NOUS avons encore obſervé pluſieurs fois pendant l'année 1721. la Lumiére Septentrionale qui a paru ſi ſouvent depuis 1716. Nous la vîmes foiblement le 17. de 7. Janvier 1722.

Janvier, & le 22. du même mois. Elle a été fort éclatante le 17. de Février vers les 7. heures du ſoir; mais elle ſe diſſipa en moins d'une heure; elle parut plus foible le 22. du même mois, & dura toute la nuit. Nous l'obſervâmes de nouveau le 15. d'Août. Elle avoit ce jour-là un mouvement extraordinaire, & formoit de grandes ondulations. Le 22. Septembre, & le 21. Octobre la Lumiére a paru fort grande depuis 7. heures & demie du ſoir juſqu'à minuit, ayant augmenté & diminué pluſieurs fois à différentes repriſes.

On ne fait que marquer les jours de l'apparence de ce phénomene, parce qu'il a été ſemblable à celui des années précédentes, étant formé en arc convexe vers le Zénith, & placé au deſſus d'un brouillard épais qui s'élévoit de 3. ou 4. degrés ſur l'horiſon. Les jours que la Lumiére étoit grande & belle, elle occupoit entre le Nord-eſt & le Nord-oueſt, un arc de l'horiſon de près de 100. degrés, & elle s'élévoit juſqu'à la hauteur de 20. ou 25. degrés.

Le ſoir du 31. Mai, & pendant toute la journée du premier Juin, le Soleil a paru ſi foible, qu'on le pouvoit regarder attentivement ſans qu'il fît aucune impreſſion incommode ſur la vûe. Il faiſoit l'apparence de la Lune pleine, lorſqu'elle eſt vûe à travers de quelques nuages déliés; ce qui a fait croire à pluſieurs qui l'ont vû, que c'étoit une Eclipſe de Soleil: mais cette apparence étoit cauſée par des nuages déliés & répandus également dans l'air, qui empêchoient de voir le Ciel, & qui affoibliſſoient extraordinairement la lumiére du Soleil, comme font les Verres affumés dont les Aſtronomes ſe ſervent dans leurs Obſervations.

Cette apparence a été auſſi remarquée par M. de Mairan, qui étoit à Breuil-Pont en Normandie, à 17. lieues de Paris, & par M. Caſſini, qui étoit à Thuri en Picardie, éloigné de Paris de 13. lieues vers le Nord; ce qui marque que dans cette étendue de pays il y avoit dans l'air la même diſpoſition.

*Obſervations ſur la quantité de Pluie.*

On a meſuré comme les années précédentes la quantité de pluie qui eſt tombée pendant l'année 1721.

| | lignes | | lignes |
|---|---|---|---|
| En Janvier . . . . . . | $3\frac{1}{2}$ | En Juillet . . . . . | 6 |
| Février . . . . . . | $9\frac{5}{6}$ | Août . . . . . . . | 17 |
| Mars . . . . . . . . | $6\frac{1}{6}$ | Septembre . . . . | $13\frac{1}{6}$ |
| Avril . . . . . . . | 16 | Octobre . . . . . | $14\frac{1}{3}$ |
| Mai . . . . . . . . | $8\frac{2}{3}$ | Novembre . . . . | $20\frac{1}{6}$ |
| Juin . . . . . . . . | $16\frac{5}{6}$ | Décembre . . . . | $19\frac{5}{6}$ |

La ſomme totale de la quantité de pluie eſt de 151. lignes $\frac{1}{3}$ ou 12. pouces 7. lignes & un tiers. Comme la pluie qui tombe dans les années moyennes entre les pluvieuſes & les ſéches, eſt de 19. pouces, il paroit que cette année a été ſéche, & qu'il s'en faut près de 9. pouces & demi qu'elle n'arrive à l'état moyen. Les trois premiers mois de l'année n'ont donné qu'un pouce & 7. lig. Les trois mois de Juin, de Juillet & d'Août en ont donné 6. pouces & 5. lignes, c'eſt-à-dire, la moitié de ce qu'il eſt tombé pendant toute l'année, comme il arrive ordinairement.

Depuis 32. ans que l'on obſerve réguliérement la quantité de pluie, il n'y a que deux années plus ſéches que la précédente, ſçavoir l'année 1719. pendant laquelle il ne plut que 9. pouces 4. lignes, & l'année 1694. qui en donna 11. pouces 9. lignes ; toutes les autres en ont donné davantage. Sans ces obſervations, qui ont été faites avec ſoin, on auroit cru l'année 1721. une des plus abondantes en pluie. Il eſt vrai qu'il a plu ſouvent ; mais comme la pluie étoit fine & déliée, elle n'a pas beaucoup fourni d'eau. Cela étant, il ne faut pas s'étonner ſi un grand nombre de ſources, qui ont diminué ou tari entiérement par la ſéchereſſe exceſſive de 1719. n'ont preſque pas augmenté pendant cette année. Cependant malgré la ſéchereſſe de cette année, on a fait une

recolte abondante de toutes sortes de Grains, parce que la pluie, quoiqu'en petite quantité, est tombée dans des temps propres pour la fécondité des campagnes; outre cela les nuages, qui, durant le cours de cette année, ont très-souvent couvert le Ciel, n'ont pas permis aux rayons du Soleil d'échauffer beaucoup la terre & la dessécher; desorte que par cette raison encore les campagnes n'ont pas eu tant de besoin de pluie pour être fécondes.

Malgré le temps couvert & les pluies fréquentes, le Barometre simple s'est soutenu le plus souvent à une grande hauteur; il a été à 28. pouces 6. lignes, ce qui est le plus haut point où il soit arrivé le 18. & le 20. de Janvier, l'air étant ces jours-là tranquille, & le Ciel couvert. Il a été à 27. pouces 2. lignes, qui est le plus bas où il soit descendu le 3. de Novembre par un vent de Sud-oüest, & un temps de pluie.

Le plus grand froid de l'année précédente 1721. marqué par le Thermometre, a été le 22. de Février, ayant descendu ce jour-là au 19me degré, la terre étant couverte de neige. Cette observation a été faite au lever du Soleil, qui est le temps du jour le plus froid: l'air étoit alors tranquille & serein, avec un peu de brouillard.

La plus grande chaleur de l'Eté marquée par le Thermometre, a été le 7. d'Août, & le 8. du même mois, ayant monté ce jour-là à 72. degrés. Cette observation a été faite à 3. heures après midi, qui est le temps de la plus grande chaleur du jour. Ces jours-là le vent étoit Sud & Sud-est, & le Ciel en partie couvert. Il arriva encore au même terme de 72. degrés le 7. & le 28. de Septembre, le Ciel étant serein, & ayant fait le jour précédent un vent de Sud-est. Nous avons remarqué plusieurs fois que les plus grandes chaleurs de l'Eté arrivent dans le temps que régnent ces vents de Sud-est.

Ce Thermometre marque à 48. degrés l'état de l'air tempéré, comme est celui des Caves de l'Observatoire; puisque dans le plus grand froid de l'année précédente il est descendu à 19. degrés, il étoit alors 29. degrés plus bas que le tempéré; & puisque dans les grandes chaleurs il est monté à 72. il a

été seulement 24. degrés plus haut que le tempéré; donc par rapport au tempéré, le froid l'a fait descendre 5. degrés plus bas qu'il n'est monté par la plus grande chaleur de l'Été.

Nous remarquerons ici que l'eau n'a pas toujours gelé au même degré du Thermometre; mais il nous a paru qu'il y a quelque diversité qui dépend en partie de l'état différent de l'air. Nous avons observé que le matin du 14. d'Octobre, le Ciel étant serain, l'air tranquille, & le Thermometre à 35. degrés, l'eau s'étoit glacée dans la Cour de l'Observatoire. Elle se glaça encore plus fort le 15. de Décembre, le Ciel étant serein, l'air tranquille, & le Thermometre étant au 30me degré. Cependant le premier & le 2. de Janvier de cette année, l'air étant tranquille, mêlé de brouillards épais, & le Thermometre à 30 degrés, comme le 15. de Décembre, & 5. degrés plus bas que le 14. d'Octobre, l'eau n'avoit point gelé. Il n'y avoit donc point d'autre différence dans ces circonstances, sinon que le Ciel étoit serein, lorsque l'eau fut glacée, & qu'elle ne se glaça point lorsque le Ciel étoit couvert, & qu'il y avoit dans l'air beaucoup de vapeurs.

*De la Déclinaison de l'Aiman.*

On a observé le 16. d'Octobre 1721. & le 4. de Janvier 1722. la déclinaison de l'Aiman avec une Aiguille de 4. pouces. Cette déclinaison étoit de 13° 0′ Nord-ouest, telle précisément qu'on la trouva par les observations de l'année 1720. Elle n'a donc point changé dans ces deux derniéres années, & paroît stationaire, comme elle l'avoit été par les observations faites depuis 1716. jusqu'en 1719. comparées ensemble; mais comme elle a augmenté d'un demi-degré entre 1720. & 1721. on ne sçauroit encore décider si elle est stationaire, ou si elle augmente encore.

Ce doute vient de ce qu'il est difficile de déterminer les minutes dans un Cercle qui n'a que 4. pouces de diametre, comme celui des Boussoles ordinaires : ainsi une Aiguille peut faire une petite variation, sans qu'elle soit sensible par ces instrumens, outre que l'Aiguille peut n'être pas toujours éga-

lement libre, quelque précaution qu'on y prenne. On a connu par expérience que lorsqu'on veut se servir des grandes Boussoles pour avoir les degrés plus sensibles, l'Aiguille ne marque pas toujours la même déclinaison comme elle devroit faire dans le même jour, & comme font ordinairement les plus petites, ce qui vient peut-être de ce que la matiére magnétique qui circule autour de la grande Aiguille, & la fait diriger vers le Nord, n'a pas assez de force pour vaincre la résistance qu'elle fait par son poids, & l'obliger à prendre la même direction, ce qui nous a fait préférer les Boussoles de 4. pouces à de plus grandes faites avec une égale attention.

---

# *RECHERCHES PHYSICO-MATHEMATIQUES SUR LA REFLEXION DES CORPS.*

Par M. DE MAIRAN.

18. Juillet 1722.

VOICI le Mémoire que j'avois commencé de lire à la Compagnie dès le mois de Février 1719. peu de temps après avoir eu l'honneur d'y être reçû. Je ne le donnai point pour l'impression avec les ouvrages de cette année-là, dans le dessein de ne le faire paroître qu'avec une suite, qui en devoit faire la seconde partie.

J'avois montré ici ce qui doit arriver à une Sphére qui rencontre obliquement un plan inébranlable. Dans la seconde partie je devois faire voir ce qui arrive à une Sphére poussée obliquement contre un plan mobile. J'embrassois par-là, sous la seule idée de la Réflexion, & la Réflexion & la Réfraction; & cette maniére de les expliquer l'une & l'autre me paroissoit non seulement très-naturelle, & très-

conforme aux loix de Méchanique les plus connues; mais encore très-propre à en rendre la Théorie applicable aux Phénomenes qui en dépendent.

Je n'ai point changé de ſentiment depuis. Les nouvelles obſervations que j'ai faites ſur cette matiére, ce que j'en ai lû, & tout ce qui en a été dit dans nos Aſſemblées à l'occaſion des ouvrages qui ont concouru pour les Prix, & des Mémoires qu'un ſçavant Géometre de la Compagnie a lûs ſur la cauſe de la dureté des corps, & du reſſort; en un mot, tout ce que j'ai pû recueillir de lumiéres ſur ce ſujet, m'ont perſuadé de plus en plus de la certitude de mes principes, & de leur utilité pour la Phyſique.

Néanmoins je n'ai pû finir mon ouvrage; cette ſeconde Partie où je devois traiter de la Réfraction, & dont les matériaux étoient prêts depuis long-temps, je ne l'ai point miſe encore ſous la forme, & dans l'étendue que je devois lui donner ſelon mon premier plan. Car je voulois entrer dans un aſſez grand détail, & j'eſpérois expliquer d'une maniére ſenſible les queſtions les plus curieuſes qui ont du rapport à la Réfraction. Mais j'ai attendu pour cela un loiſir qui n'eſt point venu, ou que de fréquentes indiſpoſitions m'ont rendu inutile.

Cependant les circonſtances préſentes, je veux dire les ſujets que l'Académie a propoſés, ou qu'elle doit propoſer à l'avenir pour les Prix & les queſtions que ces ſujets ont fait naître ſur les effets du reſſort, & ſur la Réflexion des corps, m'ont ſouvent obligé de dire de vive voix, & par lambeaux, une partie de ce que j'ai écrit dans ce Mémoire. Je crois donc que je ne dois pas différer davantage de le donner tel qu'il eſt, & que je ne ſaurois trouver d'occaſion plus favorable pour profiter des lumiéres de l'Académie & du public ſur la matiére que j'y traite.



# PREMIERE PARTIE

## De la Réflexion des Corps pouſſés contre un plan inébranlable.

### *Des Corps ſans reſſort.*

I. JE ne vois point de principe de Réflexion là où il n'y a point de reſſort.

Fig. 1. Soit *AL* un plan horiſontal fixe & inébranlable, inflexible & parfaitement dur. Soit de même une Sphére *S*, dont le centre eſt *C*, parfaitement dure & infléxible, & d'une maſſe finie, qui vienne frapper le plan *AL*, en *X*, ſelon la direction perpendiculaire *DCX*, & avec une viteſſe finie.

Il n'y a rien dans le corps ſphérique *S*, conſidéré en lui-même, & dans l'inſtant indiviſible du choc, qui doive le faire aller, ni tendre à aller de *X* vers *D*. Car par l'hypothéſe, ſa viteſſe ou ſa direction eſt de *D* vers *X*, & il eſt ſans reſſort. Le mouvement contraire de *X* vers *D* ne ſauroit donc lui venir que du plan. Mais ce plan eſt ſuppoſé inébranlable; donc il n'a aucun mouvement de *X* vers *D*, & par conſéquent il ne peut communiquer aucun mouvement de *X* vers *D* à la Sphére *S*. Ce plan eſt encore ſuppoſé parfaitement dur & infléxible; donc aucune de ſes parties en *X* ne peut céder par le choc, ni acquérir aucun mouvement particulier en quelque ſens que ce puiſſe être, indépendemment de toute la maſſe, ni par conſéquent en communiquer à aucun autre corps. Donc on ne ſauroit trouver, ni dans la Sphére *S*, ni dans le plan *AL*, aucun principe de mouvement vers *D*, après le choc, & par conſéquent on ne ſçauroit concevoir dans leur rencontre aucun principe de Réflexion.

Si l'on demande, quel ſera donc l'effet de la réaction du plan? que devient le mouvement qui exiſtoit avant le choc, & s'il eſt abſolument éteint dans la nature? Je réponds que la réaction du plan eſt uniquement employée à détruire le mouvement de la Sphére, & par conſéquent qu'il périt après le choc

le choc. S'il eſt vrai qu'il ſe doive toujours conſerver une égale quantité de mouvement dans la nature, c'eſt dans la nature telle qu'elle eſt, & non dans un aſſemblage de corps inflexibles, & en partie inébranlables, qui n'eſt qu'une pure fiction.

On peut encore appliquer ici un raiſonnement purement géometrique. Le corps inébranlable *AL* doit être regardé comme une maſſe infinie en repos, &, ſi l'on veut, infiniment infinie par rapport à la Sphere *S*. Selon les loix du choc des corps ſans reſſort, le mouvement du corps *S* ſe diſtribue ſur toute cette maſſe infinie, dans l'inſtant du choc, après quoi les deux maſſes *AL*, & *S*, vont enſemble, & par conſéquent avec la même viteſſe. Mais cette viteſſe eſt égale à la quantité finie de mouvement qui exiſtoit avant le choc, diviſée par les deux maſſes, ou, ce qui revient au même, par la ſeule maſſe infinie. Donc cette viteſſe ſera infiniment petite, &, ſi l'on veut, infiniment petite de l'infinitiéme genre. La quantité de mouvement ſera donc la même après le choc qu'avant le choc; il n'y aura point de mouvement perdu dans la nature, & il n'y reſtera néanmoins qu'une viteſſe infiniment petite, qui n'eſt autre choſe, phyſiquement parlant, que le repos.

II. Suppoſons maintenant, 1°. Que la Sphere *S* (*Fig.* 2.) ſoit mûe obliquement contre le plan *AL*, avec une force finie quelconque, *y*, & ſelon la direction *DCY*. 2°. Que cette direction, & par conſéquent les points *C*, *X*, *Y*, & le cercle *XEF*, ſont dans un plan perpendiculaire au plan *AL*. 3°. Que dans l'inſtant du choc, une puiſſance *z*, dont la direction eſt paralléle au plan, *AL*, & paſſe par le centre *C*, pouſſe ce centre de *C* vers *E*, tandis qu'une autre puiſſance *x*, dont la direction eſt perpendiculaire au plan, la pouſſe de *C* vers *F*. 4°. Que ces trois puiſſances, *y*, *z*, *x*, dont je ſuppoſe toujours les directions dans un ſeul & même plan, ſont entr'elles comme les trois côtés, *CY*, *XY*, *CX*, du triangle rectangle *CXY*. Fig. 2.

Cela poſé, on ſait par les Elemens de Statique que la

Sphere *S*, sera arrêtée, & demeurera en équilibre sur le point *X*. Mais si l'on imagine que la puissance *z* cesse tout à coup d'agir, ou soit supprimée, il est évident que la Sphere s'échapera par la ligne *CZ*, paralléle à *LA*, & avec la force *z*, proportionnelle ou égale à *XY*. Car la puissance *y*, qui pousse *C* vers *Y*, ne sauroit le faire avancer selon cette direction, à cause de l'obstacle du plan. La Sphere ne sauroit non plus être repoussée du point *X* vers *C*, étant sans ressort; & parce que la puissance *y* fait équilibre à la puissance *x*, en tant qu'elle tire *C* vers *X*. Et enfin, en quelque point que la Sphere se trouve sur *AL*, elle lui présentera toujours un rayon ou des fibres *CX*, semblablement posées. L'obstacle sera donc toujours le même : donc elle doit toujours aller vers *CZ*.

Il est clair que c'est là ce qui doit arriver à un corps sphérique supposé infiniment dur & inflexible, qui vient choquer obliquement un plan inébranlable de même nature.

Je regarderai toujours dans la suite de ce Mémoire la puissance *y*, comme composée des deux, *z*, & *x*, dans lesquelles on peut imaginer qu'elle se resout à l'instant du choc, & comme ayant avec elles le même rapport que la diagonale *CY*, du parallélogramme rectangle *CXYZ*, avec les côtés *CZ*, *CX*. Je supposerai aussi toujours, à moins que je ne dise expressément le contraire, & que je n'en apporte la raison, que la Sphere se meut dans le plan des directions de ces trois puissances, avant & après le choc. Ce qui est évident, & qui revient à l'axiome reçu, que *les angles d'Incidence & de Réflexion sont dans un seul & même plan.*

Voilà tout ce que j'ai crû devoir dire des corps inflexibles & sans ressort, avant que de passer aux corps flexibles & à ressort, pour faire mieux sentir la nécessité de ces derniers, & la différence qu'il y doit avoir entre les uns & les autres. Cette différence s'évanouit cependant quant à l'effet, dès que la réflexion & la conservation du mouvement après le choc, subsistent indépendemment du ressort, indépendemment de la compression, & de la restitution des parties des corps cho-

qués. Or s'il n'y a point de différence par rapport à la Réflexion, entre les corps supposés sans ressort, & les corps doués de ressort, l'élasticité, quelle qu'en soit la cause, devient absolument superflue, & de nulle propriété dans la nature ; & si l'on remonte jusqu'à sa cause, jusqu'au fluide invisible quelconque qui se meut dans les pores des corps élastiques, ou qui tend à s'y dilater par quelque force centrifuge, ce fluide, ce mouvement & cet effort quelconques demeurent encore inutiles dans l'univers, & ne font à cet égard que ce qu'auroit fait sans eux, le vuide & le repos.

Quelques absurdes que me paroissent ces conséquences, je n'exige pas cependant de mes lecteurs qu'ils les rejettent, ni qu'ils embrassent mon hypothese sur cette matiére. Je la crois de beaucoup la plus probable ; elle m'a paru répandre quelque jour sur la matiére que je traite dans ces recherches : mais enfin elle n'a point de liaison nécessaire avec elles, & l'on peut parfaitement s'en passer. Je vais rentrer dans la nature telle qu'elle est, ou que nous la voyons, & raisonner sur des faits connus, & avoués de tous les Physiciens modernes.

## *De la Réflexion des Corps à ressort.*

### SUPPOSITIONS, OU DEMANDES.

III. 1re. DEMANDE. Pour rendre mes explications plus simples, je supposerai d'abord, que *les corps reprennent à contre sens par leur ressort, après le choc, autant de vitesse qu'ils en avoient avant le choc.*

Je ferai voir dans la suite le changement que le plus ou le moins de vitesse après le choc, doit apporter à la Réflexion. Cependant cette hypothese n'a rien qui ne soit à peu près conforme à l'expérience. Sur quoi on peut voir le Traité de la percussion de M. *Mariote* *.

*Propos. 14.

2de. DEMANDE. *Le ressort n'agit pas dans un instant indivisible : il employe un temps à se tendre ou à se comprimer, & un temps à se détendre & à se redresser ; & ces deux temps sont égaux.*

Il n'y a rien dans cette propoſition qui ne ſoit très-conforme à la raiſon, & à l'expérience. Les vibrations des corps à reſſort ſont ſenſibles à la vûe, ou au toucher, & leurs différentes durées, que l'on calcule, ſont aujourd'hui le principal objet de l'*Acouſtique*.

Un mobile qui vient frapper un reſſort, ne ſauroit lui communiquer tout ſon mouvement ou toute ſa force dans un inſtant, parce que le reſſort lui cede, qu'il fuit, & qu'il ſe dérobe à ſon action. Il faut, ſi j'oſe m'exprimer ainſi, que cette action ou cette force le pourſuive, & s'applique continûment ſur lui, pour s'y tranſmettre toute entiere. Car les corps fléxibles, tels que ſont les corps à reſſort, tiennent un milieu entre l'extrême molleſſe ou la fluidité, & la dureté infinie. Or on ſait que les fluides ne peuvent ni recevoir ni communiquer leur mouvement, que par un choc & une application ſucceſſive, & dans un temps fini. Le reſſort fuira donc d'abord devant le mobile; mais il ne fuira pas avec autant de viteſſe qu'il eſt pourſuivi. Si cela étoit, le mobile ne pourroit plus rien lui communiquer, ne lui ayant encore communiqué qu'infiniment peu de ſa force; & s'il ne lui communiquoit plus rien, il ne ſeroit pas vrai, comme l'expérience le montre, & comme on le ſuppoſe, qu'il lui tranſmet ſenſiblement toute ſa force. Ce n'eſt donc que par une application ſucceſſive, & par une diſtribution continuelle de forces & de viteſſes données & perdues, que le mobile parvient enfin pour un inſtant indiviſible, au repos, & le reſſort, au même degré de force qu'avoit le mobile, ou à une tenſion égale à cette force. Il en faut dire autant de la reſtitution; le reſſort rend au mobile autant de mouvement que le mobile en avoit perdu; & la même cauſe qui fait qu'il lui en rend autant, doit faire qu'il le lui rende dans un temps égal, & par les mêmes degrés en ordre renverſé, qu'il avoit été perdu. Le relévement du reſſort eſt à ſon abaiſſement comme la réaction eſt à l'action; ou plûtôt n'eſt qu'une réaction. La force eſt la même par l'hypotheſe, appliquée à un même nombre de parties ou à une maſſe égale, à une maſſe qui fuit, & qui doit fuir de la même maniére. Car la

restitution du ressort remet en leur place les parties déplacées ; & partant une puissance égale fait parcourir à une égale quantité de matiére, un espace égal. Donc les temps seront égaux, ce qui emporte encore l'analogie des degrés de vitesse.

Je distinguerai donc *deux temps* dans la durée de l'action du ressort ; *le temps de la compression*, & *le temps de la restitution*, sans mettre pourtant ni repos ni intervalle entre le dernier instant de la compression, & le premier instant de la restitution.

3[me]. DEMANDE. Dans les corps, dont le ressort est vif, & tels que je les suppose, *la compression & l'applatissement que le choc cause en un sens, à quelques-unes de leurs parties, produit une extension en un autre sens, dans ces mêmes parties, & dans leurs voisines.*

Il paroît par une expérience de M. *Mariote*, adoptée par M. *de la Hire*, par M. *Muys*, & par tous les Physiciens que j'ai vûs sur cette matiére *, il paroît, dis-je, que la compression de l'endroit choqué se distribue bien-tôt dans tout le reste de la masse, & qu'un corps sphérique, par exemple, d'ivoire ou d'acier bien trempé, doit devenir sensiblement un Sphéroïde Elliptique applati.

* Mariote *Traité de la Percuss. Prop.* 27. De la Hire, *Mechan. prop.* 118. Muys, *Elementa Phys. p.* 409. &c.

DÉFINITIONS.

1. J'appelle *Tendance* d'un corps, l'effort qu'il fait ou qui lui est imprimé pour aller vers un certain côté, où il iroit en effet, s'il étoit livré à lui-même, & s'il ne trouvoit aucun obstacle sur son chemin qui l'en empêchât.

2. Je rapporte *les angles d'Incidence* & *de Réflexion* au plan réflechissant, & non à la perpendiculaire menée à ce plan ; c'est-à-dire, que je prends pour l'*angle d'Incidence*, celui que la direction du mobile fait avec le plan avant la Réflexion, & pour l'*angle de Réflexion*, celui que la direction du mobile fait avec le même plan après la Réflexion. C'est là, ce me semble, la notion la plus commune, & l'usage ordinaire parmi les Auteurs qui ont écrit sur cette matiére. Ceux d'entre les modernes * qui en ont usé autrement, & qui ont rap-

* Hug. *Dioptr.* Newt. *Opt.*

porté les angles d'Incidence & de Réflexion à la perpendiculaire, ne l'ont fait que pour une raiſon d'uniformité, par rapport à la Réfraction, qui étoit leur principal objet, & dont en effet il faut rapporter le ſinus à la perpendiculaire. Mais cette raiſon n'a pas lieu ici, où je traite principalement de la Réflexion, & où je ne dois faire entrer la Réfraction que comme une de ſes eſpéces.

3. Les mêmes angles rapportés à la perpendiculaire, je les appellerai *complemens des angles d'Incidence & de Réflexion*, ou *angles d'inclinaiſon de l'Incidence & de la Réflexion*; puiſqu'ils ſont en effet les complémens à l'angle droit, & qu'ils déterminent l'inclinaiſon des directions du mobile par rapport au plan réflechiſſant.

## *De la Réflexion directe.*

Fig. 3. IV. Soit la Sphere à reſſort *F*, (*Fig.* 3.) dont le centre eſt *G*, pouſſée contre le plan inébranlable *AL*, ſelon la direction perpendiculaire *RGB*, enſorte qu'elle vienne le choquer au point *B*, avec une certaine quantité finie de mouvement.

Il ſeroit inutile de parler du reſſort du plan; deux ou pluſieurs reſſorts appuyés les uns ſur les autres ne ſoutiennent pas un plus grand poids qu'un ſeul, & n'ont pas plus de force pour ſe relever. Je ſuppoſe donc toujours le plan infiniment dur & infléxible; je fais abſtraction de ſon reſſort, & je n'en admets que dans le mobile.

Cela poſé, il eſt clair, 1. Que le corps ſphérique *F* fera en *B* un effort égal à la quantité de ſa maſſe multipliée par ſa viteſſe. 2°. Puiſque nous ſuppoſons *F* fléxible & à reſſort, toutes les fibres qui ſont dans la ligne *DB*, s'approcheront du point *B*, les fibres *FE* s'éloigneront du centre *G*, le point *G* deſcendra en *g*, par exemple, le diametre *FE*, deviendra *CK*, &, par la *troiſiéme Demande*, toute la Sphére prendra à peu près la figure *BCIK*. 3°. Par la *ſeconde demande*, ce changement ſe fera pendant une certaine durée de temps.

D'où il ſuit, que le centre *G* ne s'approchera du plan vers

*B*, que ſucceſſivement, & en retardant toujours ſon mouvement, juſqu'à ce qu'enfin au dernier inſtant de la compreſſion, ou au commencement de l'exploſion, il puiſſe être conſidéré comme en repos. Car depuis le moment où la Sphere a rencontré le plan, la puiſſance quelconque *x*, qui la pouſſe contre ce plan ſelon la ligne *Rx*, trouve toujours en approchant du centre *C*, un plus grand nombre de fibres à reſſerrer de *D* vers *B*, & un plus grand nombre à étendre de *G* vers *E* & vers *F*; ou, ce qui revient au même, elle a toujours à reſſerrer, & à étendre davantage un même nombre de fibres, juſqu'au dernier inſtant de la compreſſion, où toute ſa force a paſſé dans le reſſort; c'eſt-à-dire, que la puiſſance *x*, qui n'étoit employée avant le choc, qu'à faire aller la Sphere *S*, de *R* vers *B*, ne l'eſt plus après le choc, qu'à faire rapprocher ſes fibres ſelon la ligne de direction *RB*, & à les écarter ſelon la ligne *EF*, perpendiculaire à la précédente. Les mouvemens particuliers des parties qui compoſent la maſſe de la Sphere, en diminuent de plus en plus le mouvement total, & l'abſorbent enfin entiérement.

Donc à chaque inſtant de la durée du premier temps, je veux dire, pendant la compreſſion du reſſort, le centre de gravité *G*, tendra à ſuivre la ligne *Gx*, avec des forces ſucceſſivement décroiſſantes, dont chacune en particulier ſera égale à *x*, moins la force communiquée au reſſort dans cet inſtant. Deſorte que ſi l'on nomme cette force *p*, & qu'on imagine le plan *AL* ſubitement ôté dans un de ces inſtans quelconque, ce point ou centre *G*, & avec lui tous les autres points de la Sphere, c'eſt-à-dire, la Sphere même, dont il détermine la direction, ſuivront en effet la ligne *Gx* dans l'inſtant donné, avec une force ou quantité de mouvement égale à $x-p$.

Ce que j'appelle ici *force* & *mouvement*, peut être pris auſſi pour la *viteſſe*, à cauſe de la maſſe conſtante de la Sphere, qui rend toujours leurs valeurs proportionnelles.

Il faut appliquer les mêmes raiſonnemens à la reſtitution du reſſort, qui ſurvient immédiatement après la derniere con-

preſſion. Car par la *premiere Demande*, le reſſort doit rendre au mobile tout le mouvement que le mobile avoit perdu; & par la *ſeconde*, la viteſſe de *G* vers *R* doit croître en ordre renverſé, de la même maniére que la viteſſe de *G* vers *B* avoit diminué. Le centre *G* à chaque inſtant de cet accroiſſement doit s'écarter du plan *AL*, avec une viteſſe égale à celle avec laquelle il s'en approchoit dans l'inſtant correſpondant de la compreſſion; & toute la Sphere s'échapperoit en effet avec une viteſſe égale à celle de ſon centre de gravité *G*, ſi dans quelqu'un de ces inſtans on ſupprimoit le plan. Mais il faut prendre garde que le reſſort ou les fibres qui ſe débandent, ne pouvant communiquer de mouvement à *G*, que pendant qu'elles appuient ſur le plan *AL*, contre lequel ſe fait la réaction, elle ne ſauroient obliger la Sphere à ſe détacher du plan, qu'après que la viteſſe qu'elles communiquent au centre de gravité *G*, ſera devenue égale ou ſurpaſſera un peu la viteſſe de leur détente & de leur rétabliſſement. Car il eſt clair, que tant que les parties du reſſort ſe déployeront, ou tendront à ſe déployer de *G* vers *B*, avec plus de viteſſe que le point *G* ne va de *G* vers *R*, le mobile ne ſauroit ſe ſéparer du plan. Et puiſque le rétabliſſement du reſſort paſſe en rétrogradant par tous les mêmes degrés de viteſſe que la compreſſion, il eſt encore évident que la viteſſe requiſe dans *G*, pour ſéparer la Sphere du plan, ou pour ſurpaſſer d'une quantité infiniment petite la viteſſe de l'exploſion des fibres, doit être préciſément égale à la viteſſe de l'inſtant immédiat avant la rencontre du plan. Les viteſſes ſont toujours en raiſon renverſée des compreſſions du reſſort: la moindre des compreſſions ſucceſſives eſt la premiere, & la plus grande que la derniere. C'eſt tout le contraire des reſtitutions; ainſi la derniere viteſſe des reſtitutions doit être égale à la premiere viteſſe des compreſſions.

Je ne m'arrêterai point à montrer que l'Elliptoïde plat *BCIK*, ou telle autre figure qu'on voudra, après être redevenu Sphere, ſe changera en Elliptoïde oblong, & que le corps *S* continuera ainſi de paſſer ſucceſſivement par ces trois

trois figures, autant que dureront les vibrations des parties qui le composent; c'est un balancement analogue, quant à l'effet, à celui d'un pendule qu'on auroit tiré de son point d'équilibre, ou aux vibrations d'une corde tendue.

## *De la Réflexion oblique.*

V. Soit la Sphere *E*, (*Fig.* 4.) dont le centre est *C*, poussée obliquement selon la direction *DCY*, contre le plan *AL*. Je dis: Fig. 4.

1°. Que *la Sphere* E, *pendant la compression du ressort, tendra successivement vers le plan* AL, *par une infinité de directions* CY, Cy, CM, &c. *toujours plus inclinées au plan, jusqu'à la derniere* CZ, *qui lui sera parallele, & avec une force totale décroissante, jusqu'à ce qu'elle devienne égale à la puissance z, au dernier instant de la compression.*

Car (*article II.*) la force totale *y*, qui faisoit aller la Sphere selon la direction *DCY*, se résout en deux puissances *x*, *z*, lesquelles agissent dans la proportion des côtés *CX*, *CZ*, du parallélogramme rectangle *CXYZ*. La puissance *z* demeure constante, & ne reçoit aucune altération de la rencontre du plan; parce que sa direction est parallele à ce plan: mais, (*article IV.*) la puissance *x* va en décroissant pendant toute la durée de la compression, jusqu'à ce qu'elle devienne $=o$. Donc si dans le premier instant du choc elle est égale à *CX*, dans le second elle sera égale, par exemple à *C*x: de sorte que menant la parallele x y, infiniment proche de *XY*, le parallélogramme *CXYZ*, se changera en *C*xyZ; & de même dans les instans suivans, *x* devenant, par exemple, égale à *CP*, &c. jusqu'à $x=o$, le parallélogramme *CXYZ*, se changera en *CPMZ*, &c. & enfin se confondra avec la ligne *CZ*. Or il est clair par les principes allégués, que le mouvement composé, ou la tendance totale de la Sphere dans chacun de ces instans, sera égale à la diagonale correspondante du parallélogramme de l'instant donné; & que sa direction se confondra avec cette même diagonale. Et puisque l'on peut concevoir une infinité de diagonales renfermées dans l'angle *YCZ*, qui appartiendront à de tels parallélogrammes, la Sphere aura

ſucceſſivement une infinité de tendances toujours plus inclinées au plan, pendant la durée de la compreſſion, juſqu'à la derniere *CZ*, qui ſera parallele au plan.

VI. 2°. Je dis, que *pendant la reſtitution du reſſort, la Sphere tendra ſucceſſivement à s'éloigner du plan, par une infinité de lignes* Cz, CN, &c. *toujours moins inclinées au plan, avec une force totale croiſſante, juſqu'à ce qu'elle devienne égale à la force de l'inſtant avant le choc.*

Cette propoſition n'eſt que la converſe de la précédente: & n'a pas beſoin d'autre preuve que celle de la ſeconde partie de l'*art. IV.* Il eſt clair que *P M* s'approchant toujours de *CZ*, & ſe confondant enfin avec elle, lorſque $x=o$, comme on vient de voir dans l'article précédent, paſſera au-de-là en cz, *Q N*, &c. lorſque la puiſſance $x$, de poſitive qu'elle étoit, deviendra négative, ou agira en un ſens contraire à celui de la compreſſion. Par conſéquent les diagonales *CM*, &c. ſe changeront en *Cz*, *CN*, &c. juſqu'à la derniere *CV*, du parallélogramme *CTVZ*, laquelle par le même *art. IV.* & par la *premiere Demande* doit être égale à *CY*, c'eſt-à-dire, à la force totale de l'inſtant avant le choc.

VII. 3°. Enfin, *l'angle de Réflexion* ZCV, *que* CV *fait avec le plan* AL, *ſera égal à l'angle d'incidence* DCI, *ou* DYL.

Je ne conſidere ici que le centre de gravité *C*, dans le premier, & dans le dernier inſtant du choc: car comme c'eſt ce centre qui donne, pour ainſi dire, la loi à la Sphere dans ſon mouvement total, elle ne ſauroit éviter de ſuivre le chemin qu'il tient quand elle ſe détache du plan. Ainſi la démonſtration de l'égalité des angles *ZCV* & *DCI*, doit être cenſée celle des angles *AXH*, *AYF*, & *GXL*, *DYL*, par rapport à tout autre point de la Sphere, & à tout autre lieu où l'on pourroit l'imaginer. Mais par les articles précédens, le parallélogramme *CTVZ* eſt ſemblable & égal au parallélogramme *CXYZ*; donc ſa diagonale *CV*, fait avec ſes côtés *CZ*, *CT*, un angle égal à celui que la diagonale *CY*, qui n'eſt que *DC* prolongée, fait avec ſes côtés *CZ*, *CX*; & partant, $\overline{ZCV} = \overline{ZCY}, = \overline{DCI} = \overline{DYL}$.

Cela eſt encore évident par la Théorie des puiſſances qui ſont équilibre à pluſieurs autres : car la puiſſance $z$ demeure conſtante, & agit toujours par la même direction ; la puiſſance $x$ eſt auſſi dans ſa même ligne de direction $TX$, toujours perpendiculaire à la direction de $z$, elle agit ſeulement en ſens contraire après le choc, avec la même force qu'au commencement du choc (*premiere Demande.*) Donc une troiſiéme puiſſance égale à $y$, ne peut leur faire équilibre, ſi elle ne ſe trouve ſur une direction ſemblablement poſée, & qui partage l'angle de leurs directions, en même raiſon que la direction de $y$ partageoit l'angle des directions de $x$, & de $z$, au premier inſtant du choc.

VIII. Pour avoir dans un lieu géométrique, toutes les variations des puiſſances $x$, $y$, entr'elles, & la conſtante $z$, & toutes les directions ou tendances correſpondantes de la Sphere, depuis le premier inſtant du choc & de la compreſſion, juſqu'au dernier inſtant du contact & de la reſtitution du reſſort ; ſoit du centre $C$ de la Sphere $E$, (*Fig.* 5.) & toujours dans un même plan, élevée la perpendiculaire $CP$, à la ligne de direction $DY$, qui eſt celle du premier inſtant du choc. Ayant enſuite pris à volonté un point quelconque $P$, ſur la ligne $CP$, & du point $K$, milieu de $CP$, comme centre, décrit un cercle $CMZzC$, l'arc $CMZz$ de ce cercle ſera le lieu que l'on cherche. Savoir, l'arc $CMZ$ compris entre les directions $CY$, $CZ$, du premier, & du dernier inſtant de la compreſſion du reſſort, le lieu de tous les rapports des puiſſances $y$, $x$, $z$, & de toutes les tendances de la Sphere pendant la compreſſion ; & l'arc $ZPz$ compris entre les directions $CZ$, $Cy$, du premier & du dernier inſtant de la reſtitution du reſſort, le lieu de tous les rapports de ces mêmes puiſſances, & de toutes les tendances de la Sphere, pendant la reſtitution. Et ces arcs ſeront égaux, étant la meſure de deux angles égaux, $YCZ$, $yCZ$, comme on vient de voir (*art. VII.*) FIG. 5.

Car ayant mené du point $P$, autant de lignes qu'on voudra, $PM$, $PN$, $PZ$, $Pn$, $Pm$, &c. à des points quelconques

*M*, *N*, *Z*, *n*, *m*, de la circonférence *CMZz*, & du centre *C*, de la Sphere; autant de lignes de direction *CE*, *CF*, *CZ*, *Cf*, *Ce*, qui paſſent par les extrémités *M*, *N*, Z, *n*, *m*, des cordes *PM*, *PN*, *PZ*, *Pn*, *Pm*. Il eſt évident, par la propriété du cercle, que toutes ces lignes formeront par leur concours autant de triangles rectangles *CMP*, *CNP*, *Cnh*, &c. qui auront le ſommet de leur angle droit à la circonférence *CMZz*. D'où il ſuit, en ſuppoſant tout ce qui vient d'être démontré dans les articles précédens, & la même conſtruction.

1°. Que le triangle *CPZ*, dont la baſe *CZ* eſt parallele au plan réflechiſſant *AL*, eſt rectangle en Z, & que ſes trois côtés ſont perpendiculaires aux trois directions, ſelon leſquelles le point *C* eſt cenſé tiré par les puiſſances *y*, *x*, *z*, dans l'inſtant de la rencontre du plan; ſavoir *PC* perpendiculaire à *DY*, par conſtruction, & *PZ*, *CZ*, perpendiculaires à *CZ*, *CX*, à cauſe de *CZ* parallele à *AL*, & de l'angle droit en Z. Et partant, les trois côtés de *CPZ* ſont proportionnels aux trois puiſſances, qui tirent ou qui pouſſent le point *C* dans les lignes *CY*, *CX*, *CZ*, de même que les côtés du triangle *CYX*, qui lui eſt ſemblable.

2°. Que dans les inſtans après la rencontre du plan, & pendant toute la compreſſion du reſſort, les cordes *PM*, *PN*, &c. perpendiculaires aux directions *CE*, *CF*, correſpondantes à chacun de ces inſtans, coupent le côté *CZ* du triangle *CPZ*, en des points *G*, *H*, qui déterminent les nouveaux triangles *PGZ*, *PHZ*, dont les côtés repréſentent les valeurs des trois puiſſances *z*, *y*, *x*, & leurs rapports actuels dans ces inſtans, juſqu'au moment de la reſtitution, où *x* devenant *o*, le triangle s'évanouit & ſe change en la ligne ou côté *PZ*; parce que la puiſſance conſtante *z*, proportionnelle à ce côté invariable, eſt la ſeule qui agit dans cet inſtant.

3°. Que dans les inſtans ſemblables de la reſtitution du reſſort, les valeurs & les rapports de *x*, *y*, doivent être pris au de-là de *PZ*, vers *c*, à cauſe que *x* agit en ſens contraire à la compreſſion, & que ſes valeurs deviennent négatives.

Ainſi les cordes $Pn$, $Pm$, &c. & la tangente en $P$, étant prolongées, iront couper $CZc$ prolongée, en $h$, $g$, $p$; elles avanceront toujours vers $c$, & elles détermineront ſur le prolongement $Zc$, les baſes $Zh$, $Zp$, $Zg$, des triangles $PhZ$, $PpZ$, $PgZ$, dont les côtés ſeront proportionnels aux puiſſances $y$, $x$, $z$, pendant les inſtans correſpondans de la reſtitution du reſſort; juſqu'à ce qu'enfin la valeur de $x$ étant redevenue auſſi grande qu'à l'inſtant du choc, & l'angle y$CZ$ égal à $YCZ$, la corde z$P$ prolongée aille aboutir en $c$, & déterminer la baſe $Zc = ZC$, du triangle $PcZ$ égal & ſemblable à $PCZ$.

Ce qui eſt évident par la perpendicularité continuelle des côtés variables de ces triangles, avec les directions changeantes des puiſſances auxquelles ils ſont proportionnels.

Il faut encore remarquer dans cette Figure, 4°. Que le triangle $PCZ$, ou $PcZ$, & tous les décroiſſans $PGZ$, $PHZ$, &c. qui ont le ſommet de leur angle droit au point Z, & leur perpendiculaire conſtante $PZ$, repréſentent par leurs trois côtés les valeurs & le rapport des trois puiſſances $x$, $y$, $z$, telles qu'elles ſont à chaque inſtant de l'action du reſſort, en prenant toujours $z$ pour conſtante; parce que la perpendiculaire $PZ$ eſt proportionnelle à cette puiſſance.

5°. Que les triangles où le ſommet de l'angle droit parcourt le lieu géométrique $CMZ$z, donnent par la variation des côtés qui comprennent cet angle, le rapport changeant des deux puiſſances $x$, $z$, entr'elles ſeulement, en prenant $y$ pour conſtante pendant la compreſſion du reſſort, & pour changeante entre de certaines limites pendant la reſtitution. Savoir, les triangles $PZC$, $PNC$, $PMC$, &c. où l'angle droit parcourt avec ſon ſommet, Z, $N$, $M$, &c. l'arc $ZMC$, en allant de Z vers $M$, & dont le diamétre $PC$ fait toujours l'hypothenuſe, donnent par leurs côtés appuyés ſur elles tous les changemens de rapport de $x$ à $z$, pendant la compreſſion du reſſort. Et les triangles $Cnh$, $CPp$, $Cmg$, &c. où le ſommet de l'angle droit parcourt l'arc $ZPz$ de Z vers $m$, & dont l'hypothenuſe $Ch$, $Cp$, $Cg$, &c. varie entre les li-

mites $CZ$ & $Cc = 2\,CZ$, donnent de même par les deux côtés qui comprennent l'angle droit, tous les rapports de $x$ à $z$, pendant la reſtitution du reſſort. Le côté $CN$, $CM$, &c. qui paſſe par zero, quand $PM$ vient à ſe confondre avec $PC$ & à changer de poſition $Cn$, $Cm$, &c. eſt celui qui repréſente $x$.

6°. Que dans la variation qui ſe fait pendant la reſtitution du reſſort, ſelon l'hypotheſe du n°. précédent, on trouve un triangle $CpP$ ſemblable à $CPZ$; & c'eſt dans l'inſtant où la direction de la Sphere $CP$, eſt perpendiculaire à la direction $DY$ de l'inſtant du choc, & où le rapport de $x$ à $z$ eſt renverſé, eu égard à cet inſtant; puiſque $pP$ ($x$) eſt à $PC$ ($z$,) comme $PZ$ ($z$) dans le cas de $z$ conſtante *ſuprà* n°. 4. étoit à $CZ$ ($x$) au moment de la rencontre du plan. Après l'inſtant de la direction $CP$, le concours des côtés proportionnels aux deux puiſſances $x$, $z$, ſe fait au de-là de $P$, vers $m$, juſqu'à l'extrémité z de l'arc Zz, où l'on retrouve un autre triangle $Cc$z, ſemblable au précédent & à $CPZ$, & où le rapport de $x$ à $z$ eſt renverſé de nouveau, & rétabli dans ſon premier état, c'eſt-à-dire, comme il étoit dans l'inſtant du choc, excepté ſeulement que $x$ agit en ſens contraire. Ce qui eſt encore repréſenté dans la Figure par les poſitions différentes des trois triangles $CZP$, $CpP$, $C$z$c$.

On n'y doit pas trouver de même le rapport changeant de $y$ à $z$, ſoit pendant la compreſſion, ſoit pendant la reſtitution du reſſort, par l'hypothenuſe des triangles, & le côté proportionnel à $z$ en prenant $x$ pour conſtante. Car y ayant un moment où $y$, & $z$ deviennent infinies par rapport à $x$, ſavoir l'inſtant qui finit la compreſſion, & qui commence la reſtitution du reſſort, on ne ſauroit aſſigner de côté fini conſtant, & proportionnel à $x$, ſans que les deux autres côtés du triangle ne devinſſent infinis dans cet inſtant.

## COROLLAIRES.

IX. *Corol.* 1. Il ſuit des articles précédens, que *ſi le reſſort ne redonne pas à la Sphere la même quantité de mouvement après*

*le choc, qu'elle avoit avant le choc, elle se réfléchira par un angle plus petit que l'angle d'Incidence; & au contraire, que si le mouvement est plus grand, l'angle de Réflexion sera plus grand que l'angle d'Incidence.*

Car le ressort ne peut communiquer de mouvement au corps sphérique $E$ (*Fig.* 4.) que selon une ligne $XC$, perpendiculaire au plan; par conséquent il n'y a que la puissance $x$, comme il a été déja remarqué (*art. VII.*) qui puisse en recevoir de la diminution, ou de l'augmentation. Donc le parallélogramme $CTVZ$ se changera dans le premier cas, en $CQNZ$, par exemple, & dans le second en $C\tau v Z$, dont les diagonales $CN$, $Cv$, doivent faire avec $CZ$, l'une un angle plus petit, l'autre un angle plus grand que $ZCV = DCI$. FIG. 4.

X. *Corol.* 2. Dans l'un & dans l'autre cas, *le sinus du complément de l'angle de Réflexion* (par rapport au quart de cercle $TR$) *est au sinus du complément de l'angle d'Incidence, en raison renversée des forces totales de la Sphere, c'est-à-dire, comme la quantité de mouvement ou la vitesse avant le choc, à la quantité de mouvement après le choc.*

Car ayant mené des points $u$, $n$, où les diagonales $CV$, $CN$, coupent le cercle $TRX$, les sinus $us$, $ni$, sur le diamétre $TX$, on trouvera par l'analogie des triangles semblables $Cus$, $CVZ$, & $Cni$, $CNZ$, que $Cu . us :: CV . CZ$, & $Cn$ ou $Cu . ni :: CN, CZ$. d'où l'on tire $us \times CV = ni \times CN$, & $us . ni :: CN . CV$. Mais (*construct.*) l'angle $CVZ$ égal à $VCT$ égal à l'angle $DCT$, complément de l'angle d'Incidence $DCI = DYL$, & la diagonale $CV = CY$, représente la quantité de mouvement avant le choc, comme $CN$, la quantité de mouvement après le choc. Donc, &c.

XI. *Corol.* 3. Il est clair que ce même rapport a lieu pour toutes les tendances ou directions que suivroit la Sphere, si l'on ôtoit le plan dans un instant quelconque de l'action du ressort, pendant sa compression, ou pendant sa restitution. Si l'on fait donc la puissance $x$, après le choc, ou dans un instant quelconque de la compression ou de la restitution du ressort, $= x \pm p$; (en apprenant toujours dans les formules

que nous allons donner, les lettres $y$, $x$, $z$, pour les quantités qu'elles repréſentent à l'inſtant du choc, ou pour les trois côtés $CY$, $CX$, $XY$, du triangle $CXY$) le ſinus du complément de l'angle d'Incidence $= S$, & le ſinus du complément de l'angle de Réflexion $= \Sigma$, on aura toujours $\Sigma . S ::$ $CV$ ou $CY$ ($\sqrt{xx+zz}$.) $CM$ ou $CN$, &c. ($\sqrt{xx \pm 2px + pp + zz}$.) & partant,

$$\Sigma = \frac{S\sqrt{xx+zz}}{\sqrt{xx \pm 2px + pp + zz}}$$

Sera la formule du ſinus du complément de l'angle de Réflexion, pour toutes les valeurs de $x$ après le choc, la puiſſance $z$ demeurant toujours la même.

Et ſi l'on ſuppoſe tout le reſte connu, & la valeur $p$ inconnue, on la trouvera par la réſolution de l'équation précédente, où $p$ ne peut jamais monter qu'au ſecond degré. Pour la rendre plus ſimple, on peut mettre, au lieu de $xx + zz$, leur valeur $yy$, qui repréſente le quarré de la force ou de la viteſſe totale de l'inſtant avant ou après le choc dans le cas de l'égalité des angles, & elle deviendra,

$$pp \pm 2xp + yy \times \overline{1 - \frac{SS}{\Sigma\Sigma}} = 0.$$

Il faut ſeulement obſerver que dans les inſtans de la compreſſion, c'eſt l'angle $CMP$, par exemple, qui repréſente l'angle de Réflexion, & $MCP$, ſon complément; parce que $CM$ eſt la ligne que ſuivroit la Sphere, ſi le plan étoit ôté dans cet inſtant; ſelon ce que nous avons établi, que les angles de Réflexion & d'Incidence ſeroient toujours ceux que font les diagonales de l'inſtant avant le choc, & de l'inſtant donné après le choc, avec le plan $AL$, & leurs complémens, les angles que ces mêmes diagonales font avec la perpendiculaire $TX$.

XII. *Corol.* 4. Juſqu'ici nous avons ſuppoſé la puiſſance $z$ invariable, comme elle doit être en effet, à moins que quelque

que cause étrangere ne survienne pendant le choc. Mais sans entrer dans le détail de la cause, imaginons que la puissance $z$ change après la rencontre du plan, tandis que la puissance $x$ demeure de même valeur, & ne fait que devenir négative, de positive qu'elle étoit.

Dans cette supposition l'analogie précedente $\Sigma . S :: CV . CN$ ou $CM$, &c. subsisteroit bien encore ; mais la ligne $CN$. ou $CM$, &c. ne sauroit plus représenter la force totale après le choc, à cause de la composante $z$, dont la valeur doit aller au de-là du point Z, si elle est plus grande après le choc qu'avant le choc, ou demeurer en deçà vers $C$, si elle est plus petite. Mais on pourra avoir alors directement les sinus de Réflexion, au lieu de leur complément. Car soit (*Fig.* 6.) $CY = y$, $CX = x$, $CT = -x$, $CZ$ ou $TV = z$, vitesse horisontale avant le choc, & $C\zeta$ ou $T\upsilon$ égale à la vitesse horisontale après le choc. Il est clair que ce sera la diagonale $C\upsilon$, qui représentera & la direction que doit suivre la Sphere après le choc, & sa force ou vitesse totale. Que si au contraire la vitesse horisontale avoit diminué, & n'étoit après le choc qu'égale à $Cz$, ce seroit la diagonale $Cu$. Or si j'abaisse des points $t$, $\tau$, où les diagonales $CV$, $C\upsilon$, coupent le cercle $TKX$, les sinus $ts$, $\tau\theta$, sur le diametre $KH$, parallele au plan réfléchissant $AL$, j'aurai les triangles semblables $C\tau\theta$, $\upsilon CT$, & $Cts$, $VCT$; d'où je tire par la même voye que ci-dessus, *corol.* 2. *art.* X. $\tau\theta . ts :: CV . C\upsilon$. & ainsi des autres. Donc si je nomme $z$ la puissance ou vitesse horisontale avant le choc, & $z \pm r$, cette même puissance après le choc ; $S$, le sinus de l'angle d'Incidence $DCH = VCZ$, & $\Sigma$, le sinus de l'angle de Réflexion $ZC\upsilon$, ou $ZCu$, &c. j'aurai par rapport au changement de valeur de $z$, deux formules semblables à celles que j'ai eues pour le changement de valeur de la puissance $x$, dans le *corol.* 3. *art.* XI. Savoir, pour le sinus de l'angle de Réflexion, Fig. 6.

$$\Sigma = \frac{S\sqrt{xx+zz}}{\sqrt{zz \pm 2rz + rr + xx}}.$$

Et pour l'augmentation ou la diminution de la puiſſance $z$; (ayant fait $xx + zz = yy$)

$$rr \pm 2zr + yy \times \overline{1 - \frac{ss}{\Sigma\Sigma}} = 0.$$

Si l'on vouloit appliquer ces formules à la tendance ou direction quelconque que ſuivroit la Sphere, dans un inſtant donné de la compreſſion du reſſort, où le plan *AL* ſeroit ſupprimé, par exemple, à la direction *Ci*, il faudroit alors ſe ſervir de la ligne *AL*, au lieu de $\upsilon T \pi$, pour l'analogie des triangles.

XIII. *Corol.* 5. Suppoſons maintenant que les puiſſances $x$, & $z$, ſe trouvent toutes deux différentes après le choc, de ce qu'elles étoient avant le choc, ce qui eſt le cas le plus général & le plus compoſé, & qui comprend tous les autres. On voit bien qu'alors on ne ſauroit plus avoir immédiatement aucune des formules précédentes : car la ſomme des quarrés des deux puiſſances après le choc, peut être égale à leur ſomme avant le choc, quoi-qu'aucune en particulier ne ſoit la même ; ce qui donneroit une viteſſe ou force totale après le choc égale à la force totale avant le choc, quoique l'angle de Réflexion pût être fort différent de l'angle d'Incidence, ou au contraire, la force après le choc pourroit être plus grande ou plus petite qu'avant le choc, & les angles d'Incidence & de Réflexion être égaux ; & enfin, parce que dans tous ces cas (*Fig.* 4.) l'extremité *M*, *N*, *V*, &c. des diagonales, *CM*, *CN*, *CV*, &c. ne ſauroit plus tomber ſur une même ligne *YV* perpendiculaire au plan, comme dans les cas du *corol.* 3. *art. XI.* ni ſur une même ligne $\pi T \upsilon$ (*Fig.* 6.) parallele au plan, comme dans les cas du *corol.* 4. *art. XII.* ce qui eſt pourtant néceſſaire pour ces formules. Mais on peut avoir une analogie, & en tirer une formule par le moyen du prolongement de ces diagonales, de la maniere qui ſuit.

Fig. 7. Soit (*Fig.* 7.) la Sphere *H*, pouſſée contre le plan *AL*, ſelon la direction *DCY*, avec une force $CY = y$, compoſée de la parallele $z = CZ$, & de la perpendiculaire $x = CX$,

dont les origines font de $C$ vers $Y$, $Z$, & $X$. Si après le choc, $z$ demeurant la même, $x$ devient $-x = CT = CX$, on aura le parallélogramme $CTVZ = CZYX$, & l'angle de Réflexion $ZCV$, fera égal à l'angle d'Incidence $DCI$. Mais fi $z$ devient $z + r = CZ + Z\zeta$ & $x$, $x - p = CX - XQ$, il eft clair par les principes établis, qu'on aura le parallélogramme $C\zeta NQ$, & l'angle de Réflexion $\zeta CN$, qui eft plus petit que $ZCV$, quoi-que la force totale $CN$, pût être égale à $CV$, ou plus grande que $CV$. De même fi après le choc, $x$ & $z$ étoient $Ct$, $C\zeta$, ou $CQ$, $C\sigma$, ou $Ct$, $C\sigma$, ou $CT$, $CS$, ou $CO$, $C\zeta$, &c. on auroit le parallélogramme rectangle $CtG\zeta$, ou $CQg\sigma$, ou $Ctv\sigma$, ou $CTKS$, ou $COM\zeta$, &c. dont les diagonales $CG$, $Cg$, $Cv$, $CK$, $CM$, &c. font avec $IZ$, & avec $TX$, l'une parallele, l'autre perpendiculaire au plan $AL$, des angles dont les finus n'ont pas avec le finus de l'angle d'Incidence, le même rapport que la diagonale $CY$, ou $CV$ a avec elles.

Mais fi l'on prolonge ces diagonales, ou qu'on en retranche une partie, lorfqu'il fera néceffaire, jufqu'au point où elles vont rencontrer une ligne $G\gamma$, $v\sigma$, ou $KS$, &c. qui coupe $IZ$ à angles droits au point $\zeta$, $\sigma$, ou $S$, &c. auquel fe termine la ligne $C\zeta$, $C\sigma$, ou $CS$, &c. valeur de la puiffance $z$ après le choc, il eft évident (*art. X.*) que les finus des complémens des angles de Réflexion & d'Incidence, par exemple, $ni$, $us$, feront toujours entr'eux comme les lignes $CG$, $CN$, & ainfi pour tous les autres cas des diagonales, $C\varepsilon$, $Cg$; $C\varepsilon$, $Cv$; $CF$, $CK$, $C\gamma$, $CM$, &c. C'eft pourquoi les triangles $C\zeta G$, $C\sigma\varepsilon$, $CSF$, $C\zeta\gamma$, &c. tous femblables entr'eux & au triangle $CZV =$ (*conftr.*) $CBE = CXY$, donneront toujours la diagonale prolongée ou accourcie, $CG$, $Cu$, $CF$, ou $C\gamma$, &c. $= \frac{z \pm r\sqrt{xx + zz}}{z}$; & $ni\,(\Sigma).us\,(S) :: SG$, &c. $\left(\frac{z \pm r\sqrt{xx + zz}}{z}\right)$. $CN$, &c. $\left(\sqrt{xx \pm 2px + pp + zz \pm 2rz + rr}\right)$ d'où l'on tire le

finus du complément de l'angle de Réflexion, & la *Formule Générale*,

$$\Sigma = \frac{S \times \overline{z \pm r}\sqrt{\overline{xx + zz}}}{z\sqrt{\overline{xx \pm 2px + pp + zz \pm 2rz + rr}}}$$

Ou, faifant comme ci-deffus, $xx + zz = yy$ quarré de la force totale avant le choc,

$$\Sigma = \frac{S \times \overline{z \pm r} \times y}{z\sqrt{\overline{yy \pm 2px + pp \pm 2rz + rr}}}.$$

Et l'équation du fecond degré,

$$pp \pm 2xp + \overline{1 - \frac{SS}{\Sigma\Sigma} + \frac{2SSr}{\Sigma\Sigma z} - \frac{SSrr}{\Sigma\Sigma zz}} \times yy = 0.$$
$$\pm 2rz$$
$$- rr$$

donnera la valeur de $p$, ou du changement de la puiffance $x$, après le choc, comme

$$rr + 2zr + \frac{zzyy \times \overline{\Sigma\Sigma - SS}}{\Sigma\Sigma zz - SSyy} = 0$$
$$+ \frac{\Sigma\Sigma zz \times \overline{pp \pm 2xp}}{\Sigma\Sigma zz - SSyy}$$

donnera la valeur de $r$, ou du changement de la puiffance $z$, après le choc.

Nous verrons dans la fuite comment $p$, ou $r$, étant fuppofées d'un valeur unique & déterminée, deviennent ici les inconnues d'une équation du fecond degré, & fe trouvent par-là avoir deux valeurs différentes.

XIV. *Corol. 6.* On pourroit trouver par la même méthode une formule générale pour le finus de l'angle de Réflexion directement, en prolongeant ou raccourciffant les diagonales jufqu'à la rencontre d'une ligne parallele au plan,

comme *Gt*, *QN*, &c. laquelle passât par l'extremité du côté du parallélogramme qui représente la valeur de la puissance *x* après le choc, & l'on auroit par rapport à cette ligne, tout l'équivalent des formules précédentes. Cela sera même plus commode & d'un calcul plus simple dans les cas de l'*art. XII.* où la puissance z est la seule qui varie ; mais pour une Théorie générale, il vaut mieux se servir de la formule du complément, laquelle deviendra à son tour l'expression directe de l'angle de Réfraction.

XV. *Corol.* 7. Il suit de ces observations que *dans tous les rapports possibles des mouvemens ou vitesse de la Sphere après le choc, aux vitesses avant le choc, quelle que soit la cause Physique & accidentelle, qui produit leurs différences ou leurs changemens, ces changemens étant donnés, & la valeur, soit du sinus de l'angle, soit du sinus du complément de l'angle d'Incidence, étant aussi donnée, on pourra toujours avoir la valeur du sinus du complément de l'angle de Réflexion, ou le sinus de l'angle même ; & réciproquement les sinus étant donnés, & les vitesses avant le choc, trouver les vitesses après le choc.*

D'où l'on voit, Que l'égalité des angles de Réflexion & d'Incidence, regardée comme le fondement de toute la Catoptrique, n'est qu'un cas particulier de la proposition générale *art. X.* & que cette égalité n'a lieu que lorsque la force ou la quantité de mouvement de la Sphere après le choc, est de même valeur qu'avant le choc, & agit dans la même ligne de direction, mais seulement en sens contraire.

## REMARQUES.

XVI. *Remarque* 1. Les plus anciens Auteurs de Catoptrique, tels qu'*Euclide*, *Heliodore de Larisse*, *Ptolomée* *, *Alhazen*, & *Vitellon* ne paroissent pas s'être fort mis en peine de prouver cette égalité d'Incidence & de Réflexion, autrement que par l'expérience d'un rayon de lumiere réfléchi sur un miroir. *Euclide* établit néanmoins un axiome dans la préface de son Optique *, qui a été adopté par *Ptolomée* &

* *Cité dans* Vitellon. *lib.* 5. *n.°* 10.

* Vitellon. *ibid. n.°* 5.

par *Vitellon*, & dont ce dernier s'eſt ſervi pour démontrer l'égalité des angles d'Incidence & de Réflexion. Cet axiome eſt, que la nature agit toujours par la voie la plus courte qu'il ſoit poſſible : & en effet, le chemin de la Réflexion le plus court, eſt celui qui réſulte de l'égalité des angles. Tout le monde ſait la démonſtration de M. *Deſcartes*, ſuivie de la plûpart des Phyſiciens modernes, & fondée ſur ce que le mobile ne perdant rien de ſa viteſſe par la Réflexion, doit ſe trouver avant & après la rencontre du plan, dans des points également éloignés de la perpendiculaire qui paſſe par le point d'où il a été repouſſé. A ces deux démonſtrations ſe rapportent preſque * toutes les autres, & toutes roulent peut-être ſur cet autre axiome, que là où l'on ne voit aucun principe d'inégalité, il faut conclure qu'il y a égalité. C'eſt à ces connoiſſances vagues & metaphyſiques que ſe réduit, ſi je ne me trompe, ce que la plûpart des Phyſiciens nous ont enſeigné ſur la Réflexion oblique des corps, & ſur la loi fondamentale de la Catoptrique. Je ne prétends point attaquer la certitude de ces démonſtrations, que je crois excellentes dans leur genre : je veux ſeulement faire remarquer qu'il faut bien qu'elles ne répandent pas une certaine lumiere dans l'eſprit, puiſqu'elles n'ont pû convaincre de grands Géometres. Leur obſcurité vient, ſans doute, de ce qu'on n'y conſidere le mobile que comme un point ſans parties, & par conſéquent qu'on y fait abſtraction de tout reſſort : car le reſſort ſuppoſe des parties. Mais comme on ſait, M. *Deſcartes*, & après lui quelques-uns de ſes plus illuſtres diſciples*, ne jugent pas la Réflexion impoſſible indépendemment du reſſort. Or s'il eſt vrai, comme il me le paroît, & comme je crois même l'avoir prouvé, qu'il n'y a point de principe de Réflexion là où il n'y a point de reſſort, toute démonſtration qui ne ſuppoſe pas le reſſort ſera inſuffiſante pour déterminer les propriétés de la Réflexion, & ne pourra manquer de produire des idées confuſes ſur cette matiere. Auſſi le P. *Tacquet*, au commencement de ſa Catoptrique, après avoir remarqué ce qu'il a cru que toutes les démonſtra-

** Je dis, preſque, pour en excepter celles que je pourrois ne pas connoitre, & quelques-unes même que j'ai vûës depuis que j'ai écrit cette Remarque. Telle eſt la demonſtration de M.* Bernoulli, *qu'on trouve dans les Actes de Leipſic an. 1701. p. 19. fondée ſur l'équilibre de deux poids attachés aux bouts d'une corde, qui paſſe ſur deux poulies, laquelle m'a paru auſſi ſolide qu'ingénieuſe.*

** V. la 1.re Part. des loix générales de la communication des mouvemens dans la* Recherche de la Verité *t. 2. in 4.° p. 125. & 131. & t. 3. in 12. p. 377. & 395. edit. 1712.*

tions de l'égalité des angles, avoient de faux ou de défectueux, a mieux aimé en revenir à l'expérience, unique preuve selon lui qu'on ait sur ce sujet, que d'adopter aucune des anciennes démonstrations, ou d'en chercher une nouvelle. M. de *Fermat* avoit été plus loin ; il prétendoit prouver, contre M. *Descartes*, que soit que la vitesse diminue, ou qu'elle augmente après la rencontre oblique du plan, la Réflexion se devoit toujours faire par un angle égal à l'angle d'Incidence. M. *Descartes* * lui répondit, & M de *Fermat* fut même abandonné là-dessus par un de ses plus zelés partisans, M. de *Roberval*, dans le Traité *des mouvemens composés ;* cependant il n'a pas laissé d'avoir encore des deffenseurs après sa mort. Quoi-qu'il en soit, des sentimens si differens sur un Phénomene de cette nature, prouvent tout au moins, que les explications qu'on en avoit données, ne portent pas ce caractere d'évidence, qui entraîne tous les souffrages, & qui ne laisse après soi aucun sujet de doute ni de scrupule.

* *V. le t. 3. des Lett. de* Desc. *lett. à M.* Clerselier *du 16. Juin* 1658.

XVII. *Remarque 2.* Mes raisonnemens, & mes calculs n'ont roulé jusqu'ici que sur des faits accordés, sur des forces supposées telles, dans tel ou tel instant du choc; voyons présentement de quelle maniere ces forces se sont conservées jusqu'à cet instant.

Si l'action du ressort n'est pas instantanée, comme je pense qu'on en est convaincu, la puissance parallele $z$ (*Fig.* 4.) dont la direction coupe toujours à angles droits la ligne dans laquelle se font les compressions & les restitutions du ressort, & qui par conséquent ne sauroit varier, à moins que quelque cause étrangere ne survienne pendant le choc, doit toujours faire avancer le centre $C$, auquel elle est appliquée; c'est-à-dire, que pendant les diverses tendances qu'à ce centre en vertu de la force totale composée de la variable $x$, & de la constante $z$, il doit effectivement avancer vers le point Z, tant que l'obstacle du plan empêchera la Sphere de suivre quelqu'une de ces tendances. Mais la Sphere elle-même pendant ce temps-là, comment ira-t-elle vers $Z$ ? glissera-t-elle sur le plan $AL$, y roulera-t-elle, ou fera-t-elle tous les deux

à la fois? Il eſt clair qu'elle ne fera que gliſſer, ſi le plan eſt purement mathématique ou infiniment poli; qu'elle roulera, s'il eſt phyſique & raboteux; &, plus ſouvent encore, qu'elle gliſſera & roulera en partie, & d'autant plus, que le plan ſera plus ou moins poli.

Dans le cas du plan mathématique & du gliſſement, il n'y a nulle difficulté à comprendre comment ſe conſervera la force du reſſort pendant toute la durée de ſon action, parce qu'alors les mêmes parties qui ont ſouffert la compreſſion, vont ſe relever dans le rétabliſſement du reſſort; mais il n'en eſt pas de même dans le cas du plan Phyſique & du roulement. C'eſt là pourtant, ſelon toute apparence, ce qui arrive preſque toujours dans la nature. Et comme je ne cherche dans cet Ecrit qu'une Théorie propre à expliquer les effets de la nature, je ne crois pas pouvoir me diſpenſer de dire ce que je penſe ſur cette queſtion.

Si la Sphere roule, c'eſt-à-dire, ſi elle applique ſucceſſivement pluſieurs points de ſa ſurface à autant de points du plan réfléchiſſant, il ſemble que le centre *C*, ſe trouvant abaiſſé & plus près du plan *AL*, après une premiére compreſſion, doit remonter pendant la ſeconde, pour ſurmonter le renflement qui s'eſt fait à côté de la partie comprimée. Et que deviendront alors les compreſſions faites ſur les premieres parties ou fibres de la Sphere, qui ont touché le plan dans les premiers inſtants? ſeront-elles perdues pour ceux qui les ſuivent? Si cela eſt, comment le reſſort pourra-t-il rendre au mobile toute la force qu'on ſuppoſe qu'il lui rend, & que l'expérience confirme qu'il lui redonne en effet ſenſiblement?

Fig. 8. Soit, comme ci-deſſus, une Sphere *S* (*Fig* 8.) pouſſée obliquement contre un plan Phyſique *AL*, ſelon la direction *DCY*. Si l'on ſuppoſe que *X* ſoit le premier point de ſa ſurface qui rencontre le plan, & que pendant le premier inſtant ou temps infiniment petit, la compreſſion oblige ce point & ceux qui l'environnent, à s'approcher du centre juſqu'en *F*; il eſt évident que le ſegment ſphérique qui étoit auparavant *AFXB*, s'applatira, & deviendra une ſurface circulaire

culaire plane *AFB*. Car dans un temps infiniment petit, cette compreſſion ne peut ſe communiquer à toute la Sphere, pour lui faire prendre une figure de Sphéroïde elliptique. Mais les fibres de ce ſegment ne ſauroient s'applatir ainſi, qu'ils ne s'allongent de *F* vers *B* & vers *A*, & ne pouſſent auſſi en ce ſens, ceux qui leur ſont contigus (*troiſiéme Demande, art. III.*) C'eſt pourquoi les parties de la Sphere qui ſont autour de la circonférence du cercle *AFB*, telles que *ANE*, ſe renfleront un peu vers *G*, s'éloigneront du centre *C*, & formeront une convexité, par exemple, *AGE*. C'eſt là tout ce qui doit arriver au premier inſtant. Venons au ſecond.

Le point *A* eſt plus éloigné du centre *C*, que le point *F*, mais par l'hypotheſe, ce ne peut être que d'une quantité infiniment petite du ſecond genre. Car dans un premier inſtant la compreſſion ne peut applatir qu'un ſegment *AXB*, dont le diametre $AB = 2AF$, doit être regardé comme le côté d'un polygone d'une infinité de côtés inſcrit dans le grand cercle qui paſſe par le ſegment, ou, ce qui revient au même, comme un infiniment petit de ce cercle; & puiſque $CF . AF :: AF . FX$ (le petit arc *AX* pouvant être pris pour ſa tangente au point *A*, & l'angle *CAX* pour un angle droit) il ſuit que *FX* ſera un infiniment petit du ſecond genre. D'où l'on voit déja que la quantité dont le centre *C* devroit remonter dans le ſecond inſtant, eſt de nulle conſidération. Mais il y a plus. La puiſſance *x*, qui pouſſe la Sphere perpendiculairement au plan, eſt infiniment peu diminuée à la fin du premier inſtant, ainſi le point *A* va être comprimé au commencement du ſecond avec la même force à peu-près que l'a été le point *X*. Mais la Sphere ne ſauroit faire effort vers *A*, qu'elle ne relâche d'autant l'effort qu'elle fait vers *F*: & elle ne ſauroit ceſſer de faire l'effort en *F*, ſans que le point *A* ne s'en rapproche, & que le ſegment *AFBX*, réduit par la compreſſion à *AFB*, ne tende à ſe rétablir en *AXB*, ou même à paſſer au de-là juſqu'en *R*. Par la même raiſon, la convexité *AGE* tendra par un mouvement oppoſé

à ſe rétablir en *ANE*, & même à revenir en deçà vers le centre *C*, par exemple en *M*, ſelon les loix de la vibration des reſſorts. Or toutes ces tendances favoriſent, & augmentent d'autant l'effet de la compreſſion du ſecond inſtant. Donc cet effet ſera composé de la force actuelle qui agit dans cet inſtant, & de la réaction ou reſtitution du reſſort dans l'inſtant précedent; deſorte qu'à la fin du ſecond inſtant la compreſſion aura produit un applatiſſement *RMI*, entouré des convexités *RB*, *IH*, & beaucoup plus grand que *AFB*, qu'elle avoit produit à la fin du premier inſtant.

Ce qui a été dit du ſecond inſtant, doit être appliqué au troiſiéme, au quatriéme, &c. la compreſſion actuelle d'un inſtant quelconque profitera, pour ainſi dire, de la reſtitution de la précédente, pour en devenir plus forte; & il faut remarquer que tout cela ſe fera continûment ou par degrés inſenſibles. Les diminutions de la compreſſion ou de la force *x*, entant qu'elle agit du centre de la Sphere vers le plan, ſeront toujours compenſées par les augmentations de la viteſſe ou de la tendance des fibres vers le centre. Ainſi le roulement de la Sphere ne lui fera rien perdre ſenſiblement de la force de ſon reſſort: & cette eſpece d'ondulation ſe communiquera bien-tôt à toute la maſſe, & y produira enfin un dernier degré de tenſion égal à celui qu'elle auroit eu, ſi tout l'effort s'étoit fait ſur le même endroit du plan, & de la Sphere.

XVIII. *Remarque 3*. Soit que la Sphere roule ou gliſſe ſur le plan, avant que de ſe réfléchir, il eſt clair, 1°. Que le chemin *RS* ou *CK* (*Fig. 9. Planche 2.*) qu'elle y parcourt, doit être d'autant plus long, que l'angle d'Incidence *DAR* eſt plus petit. Car c'eſt un cas entre la direction perpendiculaire *PR*, ſelon laquelle la Sphere ne gliſſeroit ou ne rouleroit point du tout, & la direction paralléle *EQ*, ſelon laquelle elle gliſſeroit ou rouleroit toujours. 2°. Que la longueur du gliſſement ou du roulement *RS*, ſe trouve encore composée de la durée ou du nombre des vibrations ou ondulations dont nous venons de parler, en raiſon directe, & du plus ou du moins de reſſort ou de la roideur des fibres de la matiere, en raiſon renverſée.

Fig. 9. Pl. 2.

Car c'eſt de toutes ces circonſtances que dépend la durée de temps que le reſſort emploie à ſe comprimer, & à ſe relever.

Dans quelques expériences que j'en ai faites avec des boules ou des veſſies pouſſées obliquement contre une table de marbre *AL*, enduite d'une couche très-mince de ſuif, ou de peinture, ou ternie ſeulement avec l'haleine, j'ai trouvé que la Réflexion s'y faiſoit très-promptement. Que la Sphere ayant rencontré le plan en *R*, par exemple, rejaillit par un angle *VKQ* ſenſiblement égal à l'angle d'Incidence *DAR* = *QAF*, & ſur une ligne *KV* parallele à *AQ*, mais en deçà de *A* vêrs *R*, enſorte que *VK* étant prolongée, coupe *DA* en un point *I*, entre *A* & le point *C* où ſe trouvoit le centre dans l'inſtant de la rencontre du plan. Que la Sphere gliſſe ou roule ſur un très-petit eſpace *RS* = *CK*, où elle laiſſe une trace un peu oblongue, & telle à peu-près que *ρσ*. Et qu'enfin, il s'en faut beaucoup que cette trace ne s'étende de *R* juſqu'en *F*; c'eſt-à-dire, qu'il n'arrive jamais, à en juger par les expériences que j'en ai faites, que la Sphere roule ou gliſſe ſur un chemin aſſez long, ni à beaucoup près tel que *RF* = *CQ*, pour que ſon centre *C* aille retrouver en *Q*, le *chemin de la Réflexion DAQ*, ſur la ligne *AQ*, ainſi qu'un grand Philoſophe * du dernier ſiécle a penſé qu'il devoit toujours arriver, fondé ſur une fauſſe raiſon d'équilibre.

* Gaſſendi *Animadv. in lib.* 10. Diog. Laert. *t.* 1. *p.* 493.

XIX. *Remarque* 4. Cette même expérience m'a donné la derniere ordonnée, avec l'abſciſſe correſpondante de la portion de courbe que doit décrire le centre de la Sphere, pendant l'action du reſſort. Autre circonſtance qui ne change rien encore à mes démonſtrations. Car en quelque lieu que ſe trouve le centre de la Sphere, & à quelque inſtant que ce ſoit, les deux puiſſances auxquelles ſe réſout ſon mouvement, agiſſent toujours ſur ce centre par des directions, dont l'une eſt parallele, & l'autre perpendiculaire au plan. Du reſte il eſt clair que le centre de la Sphere ſe meut dans une courbe, puiſque la viteſſe qu'il a parallélement au plan, eſt uniforme, & que ſa viteſſe perpendiculaire eſt variable, retardée dans la compreſſion, & accélérée dans la détente du reſſort.

Fig. 10. Soit la Sphere *E* (*Fig.* 10.) poussée contre le plan *LN*; selon la direction oblique G M *T*. Soit *D I*, le diametre du cercle ou de la trace que la même Sphere imprime sur un plan, où elle tombe perpendiculairement, d'une hauteur *GN*, telle, qu'elle ait acquis à la fin de sa chûte une quantité de mouvement égale à l'effort qu'elle fait par son choc, contre le plan *LN*, selon la direction GM*T*. *DI* sera donc aussi la longueur du petit diametre de l'Ellipse (*ρσ Fig.* 9.) ou de la largeur du milieu de la trace oblongue laissée sur *LN*, par la rencontre oblique, & *OR*, l'abaissement du centre de la Sphere au dernier instant de la compression. Si l'on retranche de la longueur de cette trace, sa largeur ou le diametre *DI*, on aura leur différence, ou la longueur du chemin parallele parcouru par le centre de la Sphere. Soit *RS* égale à ce chemin; soient aussi menées des points *R*, *S*, & du milieu de *RS*, les perpendiculaires *R*M, *SM*, *QP*, chacune égale au rayon de la Sphere. Ayant joint M*M*, & pris $PA = RO$; il est évident par la construction, que les points M, *A*, *M*, seront ceux où se trouve la Sphere au commencement, au milieu, & à la fin de l'action du ressort; & que la courbe que décrit son centre *C*, passe par ces trois points, & devient, par exemple, M*AM*. Donc si l'on imagine une infinité de tangentes M*T*, *gt*, *AH*, *gt*, *MG*, à la courbe M *A M*, la premiere M*T*, sera la direction de l'Incidence; la derniere *MG*, celle de la Réflexion; *A H*, la tendance parallele, à la fin de la compression où la puissance $x = o$; & toutes celles des points d'entre d'eux, *gt*, *gt*, &c. les tendances moyennes par où doit passer le centre de la Sphere avant que d'arriver à *MG*, & par chacune desquelles, elle s'échapperoit en effet, si l'on supprimoit subitement le plan dans cet instant (*suprà art. V. VI.*) Le concours de toutes ces directions formera donc la courbe M *A M*, dont le sommet est en *A*, les ordonnées correspondantes au premier & au dernier instant du contact *P*M, *PM*, l'abscisse $AP = RO$; & dont toutes les autres ordonnées, *pg*, *pg*, &c. étant nommées *y*, & les abscisses *Ap*, *x*, donneront les *dy* constans, & les *dx* variables; dé-

croiſſans dans les compreſſions du reſſort, croiſſans dans les reſtitutions, & toujours en raiſon directe de ces compreſſions & de ces reſtitutions.

# USAGE

## DES FORMULES PRECEDENTES,

*Et premierement de celles de l'Article XI. par rapport à la puiſſance z, pour la Réflexion des corps ſphériques, qui ont un mouvement ſur leur centre à l'inſtant du choc.*

XX. Si dans les Formules générales de l'*art. XIII.*

$$\Sigma = \frac{S \times \overline{z \pm r} \times y}{z\sqrt{yy \pm 2px + pp \pm 2rz + rr}}.$$

$$pp \pm 2xp + \overline{1 - \frac{SS}{\Sigma\Sigma} \mp \frac{2SSr}{\Sigma\Sigma z} - \frac{SSrr}{\Sigma\Sigma zz}} \times yy = 0. \atop {\pm 2rz \atop - rr}$$

$$rr \pm 2zr + \frac{zzyy \times \overline{\Sigma\Sigma - SS}}{\Sigma\Sigma zz - SSyy} = 0$$

$$+ \frac{\Sigma\Sigma zz \times \overline{pp \pm 2xp}}{\Sigma\Sigma zz - SSyy}$$

Si dans ces Formules, dis-je, on ſuppoſe 1°. $r = 0$, on aura,

$$\Sigma = \frac{Sy}{\sqrt{yy \pm 2px + pp}}.$$

$$\& \quad pp \pm xp - yy \times \overline{1 - \frac{SS}{\Sigma\Sigma}} = 0$$

qui ne ſont autre choſe que les deux Formules de l'*Art. XI.*

pour les changemens de la puiſſance $x$, lorſque $z$ demeure la même après le choc, qu'avant le choc.

2°. Si l'on ſuppoſe $p = o$, on aura,

$$\Sigma = \frac{S \times \overline{z \pm r} \times y}{z\sqrt{yy \pm 2rz + rr}},$$

$$\& \; rr \pm 2zr + \frac{zzyy \times \overline{\Sigma\Sigma - SS}}{\Sigma\Sigma zz - SSyy} = o$$

pour les changemens de la puiſſance $z$, lorſque $x$ demeure la même en ſens contraire, qu'avant le choc.

3°. Enfin ſi l'on ſuppoſe $r = o$ & $p = o$, la premiere des deux Equations devient $\Sigma = S$, & la ſeconde s'évanouit. Ce qui eſt le cas de l'égalité des angles, réſultant de l'égalité des forces avant & après le choc.

Le premier cas, ou les différentes valeurs de la puiſſance $x$ avant ou après le choc, ou pendant le choc, $r$ étant $= o$, ont déja fait le ſujet des *articles V. VI. IX. X.* & *XI.* & ſeront encore traitées dans la ſeconde partie de ce Mémoire, dans laquelle je me propoſe d'expliquer les principaux Phénomenes de la Réfraction.

Le troiſiéme cas ne ſouffre aucune difficulté après la démonſtration de l'*article VII.*

Je m'arrêterai donc au ſecond cas. Mais il a été remarqué (*art. XIV.*) que dans ces occaſions il vient des formules plus ſimples & plus commodes par la méthode de l'*art. XII.* ſavoir, $\Sigma = \frac{Sy}{\sqrt{yy \pm 2rz + rr}}$, & $rr \pm 2zr + yy \times \overline{1 - \frac{SS}{\Sigma\Sigma}} = o$, au lieu de celle qui ſe trouve en faiſant $p = o$ dans la Formule générale, comme on vient de voir ci-deſſus; c'eſt pourquoi je vais m'en ſervir, & examiner par ſon moyen, ce qui doit arriver à la Réflexion d'une Sphere, par le changement de la force ou viteſſe horiſontale $z$.

XXI. On a déja obſervé qu'il faut quelque choſe de plus

que le ressort & le choc, pour faire changer $z$ de valeur pendant le choc, ou après le choc. Entre plusieurs circonstances capables de produire ce changement, un pirouëtement de la Sphere autour de son centre, dans l'instant du choc, & la résistance du frottement du plan, m'y paroissent assez propres. Les jeux du Mail, du Billard, & sur-tout le jeu de la Paume dans ce que l'on appelle *Balles coupées*, en fournissent plusieurs exemples sensibles; & tel étoit à peu-près le mouvement que M. *Descartes* attribuoit aux globules de la lumiere pour expliquer les couleurs. Voici la maniere dont je conçois que se fait la Réflexion dans ces sortes de cas.

Soit comme dans les articles précédens, une Sphere $F$, (*Fig.* 6.) poussée contre le plan $AL$, selon la direction $DCY$, avec cette différence, qu'outre le mouvement droit $DY$, elle ait encore, en venant heurter le plan, un mouvement circulaire de $T$ vers $K$, par exemple, & dont la vitesse soit telle que chacun des points du grand cercle $TKXH$, parcoure un arc $s$, que je suppose $= Vv = \Sigma\zeta$, dans le temps que le seul mouvement parallele, qui compose l'oblique $CY$, ou la puissance $z$, fait parcourir au centre $C$, un espace $= CZ$. Il n'est question ici, comme on voit, que d'un plan & d'une Sphere Physiques, & capables de frottement au point de contact $X$. Fig. 6,

Cela posé, il est clair qu'à l'instant de la rencontre du plan, l'extrémité $C$, du rayon ou levier $CX$, sera poussée selon la ligne $CZ$, parallele au plan, par deux puissances, savoir par la puissance $z$, & par celle qui fait parcourir à un point quelconque du cercle $TKXH$, l'arc $s = (hyp.)\ Z\zeta$, laquelle puissance j'appellerai $r$. Car la tendance de $C$ vers $Z$, en conséquence du point d'appui ou de l'extrémité du levier arrêtée en $X$, est la même que celle d'un point quelconque $T$, autour du centre $C$, lorsque la Sphere tourne librement. Ainsi la puissance $z$ étant égalée à $CZ$, & l'augmentation $r$ à $Z\zeta$, la somme des deux sera $C\zeta$, & leur effort commun fera tendre le point $C$, à parcourir $C\zeta$, dans le temps que la puissance $x$, tend à lui faire parcourir $CX$. Au contraire, si

le mouvément circulaire avoit été de $T$ vers $H$, la puiſſance $z$ ſeroit plus petite après le choc qu'avant le choc, & par des raiſons toutes ſemblables.

## COROLLAIRES.

XXII. *Corol.* 8. Il ſuit des principes établis ci-deſſus, que ſi la puiſſance $z$ égale auparavant à $CZ$, devient dans l'inſtant du choc $= CZ + Z\zeta$, le parallélogramme $CXYZ$, formé en vertu du ſeul mouvement $CY$, comme il a été expliqué *art. II.* ſe doit changer en $CXi\zeta$, pour le premier inſtant du choc, & $CZVT$, en $C\zeta\upsilon T = CXi\zeta$, (*art. VII.*) pour le dernier inſtant du choc, ou de la reſtitution du reſſort, & partant, la Réflexion ne ſauroit plus ſe faire ſur la ligne $CV$, diagonale de $CZVT = CXYZ$, mais par $C\upsilon$, diagonale du parallélogramme $C\zeta\upsilon T$, & avec une force égale à $C\upsilon$, compoſée des puiſſances $x$, & $z + r$, dont les directions ſe coupent à angles droits.

XXIII. *Corol.* 9. L'angle de Réflexion $\zeta C\upsilon$, diminuera donc toujours à meſure que $r$ croîtra, & dans le cas de $r = \infty$, ſera nul, & la ligne $C\upsilon$ ſe confondra avec la parallele $C\zeta$.

XXIV. *Corol.* 10. La puiſſance horiſontale $z$, avant le choc, étant égalée à $z + r$, après le choc, donne (*art. XIII. & XX.*) l'Equation du ſecond degré, $rr + 2zr + yy \times \overline{1 - \frac{SS}{\Sigma\Sigma}} + 0$, pour la valeur de $r$, ſuppoſée inconnue, & tout le reſte connu. On aura donc,

$$r = -z + \sqrt{zz - yy \times \overline{1 - \frac{SS}{\Sigma\Sigma}}},$$

$$\& \; r = -z - \sqrt{zz - yy \times \overline{1 - \frac{SS}{\Sigma\Sigma}}}.$$

Mais pourquoi l'augmentation $r$, qui paroît devoir être d'une valeur unique, dans la ſuppoſition de la puiſſance parallele

rallele égale après le choc à $z+r$, devient-elle ici de deux valeurs différentes?

Pour en voir la raison, remarquez que l'origine des $r$ est en $Z$, & que les valeurs positives vont vers $\zeta$, & les négatives vers $C$. La premiére racine, $-z+\sqrt{zz-yy\times 1-\frac{ss}{\Sigma\Sigma}}$ multipliée par $\sqrt{xx}$, donne deux rectangles, l'un négatif, $VZCT=-z\times\sqrt{xx}$, & l'autre positif, $TC\zeta\upsilon=\sqrt{zz-yy\times 1-\frac{ss}{\Sigma\Sigma}}\times\sqrt{xx}$; d'où résulte le positif $VZ\zeta\upsilon$. Or celui-ci étant ajoûté à $TCZV$, lequel y étoit déja indépendemment de $r$, & par la seule composition du mouvement oblique de la Sphere, donne le total $TC\zeta\upsilon$, qui détermine la force entiere après le choc, & la direction $C\upsilon$, en conséquence de la puissance parallele $=CZ+Z\zeta$. Mais parce qu'un point de la Sphere tel que $T$, ne sauroit se mouvoir vers $V$, sans que son opposé $X$ arrêté en $X$, ne tende à se mouvoir vers $O$, il doit y avoir dans l'équation de $r$, qui produit cette tendance, une seconde racine pour l'exprimer, & c'est celle qui est ci-dessus, $r=-z-\sqrt{zz-yy\times 1-\frac{ss}{\Sigma\Sigma}yy}$. Laquelle étant multipliée de même par $\sqrt{xx}$, donne le parallélogramme $ZY\omega\sigma$, dont la partie $CX\omega\sigma$ qui est en deçà de $TX$, est égale à $TC\zeta\upsilon$, & redonne la même direction $C\omega$, qui n'est que $\upsilon C$ prolongée; mais pour une tendance en sens contraire. Car il est évident que le ressort ne peut pousser le centre de gravité $C$, vers $\upsilon$, sans qu'il ne pousse en sens contraire, & autant, le point qui lui sert d'appui.

XXV. *Corol.* II. Les deux racines de l'augmentation de la puissance $z$, donnent toujours les deux côtés inégaux, $Z\zeta$, & $Z\sigma$, des rectangles qui sont de part & d'autre par rapport au point $Z$, vers $\zeta$, & vers $C$; & les deux racines du quarré $xx$ de la puissance perpendiculaire, savoir $+x$

avant le choc ou au premier instant du choc, & $-x$ après le choc, donnent les deux côtés égaux de ces mêmes rectangles, au-dessous du point $C$ vers $X$, & au dessus, vers $T$. Mais les deux valeurs de $r$, donnent toujours, comme on vient de voir dans l'article précédent, des lignes égales de part & d'autre du point $C$, savoir $\pm\sqrt{zz - yy \times \overline{1 - \frac{SS}{\Sigma\Sigma}}}$, & de même les deux racines de $xx$, au-dessus & au-dessous de $C$: donc il y aura toujours quatre parallélogrammes égaux autour du point $C$, savoir deux, qui sont $CXi\zeta$, $CT\pi\sigma$, pour les diagonales qui représentent les tendances opposées du centre de gravité $C$, au premier instant du choc, & deux $C\zeta\upsilon T$, $CX\omega\sigma$, pour les diagonales qui représentent les tendances opposées de ce centre, au dernier instant du choc. Ce qui doit être appliqué à tous les cas de Réflexions possibles, dans quelque hypothese que ce soit des valeurs de la vitesse parallele, & de la vitesse perpendiculaire. Ainsi je ne répéterai point cette observation.

XXVI. *Corol.* 12. On voit dans la même équation, $rr + 2zr + yy \times \overline{1 - \frac{SS}{\Sigma\Sigma}} = 0$, que son dernier terme $yy \times \overline{1 - \frac{SS}{\Sigma\Sigma}}$, doit toujours être négatif, puisque par *hyp.* & *corol.* 2. $S$ est plus grand que $\Sigma$, & qu'il n'y a que le cas où le mouvement de rotation $r$, seroit infiniment petit ou nul, dans lequel ce dernier terme s'évanoüiroit, à cause de $S = \Sigma$ (*art. XX. troisiéme cas*) & de $\overline{1 - \frac{SS}{\Sigma\Sigma}} = 0$. La résolution donneroit donc alors pour la premiére racine, $r = -z + \sqrt{zz} = 0$, qui est le cas du mouvement droit sans mélange de rotation, ou de tel autre accident semblable, qui puisse changer la valeur de la force dont la direction est parallele au plan. Mais la seconde racine, savoir $r = -z - \sqrt{zz} = -2z$, étant multipliée par $\sqrt{xx}$, produiroit des rectangles en deçà de $ZY$, vers $\sigma\omega$, doubles de $CXYZ$, ou

de *CTVZ*, dont la moitié en deçà de *CT* auroit des diagonales qui se confondroient avec les directions *CY*, *CV*, par les raisons du *Corol.* 10. *art XXIV*.

XXVII. *Corol.* 13. Si l'on fait présentement la force ou vitesse horisontale égale à $z - r$, ce qu'on peut imaginer, si l'on veut, par un pirouettement de la Sphere de *T* vers *H*, il est clair (*art. XX.*) qu'on aura, $\Sigma = \frac{sy}{\sqrt{yy - 2zr + rr}}$

& $rr - 2zr + yy \times \overline{1 - \frac{SS}{\Sigma\Sigma}} = 0$, dont les racines sont

$r = z + \sqrt{zz - yy \times \overline{1 - \frac{SS}{\Sigma\Sigma}}}$ & $r = z -$

$- \sqrt{zz - yy \times \overline{1 - \frac{SS}{\Sigma\Sigma}}}$, & que l'angle de Réflexion sera plus grand que l'angle d'Incidence.

D'où il suit, 1°. Que le dernier terme $yy \times \overline{1 - \frac{SS}{\Sigma\Sigma}}$, sera positif toutes les fois que $\Sigma > S$.

2.° Que si $r < z$, le rectangle *CXYZ*, se changera, par exemple, en *CXIz*, & *CZVT*, en *CzuT*, & la Réflexion *Cu*, se fera entre la perpendiculaire *TC*, & la ligne de Réflexion *CV*, du mouvement purement droit.

3.° Que si $r = z$, les rectangles *CXYZ*, *CZVT*, se confondront dans les lignes *CX*, *CT*; que la Réflexion tombe sur la même *CT*, que la valeur de $\Sigma$, est égale au sinus total, & que la formule se change en $\Sigma = \frac{sy}{x} =$

$= \frac{S\sqrt{xx + zz}}{\sqrt{xx}}$.

4.° Que si $r > z$, les rectangles *CXYZ*, *CTVZ*, passent de l'autre côté de *TX*, se changent en *CXOS*, *CTPS*, ou $CX\omega\sigma$, $CT\pi\sigma$; la Sphere rétrogradera, & la ligne de Réflexion, dans le cas de $r < 2z$, sera *CP*, par exemple, entre la perpendiculaire *CT*, & la ligne d'Incidence *DC*: dans le cas de $r = 2z$, ce sera la ligne d'Incidence même:

& enfin dans le cas de $r > 2z$ la ligne de Réflexion tombera entre la ligne d'Incidence *DC*, & $C\sigma$, & le dernier terme de l'équation $- yy \times \overline{1 + \frac{SS}{\Sigma\Sigma}}$, deviendra négatif, &c.

Fig. 11.

XXVIII. *Corol.* 14. De tout ce qui vient d'être démontré, il ſuit que la différente quantité de mouvement rectiligne d'une ou de pluſieurs Spheres, ne change rien à leur Réflexion, pourvû que ce mouvement ſoit le même après le choc qu'avant le choc, & que ſi leurs angles d'Incidence ſont égaux, & leurs directions paralleles, leurs angles de Réflexion ſeront auſſi égaux, & leurs directions paralleles, après le choc comme avant le choc.

Et au contraire il ſuit des mêmes principes & des mêmes démonſtrations, que ſi pluſieurs Spheres *A*, *B*, *C*, *D*, &c. viennent à rencontrer un plan Phyſique *LN*, (*Fig.* 11.) ſelon des directions paralleles *AE*, *BF*, *CG*, *DH*, &c. avec différens degrés de mouvement circulaire ſur leur centre, elles doivent ſe réfléchir d'une maniere toute différente *AEa*, *BFb*, *CGc*, *DHd*, &c. & par conſéquent que ſi la lumiere conſiſtoit en des globules qui euſſent différens degrés de mouvement ſur leur centre en divers ſens, & que ces différens degrés de mouvement ſur le centre fuſſent la cauſe des différentes couleurs, on appercevroit, dans la lumiere, différens degrès de *Réflexibilité**, comme on y apperçoit différens degrés de *Réfrangibilité.* Un rayon ſenſible du Soleil, qui tomberoit obliquement, ou même perpendiculairement ſur un miroir plan, deviendroit divergent à ſa rencontre, en forme de cone renverſé dont le ſommet ſeroit ſur le point d'Incidence : & lorſqu'on recevroit ce rayon ainſi réfléchi ſur un carton blanc perpendiculaire à l'axe du cone, il y peindroit l'image du Soleil & les couleurs primitives, par des zones ou anneaux concentriques plus ou moins écartés du centre & de l'axe, ſelon que le pirouettement propre à chaque couleur ſeroit plus ou moins fort par rapport aux autres. Et ſi au lieu de

* *J'entends par ce terme une diverſité dans les angles de Réflexion, & non pas une plus grande ou une moindre facilité à ſe réfléchir.*

ſuppoſer le pirouettement des globules en divers ſens, on les faiſoit tous tourner vers un même côté de l'univers, par exemple d'Orient en Occident, le rayon réfléchi donneroit une image du Soleil oblongue & colorée ſemblable à celle qui ſe fait à travers le priſme; qui ſont tous effets contraires à l'expérience.

Je ferai voir dans la ſeconde partie de ces recherches, & par les mêmes principes, que le différent degré de Réfrangibilité qui réſulteroit du pirouettement des globules, n'eſt pas moins incompatible avec les phénomenes de la lumiere dans la Réfraction, que le différent degré de *Réflexibilité* l'eſt avec ceux de la Réflexion: tandis que le différent degré de viteſſe rectiligne peut ſatisfaire également & à l'uniformité de la Réflexion, à laquelle il ne change rien, & à la diverſité de la Réfraction, dont il peut être l'unique cauſe; ainſi que je l'ai expliqué dans un autre ouvrage *, en donnant un précis du Syſteme de M. *Newton* ſur la Lumiere.

* Diſſert. ſur la cauſe de la lumiere des Phoſphores & des Noctiluques, p. 51.

*De la Réflexion de Polyedres.*

XXIX. La Réflexion des Polyedres & des corps irréguliers eſt ſi compliquée, que ſi l'on vouloit la traiter en détail, elle demanderoit ſeule plus d'étendue que je ne prétends en donner à tout ce Mémoire. Le nombre de ces corps différens eſt infini, auſſi-bien que celui de toutes les manieres différentes dont chacun en particulier peut être réfléchi, ſelon la poſition de ſes parties par rapport au plan réfléchiſſant. Ce détail eſt donc en quelque façon impoſſible; mais de plus je le juge unutile; ſur-tout après ce qui vient d'être dit de la Réflexion des corps ſphériques, & le peu que je vais ajoûter ici ſur la Réflexion des corps de toute autre figure. C'eſt, ſi je ne me trompe, une de ces matieres qu'on peut ſe diſpenſer d'approfondir au de-là du beſoin, & de l'application préſente, & qu'on a preſque toujours moins de peine à développer ſoi-même avec les premiers principes, qu'à entendre par les explications d'autrui.

Soit un Polyedre quelconque *XCDE* (*Fig.* 12.) pouſſé Fig. 12.

contre un plan inébranlable *AL*, ſelon la direction *RY*, qui paſſe par ſon centre de gravité *G*, & va rencontrer le plan en *Y* au de-là du point de contact *X*, vers *A*. Soit du centre de gravité *G*, menée la ligne *GX*, qui joint ce centre avec le point du contact *X*, où un angle du Polyedre rencontre le plan *AL*, enſorte que les points *G*, *X*, *Y*, ſont dans un plan qui lui eſt perpendiculaire, & dont la ligne *AYXL* eſt la commune ſection. Je ſuppoſe auſſi que le plan *AL* ſoit aſſez raboteux pour que le Polyedre ne gliſſe pas ſur le point *X*.

Cela poſé, il eſt évident, 1.° Que le centre de gravité *G*, n'eſt pas à une égale diſtance de tous les points de la ſurface du Polyedre : cette proprieté n'appartient qu'à la Sphere. 2.° Que la ligne qui joint ce centre avec le ſommet de l'angle *X*, ne ſauroit ſe trouver que par hazard perpendiculaire au plan *AL*, dans l'inſtant du choc, & que quand même elle ſe trouveroit telle, elle auroit le temps de changer de ſituation, & de tourner ſur *X*, pendant l'action du reſſort. D'où il ſuit, que les puiſſances *x*, *z*, auxquelles il faut imaginer que ſe réſout la force totale *y*, qui agiſſoit ſelon *RY*, au premier inſtant du choc, changeront de direction dans tous les inſtans ſuivans de la durée de la compreſſion & de la reſtitution du reſſort, non entr'elles, mais à l'égard du plan *AL*. Car la ligne *GX*, ne peut pendant ce temps-là que tourner ſur le point *X*, comme centre, & décrire par ſon extremité *G*, un arc de cercle *Gg*, plus ou moins grand, ſelon le temps que le reſſort emploie à ſe comprimer & à ſe redreſſer. C'eſt pourquoi la puiſſance *x*, ou l'action du reſſort qui ſe fait toujours ſur *GX*, doit changer continuellement de direction par rapport au plan *AL*, en ſuivant ſucceſſivement toutes les poſitions du rayon de *GX* vers *gX* : & comme la puiſſance *z* eſt toujours appliquée perpendiculairement à *GX*, les directions de celle-ci varieront auſſi de même par rapport au plan réfléchiſſant, en ſuivant ſucceſſivement toutes les tangentes de l'arc *Gg*. Donc dans le dernier inſtant de l'action du reſſort, lorſqu'il eſt prêt à détacher le mobile du plan *AL*, ſi ce mobile ſe trouve, par exemple, en *Xcde*, & ſon centre de gravité

en $g$, la puiſſance $x$ étant ſuppoſée $=gT$, & la puiſſance $z=gF$, il eſt évident que le Polyedre ſe réfléchira par la diagonale $gV$, & ſuivra $gK$, qui n'eſt que cette diagonale prolongée, avec une force égale à $gV$; & $gK$ fera avec $AL$, un angle plus ou moins grand, ſelon la ſituation où ſe trouvera $gX$, dans le dernier inſtant de l'exploſion du reſſort.

Si pendant la durée de l'action du reſſort, le Polyedre avoit le temps d'appliquer ſon autre côté ou face $XE$, ſur le plan $AL$, & de tourner encore ſur le ſommet de l'angle $E$, comme la Figure le repreſente en $\varepsilon\xi\varkappa\delta$, il ſe réfléchiroit ſelon la même loi par $\gamma\upsilon$, diagonale du parallélogramme rectangle $\gamma\varphi\upsilon\tau$, où $\gamma\tau$ repréſente la puiſſance $x$, & $\gamma\varphi$, la puiſſance $z$. Mais il faut prendre garde que les fibres $\varepsilon\gamma$ de l'angle $\xi\varepsilon\delta$ ou $XED$, n'étant pas les mêmes que celles qui ont été comprimées au commencement du choc, ſavoir $\gamma\xi$ ou $GX$, de l'angle $CXE$, ni leurs contiguës, comme dans les cas de l'*art.* XVII. & pouvant même être fort différentes en longueur, en nombre, en poſition, & en degré de force, ſelon que le Polyedre eſt plus ou moins irrégulier, que ſon reſſort eſt plus vif, & qu'il s'en eſt perdu davantage en $GX$, les puiſſances $x$, & $z$, ne ſauroient plus que par hazard avoir la même raiſon entr'elles, qu'elles auroient eu dans le cas où le Polyedre ſe ſeroit réfléchi de $Xcde$.

XXX. Les mêmes raiſonnemens ont lieu, ſoit que $X$ ou $\varepsilon$ repréſentent un angle ſolide, ou un angle de deux plans, ou un point de quelqu'une des ſurfaces du Polyedre, qui ſe trouveroit appliquée ſur le plan $AL$ dans le moment de la Réflexion; comme on voit *Fig.* 13. Il faut ſeulement remarquer que dans ce cas, la ligne $\gamma X$, menée du centre de gravité $\gamma$, au contact, doit toujours être perpendiculaire au plan réfléchiſſant, & à la ſurface $\delta\varepsilon$, qui lui eſt appliquée. Car il eſt évident que c'eſt ſelon la ligne $X\gamma$, que le reſſort agit pour repouſſer le point $\gamma$, lequel on doit imaginer comme ſurchargé de l'impreſſion qui eſt faite ſur tous les autres, & comme déterminant ſeul tout le corps $\delta\varepsilon\xi\varkappa$ à ſuivre la direction $\gamma\upsilon$, par exemple, réſultante du concours de celles des deux puiſſances $x$, & $z$, &c. Fig. 13.

De-là, & des articles précédens, on peut tirer cette *Regle générale.*

## REGLE GE'NE'RALE.

XXXI. *Tout corps, ſoit régulier ou irrégulier, qui eſt pouſſé contre un plan, ſelon une direction, & avec une quantité du mouvement quelconque; ſoit qu'il rencontre le plan par un de ſes angles ſolides, ou par un angle de deux plans, ou par un de ſes ſurfaces; ſoit qu'il tourne, ou qu'il gliſſe après le choc, ſur un plan ou pluſieurs de ſes angles, ſur une ou pluſieurs de ſes ſurfaces, doit ſe réfléchir ſur la diagonale d'un parallélogramme rectangle formé par deux lignes qui concourent au centre de gravité, & qui ſont entr'elles comme la force x, du reſſort dans le dernier inſtant du choc, & la puiſſance z.*

*La premiére de ces lignes doit être priſe du centre de gravité ſur le prolongement de la ligne qui joint ce centre avec le point du contact, & qui fait un angle quelconque avec le plan, ſi c'eſt ſeulement par le ſommet d'un de ſes angles que le Polyedre le touche: mais elle doit être perpendiculaire au plan, ſi le Polyedre y applique une de ſes ſurfaces.*

*La ſeconde doit être menée du centre de gravité perpendiculairement à la précédente. L'angle de Réflexion ſera égal à celui de la diagonale de ce rectangle avec le plan réfléchiſſant; & la force ou viteſſe du mobile dans ſa Réflexion ſera à la force ou viteſſe qu'il avoit dans ſon Incidence, comme la diagonale précedente eſt à la diagonale d'un parallélogramme rectangle décrit ſelon les mêmes regles, & par rapport aux circonſtances du cas donné, pour le premier inſtant du choc.*

XXXII. *Corol.* 15. *Il n'y a que les corps ſphériques qui puiſſent ſe réfléchir toujours uniformément ou par un angle égal à l'angle d'Incidence, quelle que ſoit leur poſition, la direction de leur mouvement à la rencontre du plan, & la durée de l'action de leur reſſort, lorſque ce reſſort leur redonne après le choc, la même viteſſe, en ſens contraire, qu'ils avoient avant le choc.*

Car

Car il faut pour cela que les deux puiſſances auxquelles ſe réſout la force totale du mobile, & dont les directions font toujours entre elles un angle droit, (*art. II.*) conſervent encore toujours avec le plan réfléchiſſant, une même direction, dans tous les inſtans du choc, & dans toutes les poſitions du mobile (*art. VII.*) Or il eſt aiſé de voir que ce n'eſt que dans les corps ſphériques qu'on peut trouver cette proprieté; parce que la ligne qui joint leur centre de gravité avec le point de contact ſur le plan, ſelon laquelle agit toujours le reſſort ou la puiſſance $x$, ne peut jamais qu'être perpendiculaire au plan.

XXXIII. *Corol.* 16. La converſe de cette propoſition ſera vraie auſſi, & *tout corps qui ſe réfléchira conſtamment par un angle égal à l'angle d'Incidence, devra être ſphérique.*

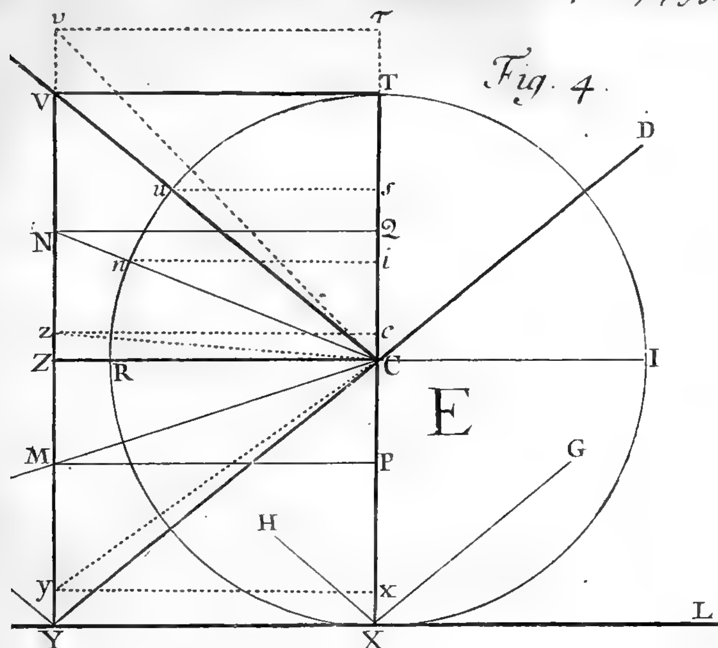
XXXIV. *Remarque* 5. On voit par-là ce qu'on peut penſer des démonſtrations de l'égalité des angles de Réflexion & d'incidence, à l'égard de la lumiere, fondées ſur des hypothéſes de corpuſcules lumineux de figure non ſphérique; tels que ſeroient, par exemple, de petits Priſmes, des Cylindres *, des Polyedres, &c. La propriété des Sphéres, jointe aux conjectures que la Phyſique nous fournit là-deſſus, me perſuade donc entiérement que le corps qui fait le ſujet de la lumiere, conſiſte en de véritables globules, comme on a coûtume de l'imaginer. Cette induction doit avoir lieu ſur-tout dans le Syſtême de l'*émiſſion* des corpuſcules, & n'eſt pas abſolument ſans force à l'égard de celui des *preſſions*. Car il n'importe que le ſentiment de la lumiere, ou l'ébranlement de l'organe, ſe faſſe par le choc immédiat des parties qui viennent du corps lumineux juſqu'à nous, ou par les ſecouſſes & les vibrations que le corps lumineux communique à quelque fluide qui eſt entre lui & nous; je dirai toujours des parties de ce fluide ce que je dirois des parties du corps lumineux même. Etre réfléchi ſelon une certaine direction, ou tendre ſeulement & faire effort vers un certain côté, c'eſt ici une ſeule & même choſe : les loix de la tendance des corps ſont les mêmes que celles de leur mouvement & de leur tranſport

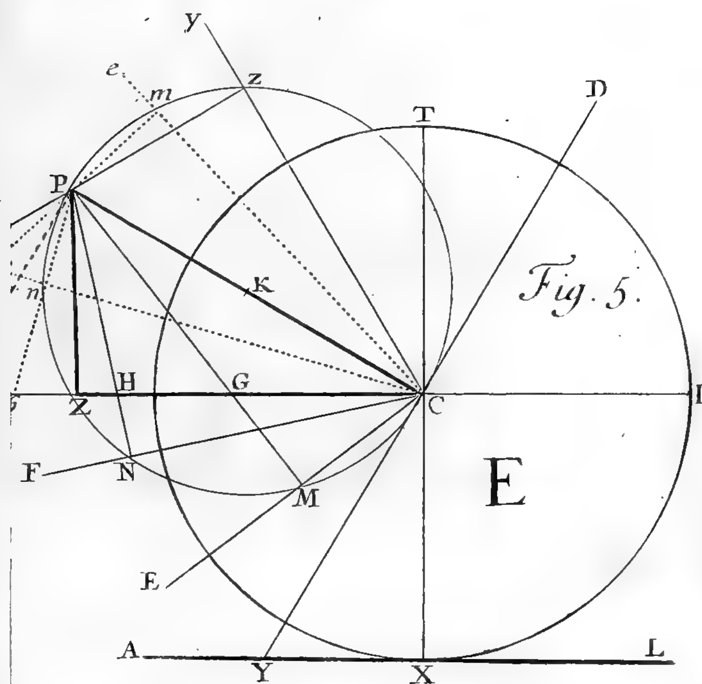
* *V.* Is. Barr. *Lect. Opt.* & *Géom. Lect.* 1. *n°.* 7. 11. & *Lect.* 2. *n°.* 1. 2. 3.

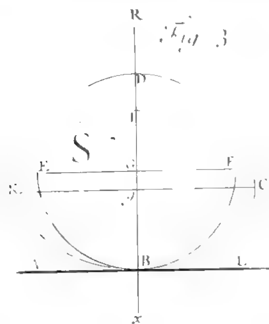
actuel, & la Réflexion d'une portion ſenſible d'un fluide, n'eſt que la ſomme des Réflexions des parties qui compoſent la portion réfléchie. Je ſuppoſerai cependant ici, pour répondre à une difficulté qu'on peut faire contre la Réflexion uniforme de la lumiere, & pour rendre la choſe plus ſenſible, un mouvement actuel des globules lumineux dans la ligne de leur direction. Que ſert, dira-t-on, la figure ſphérique des corpuſcules de lumiere, les plans ſur leſquels nous voyons qu'elle ſe réfléchit, ne ſont rien moins que polis à ſon égard? J'avoue que les plans les plus polis en apparence, ne ſont réellement, & à l'égard des globules de la lumiere, qu'un tiſſu de rugoſités, & d'enfoncemens très-capables de les détourner d'une Réflexion uniforme. Mais que ſera-ce, ſi avec les irrégularités du plan, on admet encore celle des corpuſcules de la lumiere? Un rayon ſe diſſipera preſque entiérement à la rencontre de la ſurface d'un miroir, & ce ne ſera que par hazard, & dans une poſition du miroir, plutôt que dans un autre, qu'il s'en réfléchira uniformement une très-petite partie. L'expérience nous montre cependant le contraire; c'eſt la plus grande partie du rayon qui ſe réfléchit, ſelon la loi de l'égalité des angles. Le fait eſt auſſi certain, que la vérité géométrique de la proprieté des Sphéres eſt évidente.

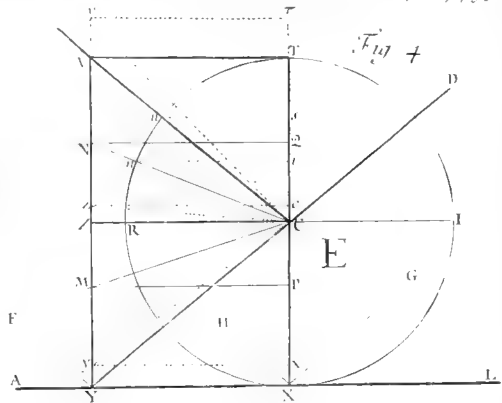
Auſſi y a-t-il lieu de penſer que la Réflexion de la lumiere ne ſe fait point par le contact immédiat des particules ſolides des corps qu'elle frappe, mais un peu avant que de les toucher, & par la rencontre d'un fluide ſubtil répandu dans leurs pores, & ſur la ſuperficie groſſiere & palpable qu'ils préſentent aux ſens. Pluſieurs expériences * le confirment, comme elles font voir auſſi que les corps les plus ſolides ne contiennent qu'une très-petite quantité de matiere propre en comparaiſon des intervalles qui en ſéparent les parties, & du fluide qui remplit ces intervalles. Si cela eſt, voilà la figure ſphérique qui reprend tous ſes avantages. Car ce fluide ſubtil qui remplit les interſtices des corps, qui ſe répand ſur leur ſurface extérieure comme une petite Atmoſphére, & qui en remplit les vuides & les fiſſures, comme une eſpéce de vernis

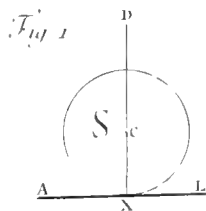
** On peut mettre de ce nombre, celles qu'on en trouve dans l'Optique de M. Newton, quoique cet illuſtre auteur explique par leur moyen la Réflexion de la lumiere un peu différemment de ce que je donne ici.*

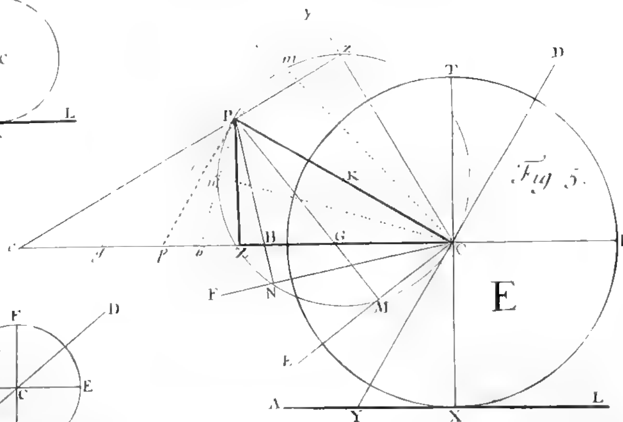

Fig. 4.
v
τ
T
V
D
u
s
N
Q
n
i
z
c
Z
R
C
I
E
M
P
G
H
y
x
Y
X
L

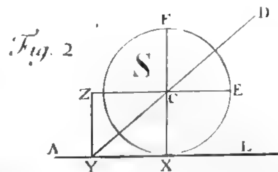

y
e
m
z
D
T
P
K
Fig. 5.
n
H
G
Z
C
I
F
N
M
E
E
A
Y
X
L


Fig. 3
R
D
S
E
F
K
C
A
B
L
x

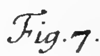

Fig. 4
T
D
V
C
I
R
E
G
M
P
H
F
A
Y
X
L


Fig. 1
D
S
C
A
L
X


y
z
m
D
T
P
K
Fig. 5
B
G
C
I
Z
F
N
M
E
A
Y
X
L


Fig. 2
F
D
S
Z
C
E
A
L
Y
X


6.


Fig. 7.

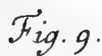

Fig. 9.

Fig 6

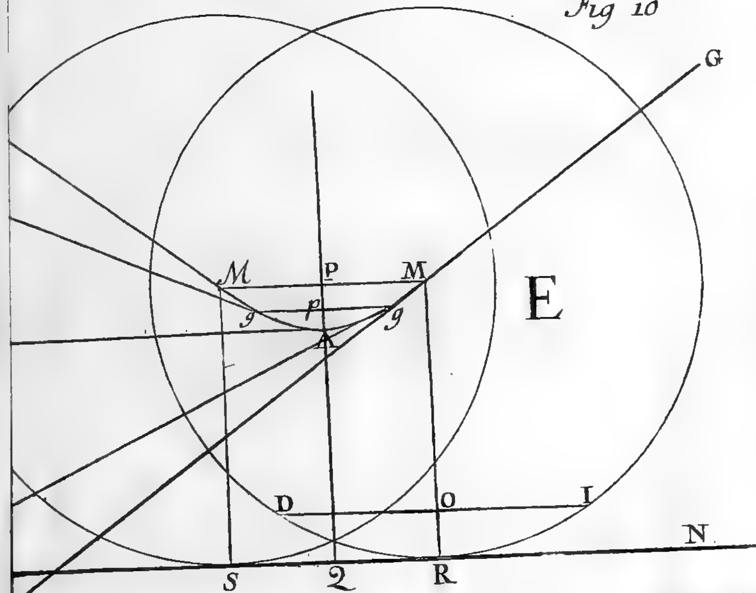
Fig 7

Fig 9

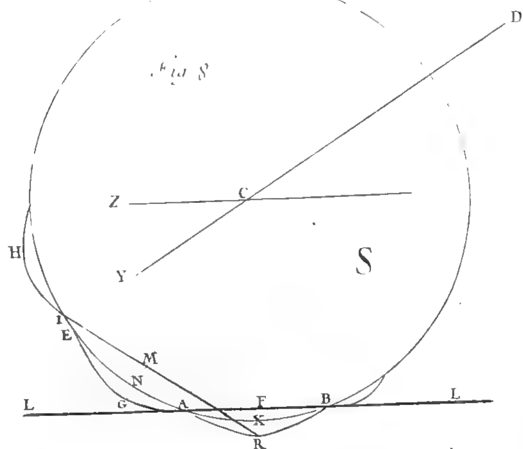
Fig. 8.

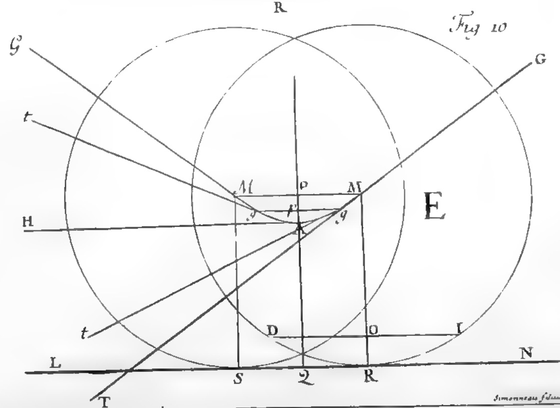
D Z C Y S M N G A F X R B L

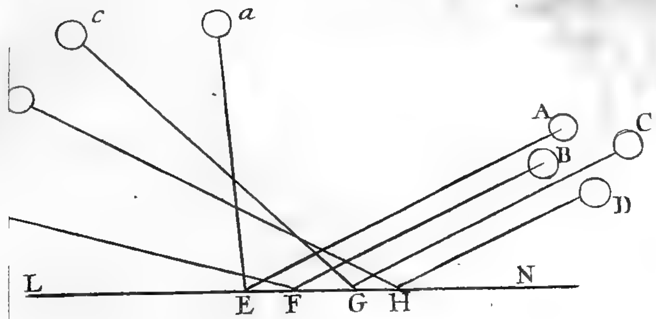
Fig 10

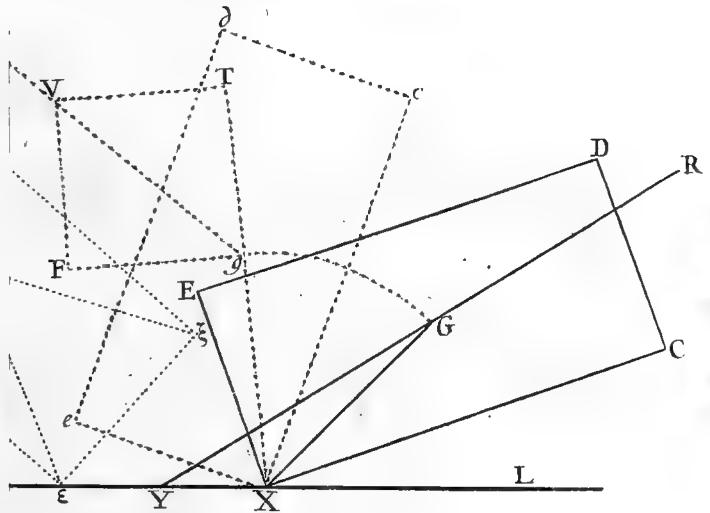



Simonneau filius Sculp.


Fig. 8
D
Z
C
H
Y
S
I
E
M
N
L
G
A
F
B
L
X
R


Fig. 10
G
G
t
M
P
M
H
p
q
A
E
t
D
O
I
L
N
S
Q
R
T
Simonneau filius sculp.



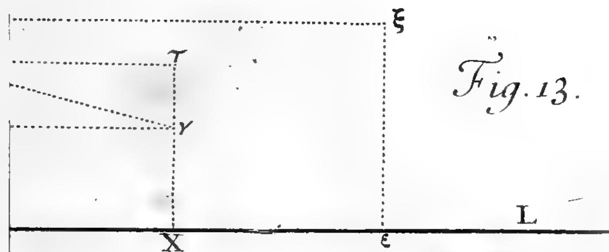
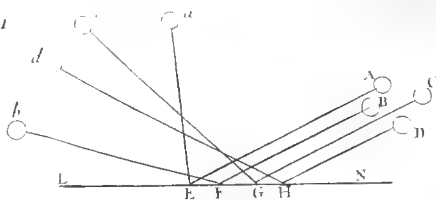
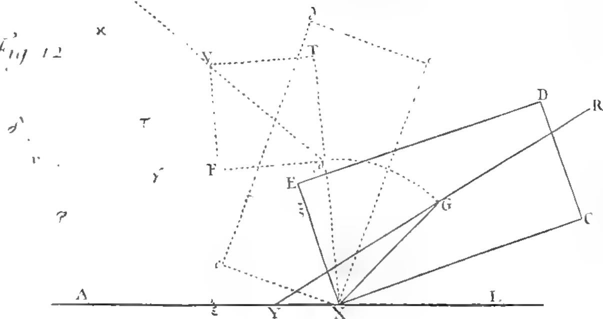
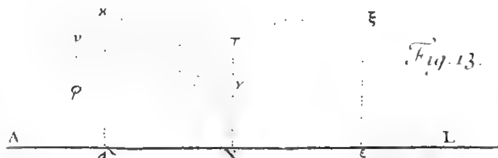




Fig. 13.

Simonneau filius Sculp.




Simonneau filius Sculp

délié, doit présenter à la lumiere des plans infiniment plus unis que la surface propre du solide, & réfléchir uniformement une infinité de globules que les inégalités de cette surface n'auroient fait que dissiper çà & là. Quoiqu'il en soit, il est à présumer, que si la seule sphéricité des corpuscules lumineux ne suffit pas pour produire cette uniformité de Réflexion qu'on remarque dans la lumiere, elle doit être du moins un des moyens que la nature y emploie.

---

# *OBSERVATION*

## *Sur la rupture des Tendons qui s'insérent au Talon, que l'on nomme* Tendons d'Achille.

### Par M. PETIT.

QU'UNE balle de mousquet, que la chûte d'une pierre, ou qu'un autre corps dur & pesant, rompe les tendons d'Achille, on ne s'en étonnera pas : mais qu'un effort seul puisse les rompre, c'est ce qui m'auroit paru impossible, & que j'aurois peine à croire, si je n'en avois été convaincu, avec plusieurs de mes confreres, qui en ont été témoins. 15. Avril 1722.

Le 22. du mois de Fevrier dernier, le nommé *Cochoix*, l'un des plus habiles sauteurs de la Foire S. Germain, dans un saut qu'il fit à pieds joints, sur une table élevée de trois pieds & demi, se rompit les deux tendons d'Achille, sans se faire aucune plaie extérieure. Cette rupture se fit de maniere que les muscles du gras de la jambe, emporterent de leur côté les plus grandes portions de ces tendons, & que les talons retinrent les restes. La portion qui resta au talon droit avoit plus de deux pouces de longueur, & celle qui resta au talon gauche, n'avoit que douze ou quinze lignes : les bouts cassés étoient si éloignés l'un de l'autre, qu'on sentoit sous la peau, un vuide à mettre trois doigts dans l'espace qu'ils laissoient entr'eux. J'ai pansé cette blessure jusqu'à parfaite

réunion de ces tendons. Le cas m'a paru si singulier, que j'ai cru devoir en informer la Compagnie. Ce que j'ai à dire sur cette matiere, se réduit à trois choses; savoir, comment cette rupture s'est faite, comment l'art & la nature y ont remedié, & enfin l'explication de trois phénomenes singuliers qui y ont été observés.

Pour comprendre comment cette rupture a pû se faire, il faut remarquer que dans l'état naturel, quand nous sommes exactement droits, & à pieds joints, notre corps est également soûtenu par les deux cuisses, dont chacune porte la moitié. La direction de chacune de ces moitiés tombe perpendiculairement sur le milieu des os de chaque cuisse, jambe & pied. Ces os pour lors nous soutiennent & s'appuient mutuellement, comme font les pierres d'une colonne, & nos muscles n'agissent presque point. Au contraire, pour soûtenir notre corps, lorsque nos jointures sont pliées, nos muscles agissent beaucoup, & leurs contractions sont d'autant plus fortes, que la flexion des jointures est plus grande, elles peuvent même être pliées au point que le poids du corps, & les muscles qui le tiennent en équilibre, feront effort sur les os avec toute la puissance qu'ils peuvent avoir : alors les parties des os auxquelles les muscles sont attachés, pourront se casser, si les muscles résistent jusqu'à ne point céder; mais si la solidité des os excéde la plus forte résistance des muscles, la rupture se fera dans les muscles, ou dans leurs tendons.

Tout le monde sait que l'os du genou se casse par un effort : par une cause semblable j'ai vû se rompre les tendons des muscles extenseurs du genou. Madame la Présidente de *Boissise* dans un faux pas, fit une si violente rétraction du tendon d'Achille, qu'elle se cassa l'os du talon. M. *Pon.elet* mon confrere, a pansé, & m'a fait voir un Homme, qui dans un faux pas se cassa de même l'os du talon, par la seule rétraction du tendon d'Achille.

Si les muscles, les tendons & les os même peuvent se casser par des causes si legeres en apparence, pourront-ils résister à leurs ruptures, lorsque les muscles seront obligés

d'agir, non-ſeulement pour réſiſter au poids du corps, mais même pour le relever avec force, lui faire perdre terre, & l'élancer en l'air, comme font les ſauteurs, lorſqu'ils ſautent à pieds joints ſur le bord d'une table.

Pour ſauter ainſi, ils plient la tête & le corps ſur les cuiſſes, les cuiſſes ſur les jambes, & les jambes ſur les pieds, puis relâchant un inſtant tous les muſcles, comme pour prendre leur ſécouſſe, ils les remettent dans cette contraction ſubite, qui fait reſſort contre terre, d'où ils s'élancent en l'air, & ſe redreſſent en arrivant ſur la table.

Quoique cet effort paroiſſe ſuffiſant pour rompre les tendons d'Achille, & que pluſieurs ſauteurs ſe ſoient bleſſés en s'élançant ainſi; ce que fit le S^r *Cochoix* paroît plus fort : la table ſur laquelle il ſautoit, ſe trouva trop haute, ſon élant ne l'éleva pas aſſez, il n'y eut que les bouts de ſes pieds qui toucherent ſur le bord de la table; ils n'y appuyerent qu'en gliſſant, & la ligne de gravité ne tombant point ſur la table, le ſauteur tomba droit à terre ſur la pointe de ſes pieds, ſi étendus alors, que les tendons d'Achille furent, pour ainſi dire, ſurpris dans leur plus forte tenſion par le poids du corps, auquel la chûte de plus de trois pieds, ajoûta une force plus que ſuffiſante pour les rompre, puiſque cette force étoit celle qu'avoit acquiſe le poids du corps multiplié par la derniere viteſſe de la chûte.

La Nature & l'art ont travaillé de concert à la réunion de ces tendons rompus.

L'art y étoit abſolument néceſſaire, ſoit pour rapprocher leurs bouts éloignés, ſoit pour les maintenir rapprochés, pendant que la Nature travailleroit à leur réunion.

Pour faire la premiére opération, je fis coucher le Malade ſur le dos, je pliai ſon jarret, je pouſſai le gras de la jambe vers le talon, & j'approchai le talon vers le gras de la jambe, en étendant le pied, juſqu'à ce que les deux bouts du tendon caſſé ſe touchaſſent. Pendant qu'on tenoit les parties en cet état, je trempai une double compreſſe dans l'Eau de vie, avec laquelle j'entourai le lieu bleſſé; une autre compreſſe

nommée *longuette*, plus épaiſſe que la premiere, large de deux pouces, longue de quatre pieds, fut appliquée poſtérieurement depuis le milieu de la cuiſſe juſques & par de-là les orteils, couvrant le gras de la jambe, le talon & la plante du pied. Pour aſſujétir cette compreſſe pendant qu'on la tenoit ainſi, je pris une bande longue de quatre aunes, & large de deux doigts, avec laquelle je fis quatre tours au lieu de la rupture des tendons, dans leſquels tours de bande j'engageai le milieu de la compreſſe longuette; puis portant la bande obliquement de dehors en dedans ſur le pied, je la paſſai en travers ſous la plante; j'engageai en ce lieu la longuette, & revenant de dedans en dehors obliquement ſur le deſſus du pied, faiſant une croix de S. André avec le premier tour oblique, je reportai la bande au-deſſus des chevilles, où je fis un tour circulaire, & d'où je revins obliquement de dehors en dedans ſur le pied, ſous la plante du pied, puis par deſſus pour faire une ſeconde fois la croix de S. André, & le circulaire au-deſſus des chevilles. Ayant répeté ces mêmes circonvolutions juſqu'à quatre fois, la bande étant arrivée aux chevilles, au lieu de redeſcendre vers le pied, je remontai en circulant juſqu'au deſſus du gras de la jambe près du jarret, où je fis tenir ce qui me reſtoit de bande, pendant qu'avec mes deux mains je renverſai les deux bouts de la longuette qui n'étoient point engagés. Le bout du côté du Jarret fut renverſé vers le pied, & celui du côté de la plante du pied fut renverſé du côté du jarret : je les aſſujétis d'abord avec des épingles, puis avec le reſte de la bande que j'employai à repaſſer pluſieurs fois par deſſus, en différens endroits de la jambe & du pied. Ces deux bouts de longuette ainſi aſſujétis & renverſés à contre-ſens l'un de l'autre, retenoient le pied dans ſon dernier degré d'extenſion; de maniere que les bouts des tendons n'étoient pas ſeulement approchés, mais ſe touchoient à ſe pouſſer mutuellement.

Après avoir appliqué ce bandage à l'un des pieds, j'en fis un ſemblable à l'autre; puis je mis un oreiller ſous les jarrets pour les tenir pliés, afin de relâcher les muſcles du gras de la

jambe, qui par leur contraction auroient pû tirer en haut la portion supérieure du tendon rompu; je mouillai l'un & l'autre appareil avec l'Eau de vie, je recommandai qu'on les humectât de quatre en quatre heures; je saignai le Malade le soir même, & deux fois le lendemain, & je lui prescrivis un régime convenable. Huit jours après, en levant l'appareil, je trouvai des dispositions favorables: au quinziéme ces dispositions me parurent encore plus avantageuses, je ne doutai point de sa guérison. Le vingt-deux quelques legers mouvemens que je lui fis faire en le pansant, me confirmerent que la réunion étoit faite, & le trente-deuxiéme jour je le trouvai auprès du feu, où il s'étoit fait porter, se sentant si bien, qu'il espéroit pouvoir faire ses exercices ordinaires. Il s'est servi de béquilles jusqu'au vingt-huit Mars, & le premier Avril il est parti pour Lyon, marchant avec force & facilité.

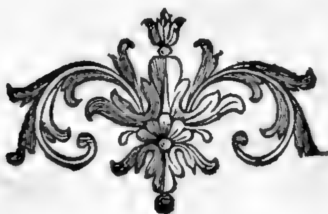
On ne peut douter que l'Art n'ait eu beaucoup de part à cette guérison: mais sans la Nature toutes mes précautions étoient vaines; elle ne s'est pas contentée de fournir le suc nourricier qui a fait la soudure des tendons, les gaînes qui les envéloppent ont servi de moule; sans elle les sucs se seroient répandus dans le voisinage, les cicatrices eussent été foibles, il se feroit fait des adhérances avec les parties voisines, ce qui auroit détruit cette facilité à glisser qu'ont les tendons, & qui les rend si propres aux mouvemens.

Je finis cette observation par l'explication de trois phénomenes très-singuliers. Le premier est que le Malade, l'instant d'après la rupture de ses tendons, étendoit & fléchissoit ses pieds; le second, c'est qu'il ne pouvoit se tenir de bout; le troisiéme est qu'il n'a senti aucune douleur en se cassant les tendons, ni dans la suite pendant tout son traitement.

Il pouvoit fléchir ses pieds, puisque le mal n'étoit point aux fléchisseurs, & il pouvoit les étendre, quoique les tendons d'Achille fussent cassés, parce que les muscles jambier & péronier postérieurs, qui n'étoient point rompus, sont suffisans pour faire l'extension, comme je l'ai expérimenté depuis sur un Cadavre à qui j'ai coupé le tendon d'Achille.

Le Bleſſé ne pouvoit ſe tenir droit, parce que, quoique les muſcles jambier & péronier poſtérieurs ayent aſſez de force pour étendre le pied, ils n'en ont pas aſſez pour ſoûtenir le poids du corps; parce que le point par lequel ces muſcles paſſent de la jambe au pied, eſt trop proche de l'appui. Cette obſervation fait voir que l'éloignement du tendon d'Achille fait la ſouveraine force du pied : & l'on voit que plus ce tendon eſt éloigné de l'articulation, plus il a de force. Les Animaux qui courrent & ſautent avec plus de facilité, ſont ceux qui ont ce tendon plus éloigné. Les Hommes qui ont le talon fort long, ſe fatiguent moins à marcher : & plus le pied eſt long, plus la longueur du talon eſt néceſſaire.

Si les tendons d'Achille ſe ſont caſſés ſans douleur, je ne crois pas que cette ſenſation ait été détruite par l'action du ſauteur préoccupé; il me paroît que cela ne peut venir que de la viteſſe du mouvement qui les a rompus totalement & dans le même inſtant. Et ſi le Malade n'a point ſouffert depuis, pendant toute la cure, on ne doit point s'en étonner : la pratique de la Chirurgie nous apprend que pour faire ceſſer les douleurs qui accompagnent les bleſſures des tendons, le moyen le plus aſſûré, c'eſt de les couper entiérement.



*REFLEXIONS*

# REFLEXIONS

## Sur les Observations Astronomiques faites par le P. Feuillée, Mathématicien du Roy, à Marseille pendant l'année 1720.

### PAR M. CASSINI.

CETTE année est remarquable par les événemens funestes qui arriverent à Marseille, où la contagion fit périr une grande quantité des habitans, tant dans la Ville que dans la campagne aux environs. 21. Mars 1722.

Le Couvent des Minimes où le P. Feuillée avoit établi son Observatoire depuis plusieurs années, ayant été destiné pour faire un Hôpital; ce Pere fut obligé de se retirer dans une Maison de campagne avec ses instrumens, pour y continuer ses Observations: mais le mal s'étant communiqué de la Ville à la campagne, il se crut obligé d'interrompre vers le mois d'Août ses Observations, pour assister les malades, qui n'avoient d'autre secours que lui pour le spirituel; & il a été assez heureux pour échaper à une maladie si dangereuse.

Entre les Observations qu'il nous a envoyées, il y en a un grand nombre de Hauteurs Méridiennes du Soleil, des Taches du Soleil & de leur cours, d'Eclipses de Satellites de Jupiter & de leurs Configurations, d'Eclipses ou conjonctions des Planetes, & Etoiles fixes par la Lune, du Barometre, & des Vents qui ont regné.

Quelques-unes de ces Observations n'ont pû être faites à l'Observatoire de Paris, à cause que le Ciel y étoit couvert: & réciproquement nous en avons fait quelques-unes à Paris qui n'ont point été apperçues à Marseille; ce qui marque l'avantage que l'on peut retirer des Observatoires établis en divers lieux de la Terre, & principalement dans les Pays où l'air est ordinairement serein, tels que la Provence; car on

peut par ce moyen avoir un grand nombre d'Obſervations qui n'auroient pas pû être faites dans un même pays ; ce qui eſt d'une très-grande utilité pour la perfection de l'Aſtronomie & de la Navigation.

La premiére des Obſervations, qui eſt rapportée dans le Journal du P. Feuillée, eſt l'Eclipſe de Vénus par la Lune du 5. Mars de l'année 1720. Elle avoit été prédite dans la Connoiſſance des Temps de cette année-là : & comme elle devoit arriver de jour vers le midi, nous fumes très-attentifs à l'obſerver : mais le Ciel qui n'étoit pas ſerein, ne nous permit pas d'appercevoir Vénus, ni la Lune qui étoit alors en décours, éloignée ſeulement de 4. jours de ſa conjonction avec le Soleil.

Le Ciel fut ſerein à Marſeille au commencement de cette Eclipſe, & à 11$^h$. 18'. 25". Vénus fut éclipſée par le bord éclairé de la Lune. Elle parut avant ſon occultation entiérement ſur la Lune ; ce que le P. Feuillée attribue à l'effet des réfractions.

Quelques foibles nuages ſe leverent après cette Obſervation, & cacherent entiérement la Lune, ce qui empêcha d'obſerver l'Emerſion de Vénus de ſon bord obſcur.

Le 11. Avril de cette même année, le P. Feuillée obſerva la conjonction d'Aldebaran avec la Lune à 8$^h$. 57'. 56". temps auquel cette Etoile étoit fort près du bord Méridional de la Lune, & éloignée de ſa corne Méridionale environ de la longueur de *Mare Criſium.*

Cette Etoile devoit être éclipſée à Paris : mais le mauvais temps ne permit pas de l'y appercevoir.

### *Obſervations des Satellites de Jupiter.*

Le 16. Mars, à 8$^h$. 42'. 40". du ſoir, Immerſion du ſecond Satellite dans l'ombre de Jupiter, qui étoit alors près de ſon oppoſition avec le Soleil ; le troiſiéme Satellite étoit à la même heure éloigné du bord de Jupiter de la largeur d'un diamétre de ce Satellite.

Le 21. Mars, à 8$^h$. 28'. 17". du ſoir, Conjonction du pre-

mier & du ſecond Satellite de Jupiter. Ces deux Satellites avoient un mouvement en ſens contraire en apparence, & n'étoient éloignés l'un de l'autre que de l'un de leurs diamétres.

Le 9. Avril, à $10^h. 26'. 49''$. Emerſion du premier Satellite, de l'ombre de Jupiter, le Ciel étant clair & ſerein.

Le 16. Mai, à $8^h. 47'. 38''$. le Ciel s'étant découvert, on apperçut le quatriéme Satellite encore fort petit, ce qui fit juger que ſon Emerſion étoit arrivée peu de temps auparavant.

| | | |
|---|---|---|
| Le 25. Mai, à | $10^h. 58'. 4''$. | du ſoir, Emerſion du premier Satellite, de l'ombre de Jupiter, le Ciel étant clair & ſerein. |
| | 10. 47. 25. | à Paris, le Ciel s'étant découvert, le premier Satellite étoit déja ſorti de l'ombre. |
| Le 10. Juin, à | 9. 14. 43. | Emerſion du premier Satellite de l'ombre de Jupiter, le Ciel étant clair & ſerein. |
| Le 17. Juin, à | 11. 6. 35. | du ſoir, Emerſion du premier Satellite de l'ombre de Jupiter, l'air étoit chargé de vapeurs, & Jupiter aſſez près de l'horiſon; ce qui pourroit avoir retardé l'Obſervation de quelques ſecondes. |
| Le 17. Juin, à | 10. 55. 25. | du ſoir à Paris, Emerſion du premier Satellite de l'ombre de Jupiter. |
| | 11. 10. | Différence des Méridiens entre Paris & Marſeille, dont Marſeille eſt plus à l'Orient. |

Le 3. Juillet, à $9^h$. 22'. 2''. du soir, Emersion du premier Satellite, de l'ombre de Jupiter, l'air étant chargé de vapeurs.

9. 11. 16. à Paris, Emersion.

10. 44. Différence des Méridiens.

Le 5. Juillet, à 9. 26. 56. du soir, Emersion du troisiéme Satellite, de l'ombre de Jupiter.

*Observations des Taches dans le Soleil.*

Le P. Feuillée a observé diverses Taches dans le Soleil. Il en parut une le 22. Mars vers le bord oriental du Soleil, qu'il observa jusqu'au 28. du même mois.

Il en observa une autre le 25. le 27. & le 29. du mois de Mai.

Le 31. du même mois il en apperçut une nouvelle vers le bord oriental, qu'il continua d'observer jusqu'au 5. du mois de Juin.

Le 14. Juin, il en parut une vers le bord oriental, qu'il observa tous les jours jusqu'au 21. du même mois.

Le 23. Juin, il en observa une nouvelle vers le bord oriental, qu'il continua d'appercevoir jusqu'au 27. du même mois.

Le 15. Juillet, il en découvrit plusieurs, dont il observa la situation, & principalement de celle qui étoit la plus proche du centre du Soleil; il continua de l'observer jusqu'au 19: & le 22. il en apperçut encore de nouvelles, qu'il observa jusqu'au 26. du même mois.



# DES SUPERCHERIES CONCERNANT LA PIERRE PHILOSOPHALE.

Par M. GEOFFROY l'Aîné.

IL feroit à fouhaiter que l'art de tromper fut parfaitement ignoré des hommes, dans toutes fortes de profeffions. Mais puifque l'avidité infatiable du gain engage une partie des hommes à mettre cet art en pratique, d'une infinité de maniéres différentes, il eft de la prudence de chercher à connoître ces fortes de fraudes pour s'en garantir. 15. Avril, 1722.

Dans la Chymie, la Pierre Philofophale ouvre un très-vafte champ à l'impofture.

L'idée des richeffes immenfes qu'on nous promet, par le moyen de cette Pierre, frappe vivement l'imagination des hommes. Comme d'ailleurs on croit facilement ce qu'on fouhaite; le defir de pofféder cette Pierre, porte bientôt l'efprit à en croire la poffibilité.

Dans cette difpofition, où fe trouve la plûpart des efprits au fujet de cette Pierre, s'il furvient quelqu'un qui affûre avoir fait cette fameufe opération, ou quelque autre préparation qui y conduife, qui parle d'un ton impofant & avec quelque apparence de raifon, & qui appuie fes raifonnemens de quelques expériences, on l'écoute favorablement, on ajoute foi à fes difcours, on fe laiffe furprendre par fes preftiges ou par des expériences tout-à-fait féduifantes, que la Chymie lui fournit abondamment; enfin, ce qui eft de plus furprenant, on s'aveugle affez pour fe ruiner, en avançant des fommes confidérables à ces fortes d'impofteurs, qui fous différens prétextes nous demandent de l'argent, dont ils difent avoir

besoin, dans le temps même qu'ils se vantent de posséder une source de trésors inépuisable.

Quoiqu'il y ait quelque inconvénient à mettre au jour les tromperies dont se servent ces imposteurs, parce que quelques personnes pourroient en abuser : il y en a cependant beaucoup plus à ne les pas faire connoître, puisqu'en les découvrant, on empêche un très-grand nombre de gens de se laisser séduire par leurs tours d'adresse.

C'est donc dans la vûe d'empêcher le Public de se laisser abuser par ces prétendus Philosophes Chymistes, que je rapporte ici les principaux moyens de tromper qu'ils ont coutume d'employer, & qui sont venus à ma connoissance.

Comme leur principale intention est pour l'ordinaire de faire trouver de l'Or ou de l'argent en la place des Matiéres minérales qu'ils prétendent transmuer, ils se servent souvent de Creusets ou de Coupelles doublées, ou dont ils ont garni le fond de chaux d'Or ou d'Argent; ils recouvrent ce fond avec une pâte faite de poudre de Creuset incorporée avec de l'Eau-gommée ou un peu de Cire : ce qu'ils accommodent de maniére, que cela paroît le véritable fond du Creuset ou de la Coupelle.

D'autres fois ils font un trou dans un charbon où ils coulent de la poudre d'Or ou d'Argent qu'ils referment avec de la cire ; ou bien ils imbibent des charbons des dissolutions de ces Métaux, & ils les font mettre en poudre pour projetter sur les matiéres qu'ils doivent transmuer.

Ils se servent de baguettes ou de petits morceaux de bois creusés à leur extrémité, dont le trou est rempli de limaille d'Or ou d'Argent, & qui est rebouché avec de la sciure fine du même bois. Ils remuent les matiéres fondues, avec la baguette, qui en se brûlant, laisse dans le Creuset le métal fin qu'elle contenoit.

Ils mêlent d'une infinité de maniéres différentes l'Or & l'Argent dans les matiéres sur lesquelles ils travaillent : car une petite quantité d'Or ou d'Argent ne paroît point dans une grande quantité de Mercure, de Régule d'Antimoi-

ne, de Plomb, de Cuivre, ou de quelque autre métal.

On mêle très-aiſément l'Or & l'argent en chaux dans les chaux de Plomb, d'Antimoine, & de Mercure.

On peut enfermer dans du Plomb des grenailles ou des lingots d'Or & d'Argent. On blanchit l'Or avec le Vif-argent, & on le fait paſſer pour de l'Etain ou pour de l'Argent. On donne enſuite pour tranſmutation l'Or & l'Argent qu'on retire de ces matiéres.

Il faut prendre garde à tout ce qui paſſe par les mains de ces ſortes de gens; car ſouvent les Eaux fortes ou les Eaux régales qu'ils employent, ſont déja chargées de diſſolutions d'Or & d'Argent. Les papiers dont ils enveloppent leurs matiéres ſont quelquefois pénétrés de chaux de ces métaux. L'écriture ou les taches qui paroiſſent deſſus peuvent être faites avec les teintures de ces métaux. Les cartes dont ils ſe ſervent peuvent cacher de ces chaux métalliques dans leur épaiſſeur. On a vû le Verre même ſortant des Verreries, chargé de quelque portion d'Or qu'ils y avoient gliſſé adroitement pendant qu'il étoit encore en fonte dans le Fourneau.

Quelques-uns en ont impoſé avec des Clouds moitié Fer & moitié Or, ou moitié Argent. Ils font accroire qu'ils ont fait une véritable tranſmutation de la moitié de ces Clouds, en les trempant à demi dans une prétendue teinture. Rien n'eſt d'abord plus ſéduiſant, ce n'eſt pourtant qu'un tour d'adreſſe. Ces Clouds qui paroiſſoient tout de Fer, étoient néantmoins de deux piéces, une de Fer & une d'Or ou d'Argent ſoudées au bout l'une de l'autre très-proprement, & recouvertes d'une couleur de Fer qui diſparoiſſoit en la trempant dans leur liqueur. Tel étoit le Cloud moitié Or & moitié Fer, qu'on a vû autrefois dans le Cabinet de M. le Grand Duc de Toſcane; tels ſont ceux que je préſente aujourd'hui à la Compagnie, moitié Argent & moitié Fer; tel étoit le Couteau qu'un Moine préſenta autrefois à la Reine Eliſabeth en Angleterre dans les premiéres années de ſon régne, dont l'extrémité de la lame étoit d'Or, auſſi-bien que ceux qu'un fameux Charlatan répandit il y a quelques années en Pro-

vence, dont la lame étoit moitié Argent & moitié Fer. Il eſt vrai qu'on ajoute que celui-ci faiſoit cette opération ſur des Couteaux qu'on lui donnoit, qu'il rendoit au bout de quelque temps avec l'extrémité de la lame convertie en Argent. Mais il y a lieu de penſer que ce changement ne ſe faiſoit qu'en coupant le bout de la lame, & y ſoudant proprement un bout d'Argent tout ſemblable.

On a vû pareillement des Piéces de monnoie ou des Médailles moitié Or & moitié Argent. Ces Piéces, diſoit-on, avoient été premiérement entiérement d'Argent : mais en les trempant à demi dans une teinture philoſophale, ou dans l'Elixir des Philoſophes, cette moitié qui avoit été trempée, s'étoit tranſmuée en or, ſans que la forme extérieure de la Médaille ni ſes caracteres euſſent été altérés conſidérablement.

Je dis que cette Médaille n'a jamais été toute d'argent, du moins cette partie qui eſt or; que ce ſont deux portions de Médailles, l'une d'or & l'autre d'argent, ſoudées très-proprement, de maniére que les figures & les caracteres ſe rapportent fort exactement; ce qui n'eſt pas bien difficile. Voici de quelle maniére cela ſe fait : ou plûtôt voici de quelle maniére je jouerois ce jeu, ſi je voulois en impoſer.

Il faut avoir pluſieurs Médailles d'argent ſemblables, un peu groſſiérement frappées, & même un peu uſées : on en modélera quelques-unes en ſable, qu'on jettera en or; il n'eſt pas même néceſſaire qu'elles ſoient modelées dans un ſable trop fin.

Pour lors on coupera proprement une portion d'une des Médailles d'argent, & une pareille portion d'une des Médailles d'or. Après les avoir appropriées avec la lime, on ſoudera exactement la partie d'or avec la partie d'argent, prenant ſoin de les bien ajuſter, en ſorte que les caracteres & figures ſe rapportent, autant qu'il ſera poſſible : & s'il y a quelque petit défaut, on le réparera avec le burin.

La portion de la Médaille qui ſe trouve en or, ayant été jettée en ſable, paroît un peu grenue & plus groſſiére que la portion

portion de la même Médaille qui est en argent, & qui a été frappée: mais on donne ce défaut comme un effet, ou comme une preuve de la transmutation; parce qu'une certaine quantité d'Argent occupant un plus grand volume qu'une pareille quantité d'Or, le volume de l'Argent se retire un peu en se changeant en Or, & laisse des pores ou des espaces qui forment le grenu. Outre cela on a soin de tenir la partie qui est en Or, un peu plus mince que l'Argent, pour garder la vraisemblance, & ne mettre qu'autant d'Or à peu-près qu'il y avoit d'Argent.

Outre cette premiére Médaille, on en préparera une seconde de cette façon.

On prend une Médaille d'Argent dont on émincit une moitié, en la limant dessus & dessous, sans toucher à l'autre, de sorte que la moitié de la Médaille soit conservée entiere, & qu'il ne reste de l'autre moitié qu'une lame mince de l'épaisseur environ d'une carte à jouer. On a une pareille Médaille en Or qu'on coupe en deux, & dont on prend la portion dont on a besoin; on la scie en deux dans son épaisseur, & l'on ajuste ces deux lames d'Or de maniére qu'elles recouvrent la partie émincie de la Médaille d'Argent, en observant que les figures & les caractéres se rapportent: par ce moyen on a une Médaille entiére moitié Argent & moitié Or, dont la portion d'Or est fourée d'Argent.

On présente cette Médaille comme un exemple d'un Argent qui n'est pas totalement transmué en Or, pour n'avoir pas trempé assez long-temps dans l'Elixir.

On prépare enfin une troisiéme Médaille d'Argent dont on dore superficiellement la moitié dessus & dessous avec l'amalgame de Mercure & d'Or: & l'on fait passer cette Médaille pour un Argent qui n'a trempé que très-peu de temps dans l'Elixir.

Lorsqu'on veut jouer ce jeu, on blanchit l'Or de ces trois Médailles avec un peu de Mercure, ensorte qu'elles paroissent entiérement d'Argent. Pour tromper encore mieux, celui qui se mêle de ce métier, & qui doit savoir bien esca-

motter, présente trois autres Médailles d'Argent toutes semblables & sans aucune préparation, & les laisse examiner à la compagnie qu'il veut tromper. En les reprenant, il leur substitue, sans qu'on s'en apperçoive, les Médailles préparées; il les dispose dans des verres, dans lesquels il verse suffisante quantité de son précieux Elixir à la hauteur qui lui convient; il en retire ensuite ses Médailles dans des temps marqués. Il les jette dans le feu, il les y laisse assez de temps pour exhaler le Mercure qui blanchissoit l'Or. Enfin il retire du feu ces Médailles qui paroissent moitié Argent & moitié Or, avec cette différence qu'en coupant une petite portion de chacune dans la partie qui paroît Or, l'une n'est dorée qu'à la surface, l'autre est d'Or à l'extérieur, & d'Argent dans le cœur, & la troisiéme est d'Or dans toute sa substance.

La Chymie fournit encore à ces prétendus Philosophes-Chymistes des moyens plus subtils pour tromper.

Telle est une circonstance particuliére que l'on raconte de l'Or d'une de ces prétendues Médailles transmuées, qui est que cet Or ne pésoit guère plus qu'un égal volume d'Argent, & que le grain de cet Or étoit fort gros, peu serré ou rempli de beaucoup de pores. Si cela est vrai dans toutes ces circonstances, comme on l'assûre, c'est encore une nouvelle imposture qu'il n'est pas impossible d'imiter. On peut introduire dans l'Or une matiére beaucoup plus légére que ce métal, qui n'en altérera point la couleur, & qui n'abandonnera l'Or ni dans le départ, ni dans la coupelle. Cette matiére beaucoup moins compacte, rendra son grain moins serré, &, sous un même volume, sa pésanteur beaucoup moindre, selon la quantité qu'on y en aura introduite.

Passons à d'autres expériences imposantes. Le Mercure chargé d'un peu de zinc, & passé sur le Cuivre rouge, lui laisse une belle couleur d'Or. Quelques préparations d'Arsénic blanchissent le Cuivre, & lui donnent la couleur de l'Argent. Les prétendus Philosophes produisent ces préparations comme des acheminemens à des teintures qu'ils promettent de perfectionner.

On fait bouillir le Mercure avec le Vert de gris, & il paroît que le Mercure se fixe en partie; ce qui n'est en effet qu'un amalgame du Mercure avec le Cuivre, qui étoit contenu dans le verdet. Ils donnent cette opération comme une véritable fixation du Mercure.

Tout le monde sait présentement la maniére de changer les Clous de Cinabre en Argent. Cet artifice est décrit dans plusieurs Livres de Chymie, c'est pourquoi je ne le répéte point ici.

On donne encore le procédé suivant comme une transmutation de Cuivre en Argent. On a une boête ronde comme une boête à savonette, composée de deux calottes de Cuivre rouge qui se joignent & ferment très-juste. On remplit le bas de la boête d'une poudre préparée pour cela : après avoir fermé la boête, & luté les jointures, on la place dans un Fourneau avec un feu modéré, suffisant pour rougir le fond de la boête, mais non pas assez fort pour la fondre. On la laisse quelque temps dans cet état, après quoi on laisse éteindre le feu, & on ouvre la boête. On trouve la partie supérieure de la boête convertie en partie en Argent. La poudre dont on se sert en cette occasion, est la chaux d'Argent précipitée par le Sel marin, ou autrement la lune cornée qu'on étend avec quelque intermede convenable.

Dans cette opération la lune cornée, qui est un mêlange de l'Argent & de l'acide du Sel marin, s'éléve facilement au feu, & elle se sublime au haut de la boête de Cuivre. Mais comme l'acide du Sel marin s'unit avec les métaux, & les pénetre très-intimement ; & comme il a d'ailleurs plus de rapport avec le Cuivre qu'avec l'Argent, à mesure qu'il pénétre le cuivre, au travers des pores duquel il s'exhale, il en ronge quelques parcelles qu'il emporte avec lui en l'air, il dépose en leur place les particules d'Argent qu'il avoit enlevées, & il compose ainsi un nouveau dessus de boête, partie Argent, & partie Cuivre.

Quelques Chymistes ont avancé qu'il étoit plus facile de faire de l'Or que de le décomposer; c'est ce qui a engagé

quelques uns de nos prétendus Philosophes de donner certaines opérations pour de vraies destructions d'Or.

Ils nous proposent des Dissolvans, qui digérés avec l'Or, en tirent la teinture, & laissent une portion de l'Or qu'ils disent désanimé ou dépouillé de son soufre ou de sa teinture; parce qu'en le fondant, il est blanc, ou d'un jaune pâle & fort aigre. Tel est, par exemple, l'esprit de Nitre bezoardique. Mais cette prétendue décomposition de l'Or n'est qu'une illusion. Ce dissolvant est quelquefois chargé d'une assez grande quantité de parties régulines d'Antimoine qu'il a enlevées avec lui dans la distillation. Lorsqu'on le fait digérer sur l'Or, il dissout bien à la vérité quelque portion d'Or, parce que c'est une Eau régale qui n'est pas assez chargée d'Antimoine pour ne plus mordre sur l'Or. De-là vient la couleur jaune que ce dissolvant prend dans cette digestion. Il dépose aussi dans les pores de l'Or qui reste sans être dissous, quelque petite portion de Régule qu'il tenoit en dissolution; ce qui rend cet Or pâle ou même blanc, quand on vient à le refondre, selon la quantité des parties antimoniales qui s'y seront mêlées. Mais cet Or que cet esprit tient en dissolution, n'est nullement décomposé, comme il est aisé de s'en assûrer par la précipitation.

Il n'y a pas long-temps qu'on proposa à M. l'Abbé Bignon une autre prétendue destruction de l'Or, ou une maniére de réduire ce métal en une simple Terre, qu'on ne peut plus refondre en Or. Pour cela on faisoit fondre l'Or dans un Creuset avec environ trente fois autant d'une poudre préparée. Le tout étant bien fondu, on tiroit la matiére du feu, qu'on laissoit réfroidir en une masse saline. On la laissoit résoudre en liqueur à l'humidité de la cave, & l'on passoit ensuite cette liqueur par le papier gris sur lequel il restoit une poudre noire, environ du poids de l'Or qui avoit été employé. Cette poudre mise à toute épreuve, ne donnoit plus aucun indice d'Or, d'où on concluoit que l'Or étoit décomposé & réduit en sa terre premiére.

Nous fûmes chargés, M. de Reaumur, M. Lemery &

moi, d'examiner cette opération, & nous jugeâmes que ce n'étoit pas assez d'observer cette terre fixe, qu'il falloit encore faire attention à la liqueur passée par le filtre, où il y avoit toute apparence qu'on trouveroit l'Or, supposé que la poudre dont on s'étoit servi pour intermede, n'en eut pas enlevé une partie pendant la fonte.

Mais ayant bien-tôt après examiné la poudre dont on se servoit pour cette opération, nous trouvâmes que c'étoit un composé de crême de Tartre, de Soufre, & d'un peu de Salpêtre.

Nous ne doutâmes plus pour lors que l'Or ne fut passé dans la liqueur; car ces matiéres détonnées & fondues ensemble forment une espéce d'*hepar Sulphuris*, dans lequel l'Or & les autres métaux sont facilement dissous; de maniére que lorsqu'on laisse résoudre à l'air humide cet *hepar Sulphuris* chargé d'Or, il se résout en liqueur rougeâtre, avec laquelle l'Or reste entiérement uni, & il passe avec ce même Or, au travers du papier gris. La Terre fixe qui reste sur le filtre, est la cendre que laisse la crême de Tartre après sa calcination, & qu'on nous vouloit donner pour un Or désanimé ou décomposé.

C'est avec ces artifices, ou de semblables, que tant de gens ont été trompés.

Il y a même toute apparence que ces fameuses histoires de la Transmutation des Métaux en Or ou en Argent par le moyen de la poudre de Projection ou des Elixirs philosophiques, n'étoient rien autre chose que l'effet de quelques supercheries semblables : d'autant plus que ces prétendus Philosophes n'en laissent jamais voir qu'une ou deux épreuves, après lesquelles ils disparoissent; ou bien les procédés pour faire leur poudre ou leur teinture, après avoir réussi dans quelques occasions, ont cessé d'avoir leur effet, soit parce que les vaisseaux qu'on avoit garnis d'Or secretement ont été tous employés, ou parce que les matiéres qui avoient été chargées d'Or ont été consommées.

Ce qui peut en imposer le plus dans les histoires que l'on

raconte de ces prétendus Philoſophes, c'eſt le déſintéreſſement qu'ils marquent dans quelques occaſions où ils abandonnent le profit de ces Tranſmutations, & l'honneur même qu'ils pourroient en retirer. Mais ce faux déſintéreſſement eſt une des plus grandes ſupercheries; car il ſert à répandre & à entretenir l'opinion de la poſſibilité de la Pierre philoſophale, qui leur donne moyen par la ſuite d'exercer d'autant mieux leurs ſupercheries, & de ſe dédommager amplement de leurs avances.

---

# *ECLAIRCISSEMENT*

## *Sur une Difficulté propoſée aux Mathématiciens par M. le Chevalier* DE LOUVILLE.

Par M. SAURIN.

FEU M. Parent eſt le premier à qui cette difficulté ſe ſoit préſentée; & dans la derniére Edition de ſes Recherches de Phyſique & de Mathématique, il l'a pouſſée auſſi loin qu'il a pû. Elle mérite ſans doute d'être éclaircie, puiſque deux auſſi habiles Géometres que M. Parent & M. le Chevalier de Louville en ont été frappés; & cette conſidération eſt d'autant plus forte, que le dernier n'avoit aucune connoiſſance avant la compoſition de ſon Mémoire, d'avoir été prévenu par l'autre, ainſi qu'il nous l'aſſûre lui-même.

Galilée a démontré l'égalité du temps de la chûte d'un corps par les différentes cordes du Cercle : M. Huguens a donné dans ſon Traité de la Pendule, une démonſtration très-ſavante de l'Iſochroniſme des chûtes par les différens arcs de la Cycloïde. A cette démonſtration étendue juſqu'au cas de la chûte par le dernier arc infiniment petit de la Cycloïde, on oppoſe (& c'eſt la difficulté) la démonſtration de Galilée, étendue de même juſqu'au cas de la chûte par la derniére corde infiniment petite du Cercle. M. Parent prétend que

ces deux démonstrations poussées ainsi jusqu'au cas de l'Infiniment Petit, se combattent évidemment l'une l'autre; & se déclarant contre celle de M. Huguens, il décide hardiment qu'elle n'est point applicable à ce cas, & croit appuyer solidement sa décision par l'examen de la démonstration même.

M. le Chevalier de Louville se contente de mettre dans un grand jour l'opposition apparente des deux démonstrations, & d'exposer simplement contre celle de M. Huguens, les considérations qui se sont offertes à lui, comme elles s'étoient déja offertes à M. Parent; mais plus circonspect que M. Parent, il ne décide point; c'est une difficulté qu'il propose, & sa modestie lui fait dire qu'*il s'en rapporte à des Géometres plus habiles que lui*: nous ajoutons, qu'il auroit peine à trouver.

Je n'ai garde sur-tout de me présenter ici comme tel: & si j'entreprends de donner dans ce Mémoire l'éclaircissement qu'il demande, c'est parce que je suis intéressé dans la question, & que je l'ai fait naître.

A la fin du Traité de la Pendule déja cité, on trouve sans démonstration treize Théoremes sur la force centrifuge des corps mûs circulairement; le neuviéme est énoncé de cette sorte par M. Huguens: *Si Pendulum motu conico latum circuitus minimos faciat, eorum singulorum tempora ad tempus casus perpendicularis ex duplâ Penduli altitudine eam rationem habent quam circonferentia Circuli ad diametrum: ac proindè æqualia sunt tempori duarum oscillationum lateralium ejusdem Penduli minimarum.*

Ce Théoreme, comme on voit, contient deux propositions; la premiére, *que le temps des plus petites Oscillations coniques d'un Pendule est au temps de la chûte perpendiculaire d'une hauteur égale à deux fois la longueur du même Pendule, comme la circonférence du Cercle est au diamétre.* La seconde, tirée de celle-là comme un Corollaire par un *proinde*; *Que le temps d'une des plus petites Oscillations coniques d'un Pendule, est égal au temps de deux des plus petites Oscillations latérales du même Pendule.*

Il est évident que cette seconde proposition ne peut se tirer

de l'autre qu'en ſuppoſant que le temps de deux Oſcillations latérales infiniment petites d'un Pendule, eſt au temps de la chûte perpendiculaire par le diamétre du Cercle dont la longueur du Pendule eſt le rayon, comme la circonférence au diamétre. M. Parent en démontrant les treize Théoremes dans le Journal des Savans du 23. Mai 1701. combattit cette ſuppoſition par cette remarque : *Remarquez que l'Auteur a tort d'égaler ce dernier temps à celui de deux Oſcillations latérales du même Pendule : car ces deux Oſcillations latérales ſont iſochrones à quatre fois la chûte accélérée par le double du fil.... Il fait la même faute*, ajoute M. Parent, *dans ſa ſeptiéme & dans ſa dixiéme propoſition, & même dans l'article trentiéme de ſon Diſcours de la Péſanteur.*

J'eûs occaſion en 1702. de donner dans les Mémoires de Trévoux des démonſtrations de ces mêmes Théoremes, très-différentes de celles qui avoient paru dans le Journal des Savans ; je ne manquai pas de relever comme une erreur, la remarque de M. Parent, & de rétablir la propoſition qu'il avoit combattue ; & j'employai pour la démontrer, le principe qui fait prendre l'un pour l'autre, l'arc infiniment petit de la Cycloïde, & celui de ſon Cercle oſculateur.

Ce qu'il y a de ſingulier ici, c'eſt que M. Parent, qui ne ſe rendoit pas fort aiſément, ſe hâta de convenir qu'il avoit tort. Le même jour que mes démonſtrations parurent dans les Mémoires de Trévoux, je reçûs de lui une Lettre dans laquelle il me marquoit qu'ayant été averti par M. le Marquis de l'Hôpital, depuis quelque temps, que je le devois reprendre ſur ſa remarque, il avoit relu & examiné de nouveau les treize Théoremes, & que s'étant apperçû lui-même de ſon erreur, il m'envoyoit la démonſtration de l'article qu'il avoit cru faux, en me priant de ne pas trouver mauvais que dans un Journal qu'il avoit entrepris, & dont il donneroit bien-tôt le premier volume, il en informât le public, afin qu'on ne crût pas qu'il eût rien emprunté de moi, & qu'il dût à d'autre qu'à lui ni la reconnoiſſance de ſa mépriſe, ni ſa démonſtration.

Il

Il l'exécuta en effet en 1703. que parut le premier mois de son Journal; & sa rétractation, jointe à la démonstration qu'il m'avoit envoyée, en étoit le premier article. Il fut loué sur cet article dans l'extrait que le Journal des Savans donna de ce premier essai de son ouvrage; on y rendit seulement plus exacte une datte qui ne l'étoit pas assez, & qui telle qu'elle étoit dans son récit, auroit pû faire douter, si je n'avois point pris moi-même ma démonstration de la sienne. Cette petite correction, qui ne devoit point le fâcher, le fâcha. En général tout l'Extrait lui déplut; & peut-être l'intérêt de la vérité auroit-il pû permettre d'y ménager davantage M. Parent, qu'on ne le fit. Quoi qu'il en soit, je devins dès-lors l'objet de son ressentiment, & depuis ce trop sincere ou trop rigoureux Extrait, il est tombé sur moi impitoyablement en différens endroits de ses Recherches. Mais bien qu'il ait long-temps gardé sa colere, il ne s'est point avisé durant tout le cours de sa vengeance de se rétracter de sa rétractation.

Il ne l'a fait qu'en 1713. dans une nouvelle Edition de ses Journaux que nous avons déja citée, & qui est en trois volumes. C'est dans le second, p. 806. qu'après avoir fait plusieurs corrections à ce qu'il avoit donné dans le Journal des Savans de 1701. sur les treize Théoremes de M. Hughens, il ajoute : *A l'égard de la Remarque que j'ai faite sur le corollaire 3. de M. Hughens dans ce même Journal, & dont je ne m'étois désisté qu'à la persuasion de quelques Savans, elle subsiste dans son entier, & Galilée ni moi nous ne nous sommes point trompés en identifiant le temps de la chûte par une corde infiniment petite avec celui de son arc.*

Accorder, pour le dire en passant, ce que M. Parent déclare ici sur sa premiere rétractation, avec ce qu'il m'en avoit écrit, & qu'il en avoit mis ensuite dans le premier mois de ses Recherches, me paroît un problême plus difficile que celui qui nous est proposé, d'accorder la démonstration de M. Hughens avec celle de Galilée; mais aussi est-il bien moins important.

Au reste, pour faire encore cette remarque en passant,

Galilée n'a que faire de la part que M. Parent lui donne gratuitement à ſon *identification* du temps de la chûte par l'arc indéfiniment petit du Cercle, avec le temps de la chûte par la corde indéfiniment petite du même arc. Galilée a démontré l'égalité du temps de la chûte d'un corps par les cordes du Cercle : & ſa démonſtration a lieu dans le cas même où l'on ſuppoſe la corde infiniment petite ; mais il n'a dit aucune part que ce temps fût égal ou inégal à celui de la chûte par l'arc infiniment petit du Cercle. Il n'a pris, ni eu occaſion de prendre ce petit arc pour ſa corde ; & ſoit que M. Parent ſe ſoit trompé ou non, en le faiſant, il n'en doit rien mettre ſur le compte de Galilée.

Ce long expoſé que je viens de faire, n'eſt que pour montrer que la queſtion propoſée me regardant particulierement, j'étois auſſi dans une obligation particuliére de répondre à l'invitation générale de M. le Chevalier de Louville, & d'entreprendre, pour tâcher de le ſatisfaire, l'examen où je vais entrer.

* FIG. I. *CP** eſt un Pendule fixe au point *C* ; & *GPH* eſt une portion de la circonférence du Cercle, dont ce Pendule mû latéralement décrit des arcs. Soit *FPE* un de ces arcs, mais un arc infiniment petit, diviſé également en deux par le point *P* le plus bas du Cercle, il eſt évident que les vibrations latérales du Pendule deviennent infiniment petites, lorſqu'il ne parcourt plus que cet arc infiniment petit. Le temps de ces vibrations eſt donc celui qu'il met à aller de *F* en *E*, & à revenir de *E* en *F*. C'eſt ce temps qu'il s'agiſſoit de déterminer.

M. Hughens veut qu'il ſoit à celui de la chûte perpendiculaire du poids *P* tombant d'une hauteur égale à *MP* double de *CP*, comme la circonférence du Cercle au diamétre. M. Parent fait le temps de deux vibrations égal à quatre fois celui de la chûte perpendiculaire du poids par *MP*.

Pour rendre la queſtion plus ſimple, au lieu du temps entier de deux vibrations, n'en prenons que le quart, qui eſt le temps d'une demie-vibration, c'eſt-à-dire, celui que le Pen-

dule emploie à tomber de *F* en *P*. Ce temps ſera donc, ſelon M. Hughens, au temps de la chûte perpendiculaire par *MP*, comme le quart de la circonférence du Cercle au diamétre; & par conſéquent il ſera à la moitié du temps par *MP* comme la demie circonférence au diamétre. Mais ſelon M. Parent, il ſera égal à tout celui de la chûte par *MP*, & par conſéquent il ſera à la moitié de ce temps par *M P*, comme 2. à 1.

Or la moitié du temps de la chûte par *MP* étant égale au temps entier de la chûte par *A P*, hauteur priſe quatre fois plus petite que *MP*, il ſuit de la détermination de M. Hughens, que le temps de la demie vibration du Pendule tombant de *F* en *P*, eſt au temps de la chûte perpendiculaire par *A P*, comme la demie circonférence du Cercle au diamétre; & il ſuit de celle de M. Parent, que le premier de ces temps eſt à l'autre comme 2. à 1.

Voilà deux déterminations bien différentes : elles ne ſauroient être toutes deux vraies, & néantmoins elles paroiſſent avoir l'une & l'autre leur démonſtration.

A l'égard de celle-ci, il eſt viſible que ſi l'on prend l'arc circulaire infiniment petit *FOP*, pour ſa corde infiniment petite *FP*; le temps par la corde *FP* étant égal, ſuivant la doctrine de Galilée, au temps par le diamétre *MP*, & double du temps par *A P*, le temps par l'arc *FOP* ſera auſſi double du même temps par *AP*.

Du côté de M. Hughens, l'évidence ne ſe préſente pas moins d'elle-même. Car ſoit * *K L P* la Cycloïde qui a pour Cercle générateur le Cercle *A S P*, décrit ſur le diamétre *A P*: on ſait que cette Cycloïde aura pour Cercle oſculateur le Cercle *G F P*, dont la longueur *CP* du Pendule eſt le rayon. En regardant donc l'arc infiniment petit *FOP* comme le petit arc commun au Cercle oſculateur & à la Cycloïde; ce qu'on démontrera de l'arc infiniment petit de la Cycloïde *K L P*, ſera démontré de l'arc infiniment petit *FOP*, de ſon Cercle oſculateur. Or le temps de la chûte par l'arc infiniment petit de cette Cycloïde, terminé au point le plus bas *P*, comme par tout autre arc terminé de même, étant au temps * Fig. 2.

de la chûte perpendiculaire par le diamétre *A P* du Cercle générateur, comme la demie circonférence au diamétre, il s'ensuit que le temps par l'arc infiniment petit *F O P* du Cercle osculateur, & le temps par *A P*, diamétre du Cercle générateur, ont aussi le même rapport.

Ces deux démonstrations semblent frapper également l'esprit ; cependant malgré leur évidence apparente, les déterminations qu'elles donnent n'étant pas les mêmes, il faut nécessairement qu'il y ait quelque paralogisme dans l'une ou dans l'autre, ou dans toutes les deux.

Pour le découvrir, distingnons les principes qu'on y fait entrer. Elles renferment chacune trois propositions. Les trois d'une part sont ; la premiere, que le temps de la chûte d'un corps par une corde finie quelconque du Cercle, terminée au point le plus bas, est toujours le même ; la seconde, qu'il est encore le même, lorsqu'on suppose la corde infiniment petite ; la troisiéme, que dans la question présente on peut prendre indifféremment l'un pour l'autre, l'arc infiniment petit du Cercle, & sa corde.

A ces trois propositions répondent de l'autre part ces trois ici ; la premiere, que le temps de la chûte d'un corps par un arc fini quelconque de la Cycloïde, terminé au point le plus bas, est toujours le même ; la seconde, qu'il est encore le même, lorsqu'on suppose l'arc infiniment petit ; la troisiéme, que dans la question présente on peut prendre indifféremment l'un pour l'autre, l'arc infiniment petit de la Cycloïde, & celui de son Cercle osculateur.

Ces propositions ainsi distinguées, on voit que l'Isochronisme des chûtes par les arcs de la Cycloïde, soit finis, soit infiniment petits, contenu dans les deux premieres des trois propositions du second article, & l'Isochronisme des chûtes par les cordes du Cercle, soit finies, soit infiniment petites, contenu dans les deux premieres des trois propositions du premier article, ne donnent les différentes déterminations que nous avons expliquées, qu'à la faveur des troisiémes propositions, c'est-à-dire, qu'en vertu du principe par lequel on

ſe permet de prendre l'arc infiniment petit du Cercle, d'un côté pour ſa corde, & de l'autre, pour l'arc infiniment petit de la Cycloïde : & par conſéquent s'il eſt bien démontré que ce principe ait en effet lieu dans le cas particulier dont il s'agit, il eſt clair que l'erreur doit ſe trouver, ou dans les deux propoſitions qui renferment l'Iſochroniſme de Galilée, ou dans les deux qui renferment celui de M. Hughens. Mais ſi au contraire les deux propoſitions ſur l'Iſochroniſme de Galilée, & les deux ſemblables ſur l'Iſochroniſme de M. Hughens, ſont démontrées de part & d'autre parfaitement, & avec la derniere évidence, il faut de néceſſité que l'erreur ſe trouve dans l'application que l'on fait au cas préſent du principe ſuppoſé.

M. Parent ne ſuppoſant aucun abus dans cette application, & entraîné d'ailleurs par la ſimplicité, & par l'évidence de la démonſtration qui établit l'Iſochroniſme de Galilée à l'égard des cordes du Cercle, il a mis toute ſon attention à chercher dans la démonſtration plus compoſée de M. Hughens ſur l'Iſochroniſme de la Cycloïde, le paralogiſme qui devoit néceſſairement ſe trouver quelque part.

J'ai fait tout le contraire, & rien ne m'étant plus parfaitement connu que la liaiſon néceſſaire qui eſt entre les deux démonſtrations, & que leur commune évidence, j'ai été déterminé à croire l'erreur cachée, dans la ſuppoſition que l'on fait, qu'il n'y a rien dans la queſtion préſente qui empêche de prendre le petit arc du Cercle, & pour ſa corde, & pour le petit arc de la Cycloïde. Je démontrerai bientôt qu'elle s'y trouve en effet; mais avant cela je vais d'abord démontrer qu'elle doit s'y trouver : car ce ſera le démontrer que de rétablir la démonſtration de M. Hughens ſur l'Iſochroniſme de la Cycloïde, contre les objections qui ont paru à M. Parent, en ébranler la certitude, & que M. de Louville ne preſſe que pour donner lieu à l'éclairciſſement qu'il deſire.

La ſimple expoſition de la démonſtration même, telle qu'elle eſt dans le Traité de la Pendule, levera toutes les difficultés. Elle dépend d'une longue ſuite de propoſitions, mais

il ſuffira d'en rapporter ici trois des principales. Je commence par la vingtiéme.

* Fig. 3. Un * arc de Cercle *AB*, moindre que la demie circonférence, étant diviſé par des droites *CD*, *EF*, *GH*, *KL*, &c. paralleles entr'elles, & également diſtantes les unes des autres; ſi de tous les points de diviſion *A*, *D*, *F*, *H*, &c. on mene d'un même côté les tangentes *AC*, *DE*, *FG*, *HK*, &c. l'Auteur démontre: 1°. Que la ſomme de ces tangentes moins la premiere *AC*, eſt plus petite que l'arc *AB*: 2°. Qu'en y comprenant la premiere *AC*, elle eſt plus grande que l'arc *AN*, c'eſt-à-dire, plus grande que l'arc *AB* diminué de la partie *NB*.

Je ferai ici trois remarques ſur cette propoſition, & ſur la démonſtration qui en eſt donnée, & qu'il n'eſt pas néceſſaire de rapporter: la premiere eſt, que la démonſtration étant générale, comme la propoſition, c'eſt-à-dire, convenant à tout Cercle en général, elle n'a pas moins de lieu dans un Cercle infiniment petit, que dans un Cercle fini. Car il eſt évident que ſi je puis concevoir un Cercle infiniment petit, je puis auſſi concevoir dans ſa demie circonférence une portion ſemblable à la portion quelconque *AB* du Cercle fini, & dans cette portion du Cercle infiniment petit, des diviſions ſemblables à celles de la portion *AB* du Cercle fini. Ainſi dans la portion du Cercle infiniment petit, les petits arcs interceptés entre les points de diviſion, auront avec leurs petites tangentes, les mêmes rapports qu'ont avec leurs tangentes, dans la portion *AB* du Cercle fini, les arcs interceptés de même entre les points des diviſions ſemblables.

La ſeconde remarque eſt que l'arc *AB* pouvant avoir avec la demie circonférence, un rapport fini, ou un rapport infiniment petit, M. Hughens a rendu ſa démonſtration propre à ce premier cas, qui ſeul lui étoit néceſſaire, & qui ſeul auſſi avoit beſoin de démonſtration. Car il eſt viſible que dans un arc *AB* ſuppoſé infiniment petit par rapport à la demie circonférence, chaque petite tangente interceptée étant égale à ſon petit arc, la ſomme des petites tangentes ſera égale à la

ſomme des petits arcs, c'eſt-à-dire à l'arc *A B;* & par conſéquent, ſi de la ſomme des petites tangentes on en ôte une, leur ſomme diminuée ſera moindre que l'arc *A B;* & ſi de la ſomme des petits arcs on en retranche un, leur ſomme diminuée ſera moindre que la ſomme entiere des tangentes. Que ſi, contre toute ſorte d'évidence, on conteſtoit l'égalité des petites tangentes, & de leurs petits arcs, la démonſtration de M. Hughens ſeroit alors propre à ce cas comme à l'autre.

Ma troiſiéme remarque regarde le nombre des diviſions de l'arc *A B*.

Dans la propoſition de M. Hughens, c'eſt un nombre quelconque; mais il faut l'entendre d'un nombre quelconque fini. Car ſi l'arc *A B* eſt diviſé en une infinité de parties, alors la ſomme des petites tangentes moins une, étant égale à leur ſomme entiere, & la ſomme des petits arcs moins un, étant égale de même à leur ſomme entiere; tant la ſomme des tangentes moins une, que leur ſomme entiere, ſeroit égale à l'arc *A B;* & de même tant l'arc diminué *A N*, que l'arc entier *A B*, ſeroit égal à la ſomme entiere des tangentes.

Que ſi dans l'infinie diviſion on refuſoit encore contre toute ſorte d'évidence; d'admettre l'égalité des petites tangentes & de leurs petits arcs; alors la propoſition & la démonſtration de M. Hughens auroient lieu dans ce cas, comme dans celui des diviſions finies. Ainſi on ſera toujours obligé de convenir que dans le cas dont je parle, la ſomme des tangentes moins une, ne peut être qu'égale à l'arc *A B*, ou moindre que cet arc; de même que l'arc *A N* ne peut être qu'égal à la ſomme entiere des tangentes, ou moindre que cette ſomme. Venons à une autre propoſition.

Si dans la * Cycloïde *A B*, dont l'axe *A C* eſt perpendiculaire à l'horiſon, & le ſommet *A* en bas, l'on prend deux portions quelconques de la courbe *B D*, *E F*, l'une ſupérieure, & l'autre inférieure, mais d'ailleurs de hauteur égale; c'eſt-à-dire, telles que la diſtance *C H* des deux paralleles horiſontales *B C*, *D H*, qui renferment la portion ſupérieure, ſoit égale à la diſtance *G K* des deux paralleles qui comprennent * Fig. 4.

la portion inférieure ; il eſt démontré par M. Hughens, que le temps de la chûte par la portion ſupérieure *B D*, la chûte commençant en *B*, ſera plus court que le temps de la chûte par la portion inférieure *E F*, la chûte commençant en *E*; c'eſt la vingt-deuxiéme propoſition, qui eſt ſans difficulté.

* Fig. 5. Soit encore * *A B C* une Cycloïde ayant ſon ſommet *A* en bas, & ſon axe *D A* perpendiculaire à l'horiſon ; d'un point quelconque *B* de cette courbe, ſoit menée la tangente *B I*, terminée en *I* par l'horiſontale *A I*. Soit auſſi menée la droite *B F* perpendiculaire à l'axe au point *F*; & ſur *F A* comme diamétre, ſoit décrit le demi-cercle *FHA*. Enſuite ayant mené par un point quelconque *G*, pris ſur la Cycloïde, la droite Σ *G* parallele à *B F*, & rencontrant la circonférence *F H A* en *H*, & l'axe *D A* en Σ, il faut concevoir deux tangentes *MN*, *ST*, menées l'une par le point *G* de la Cycloïde, l'autre par le point *H* du Cercle, & compriſes l'une & l'autre entre deux mêmes paralleles *M S*, *N T*, qui comprennent auſſi entr'elles *O P* partie de la tangente *B I*, & *Q R* partie de l'axe *D A*. Cela poſé ; on démontre que le temps de la chûte d'un corps peſant par la droite *M N* avec une vîteſſe uniforme, égale à celle qu'il auroit acquiſe au point *G*, en tombant d'un mouvement accéléré par l'arc *B G* de la Cycloïde, & le temps de la chûte par la droite *O P* avec une vîteſſe uniforme égale à la moitié de celle que le corps auroit acquiſe au point *I*, en tombant d'un mouvement accéléré par la tangente entiere *B I*, ſont l'un à l'autre comme la tangente du Cercle *S T* eſt à la partie de l'axe *Q R*. Cette propoſition eſt la vingt-troiſiéme. La conſtruction de l'Auteur & ſa démonſtration ſont générales, & viſiblement applicables au cas de l'Infiniment Petit, de l'aveu même de M. Parent ; ce qu'il eſt bon de remarquer.

C'eſt ſur la vérité bien démontrée de ces trois propoſitions qu'eſt fondée la démonſtration de la ſuivante, qui établit l'Iſochroniſme de la Cycloïde, & que j'ai à défendre. Voici la conſtruction de M. Hughens.

* Fig. 6. Soit *, comme dans la propoſition précédente, la Cycloïde *A B C*,

*A B C*, dont l'axe *A D* eſt élevé verticalement ſur le point *A*, ſommet de la courbe. D'un point quelconque *B* pris ſur cette courbe, ſoit menée la tangente *B* $\Theta$, qui rencontre au point $\Theta$ l'horiſontale *A* $\Theta$. Après avoir mené la droite *B F* perpendiculaire à l'axe *A D* qu'elle rencontre au point *F*, & avoir décrit ſur *F A* le demi-cercle *F H A*, ſoit tirée parallélement à *B F*, une autre droite *G E* qui coupe la Cycloïde en *E*, la tangente *B I* en *I*, la demie circonférence *F H A* en *H*, & l'axe *A D* en *G*.

Il s'agit de démontrer que le temps de la chûte non accélérée par l'arc *B E* de la Cycloïde, & le temps de la chûte non accélérée par la tangente *B I*, avec la moitié de la viteſſe acquiſe en $\Theta$ par la chûte accélérée de *B* en $\Theta$, ſont l'un à l'autre comme l'arc circulaire *F H* eſt à la droite *F G*.

Voyons donc ſi la maniere de procéder de M. Hughens dans la démonſtration de cette propoſition, a quelque défaut qui donne lieu aux objections de M. Parent. Sa méthode eſt celle des Anciens, la réduction à l'abſurde; c'eſt-à-dire, qu'il démontre que le rapport des temps comparés eſt tel que ſa propoſition le donne; en faiſant voir que ce rapport étant ſuppoſé plus grand, ou plus petit, les deux ſuppoſitions conduiſent également à l'abſurde.

Nommant donc $t$ le temps de la chûte accélérée par l'arc de Cycloïde *AE*; & $\theta$ celui de la deſcente non accélérée par la droite *B I* avec la moitié de la viteſſe acquiſe par *B* $\Theta$; ſoit, ſuivant la premiere ſuppoſition, le rapport de $t$ à $\theta$ plus grand que le rapport de l'arc de Cercle *F H* à la droite correſpondante *F G*. Un temps Z plus court que le temps ($t$) aura au temps $\theta$, ce rapport de l'arc *F H* à *F G*. Quelque point *N* que l'on prenne au-deſſus du point *B*, le temps par *B E* après *NB*, ſera plus court que le temps par *B E* ($t$); & l'on peut prendre le point *N*, tel que le temps par *B E* après *N B*, ſera d'un côté plus court que le temps par *B E* ($t$), & de l'autre plus long que le temps $z$. Soit ce point *N* pris ainſi, & le temps de *B E* après *N B* ſoit appellé $y$; $y$ étant plus grand que $z$, il aura une plus grande raiſon à $\theta$ que $z$, & par con-

ſéquent plus grande que celle de l'arc *FH* à la droite *FG*; ſoit donc la raiſon de $y$ à $\theta$ celle de l'arc *FO* à la droite *FG*.

Il faut préſentement diviſer la droite *FG* en parties égales *FP*, *PQ*, &c. telles que chacune ſoit plus petite que la hauteur de la ligne *NB*, & plus petite auſſi que la hauteur de l'arc *HO*. Des points de diviſion il faut mener les droites $P\Lambda$, $Q\Xi$, &c. paralleles à la baſe *DC*, & terminées à la tangente $B\Theta$; & des points où ces paralleles coupent l'arc *FH*, il faut mener de bas en haut les tangentes $\Delta X$, $\Gamma\Sigma$, terminées chacune par la rencontre de la plus proche parallele; il faut faire la même choſe aux points où ces mêmes paralleles rencontrent la Cycloïde, c'eſt-à-dire, mener les tangentes *SV*, *TM*, &c. Il faut de plus ajouter à la droite *FG* une partie *GR*, égale à celles qui ont été faites par la diviſion, & mener $R\Phi$ parallele à *DC*, & qui rencontre la circonférence en $\Phi$.

Tout cela fait; voici le raiſonnement de M. Hughens. Le temps de la deſcente par la tangente *VS* avec une viteſſe uniforme, égale à la viteſſe acquiſe par la chûte de *B* en *S*, eſt plus grand que celui de la deſcente accélérée par l'arc *B S*; après la chûte par *NB*, & cela par pluſieurs endroits; 1°. parce que la hauteur de *BS* étant plus petite que celle de *NB*, la viteſſe acquiſe par la chûte de *B* en *S*, qui eſt celle de la deſcente uniforme par *VS*, eſt moindre que la viteſſe acquiſe par la chûte de *N* en *B*, qui eſt celle avec laquelle commence la deſcente par l'arc *B S*. 2°. Parce que la premiere continue uniformément tout le long de la tangente *VS*, au lieu que la ſeconde, qui eſt déja plus grande que l'autre, s'accélere encore tout le long de l'arc *AB*. 3°. Parce que la tangente *VS* eſt plus grande que l'arc *BS*; & 4°. parce qu'elle eſt plus inclinée dans toutes ſes parties, que l'arc *B S* ne l'eſt dans aucune des ſiennes. Par les mêmes raiſons le temps de la deſcente uniforme par la tangente *MT* avec la viteſſe acquiſe par la chûte de *B* en *T*, ſera plus grand que celui de la deſcente accélérée par l'arc *ST* après la chûte par *N S*; ce qui étant également vrai à l'égard de toutes les autres tangentes interceptées, & de tous leurs arcs correſpondants, on en conclut

évidemment que la ſomme des temps des mouvemens uniformes par les tangentes, eſt plus grande que la ſomme des temps des mouvemens accélérés par les arcs; laquelle derniere ſomme eſt préciſément le temps entier de la deſcente accélérée par l'arc *B E* après *NB*, temps qui a été appellé *y*. Ainſi, en nommant la ſomme des temps par les tangentes *s*, nous avons trouvé *s* plus grand que *y*.

On va préſentement le trouver plus petit; c'eſt ce qui réſultera du rapport donné par la vingt-troiſiéme propoſition de l'Auteur, expoſée ci-deſſus; du rapport, dis-je, entre ces mêmes temps des mouvemens uniformes par les tangentes avec des viteſſes acquiſes par des chûtes de *B*, juſqu'à leurs points d'attouchement, & les temps des mouvemens uniformes par les parties correſpondantes de *B I*, avec la moitié de la viteſſe acquiſe par la chûte *B* en Θ.

Car par cette propoſition, le temps de la deſcente uniforme par la tangente *V S* avec une viteſſe acquiſe par la chûte de *B* en *S*, point d'attouchement de cette tangente, eſt au temps de la deſcente uniforme par *B* Λ, partie correſpondante de *B I*, avec la moitié de la viteſſe acquiſe par une chûte de *B* en Θ, comme Δ *X*, tangente du Cercle compriſe entre les mêmes paralleles eſt à *FP*, partie du Cercle correſpondante. De même le temps par la tangente *MT* avec une viteſſe acquiſe par la chûte de *B* juſqu'au point d'attouchement *T*, eſt au temps par la partie Λ Ξ de *B I*, toujours avec la moitié de la même viteſſe acquiſe de *B* en Θ, comme la tangente du Cercle Γ Σ à la partie de l'axe *P Q*; & ainſi de ſuite, le temps par chacune des tangentes ſera au temps par chacune des parties de *B I* qui leur répondent, comme la tangente du Cercle, compriſe entre les mêmes paralleles, eſt à la partie de l'axe qui lui répond.

Dans chacune de ces analogies il y a ces quatre termes: le premier, le temps par la tangente de la Cycloïde; le ſecond, le temps par la partie correſpondante de *B I*; le troiſiéme, la tangente du Cercle; le quatrieme, la partie correſpondante de l'axe. Ce quatriéme terme eſt conſtant, les parties de l'axe

étant égales, le second est constant aussi. Les temps par les parties de la droite *B I* étant égaux, puisqu'ils sont entr'eux comme ces mêmes parties qui sont égales; donc, dans toutes ces analogies les rapports de ces quatre termes sont semblables; donc on peut conclure, *componendo*, que la somme des temps par les tangentes de la Cycloïde, que nous avons appellée *s*, est à la somme des temps par les parties de *B I*, c'est-à-dire, au temps entier par *B I*, que nous avons nommé $\theta$, comme la somme des tangentes du Cercle, comprises entre les deux paralleles *FB*, *GI*, (somme moindre que l'arc *F*$\Phi$ par la vingtiéme proposition de l'Auteur) à la somme des parties correspondantes de l'axe, c'est-à-dire, à la droite *FG*.

Le rapport du temps *s* au temps $\theta$ sera donc plus petit que celui de l'arc *F*$\Phi$; & à plus forte raison de l'arc *F O*, à la droite *FG*; donc le temps *s* sera beaucoup plus petit que le temps *y*; c'est-à-dire, que le temps de la chûte accélérée par l'arc cycloïdal *B E* après *N B*, qui par hypothèse a ce dernier rapport au temps $\theta$; mais on a déja trouvé qu'il étoit plus grand; il sera donc plus grand & plus petit; ce qui est absurde.

On a été conduit à cette absurdité par la supposition que le temps *t* avoit un plus grand rapport au temps $\theta$, que l'arc *FH* à la droite *FG*; par la supposition contraire que le rapport du temps *t* au temps $\theta$ est plus petit que celui de l'arc *FH* à la droite *FG*, on est conduit à une pareille absurdité; d'où il suit que le rapport du temps *t* au temps $\theta$ n'est ni plus grand ni plus petit que celui de l'arc *FH*, à la droite *FG*; ce que M. Hughens avoit à démontrer.

Il seroit inutile & fort ennuyeux de poursuivre avec lui cette nouvelle supposition. A quelques petits changemens près que la supposition demandoit, la construction & la maniere de raisonner sont les mêmes; nous nous arrêterons donc à la partie que nous venons d'exposer.

Rien, ce me semble, n'est plus clair, que tout ce qu'on y a vû: & la démonstration n'a pas moins de lieu ni moins de force dans le cas de l'Infiniment Petit, que dans celui du fini. Car supposons dans la figure même que l'arc *B A* soit infiniment

petit, toute la construction va demeurer la même. La supposition, en changeant les quantités finies en quantités infiniment petites, laisse d'ailleurs subsister tous leurs rapports; toutes les divisions sont semblables, toutes les comparaisons des temps se feront de la même maniere; il n'y aura de différence que dans un article qui regarde les tangentes de la Cycloïde *VS*, *MT*, &c. Ces tangentes dans le cas du fini sont & plus grandes & plus inclinées que leurs arcs, au lieu que dans le cas de l'Infiniment Petit, elles sont égales à leurs arcs, & également inclinées; la différence, soit de grandeur, soit d'inclinaison, n'étant dans ce cas qu'un Infiniment Petit du second genre. Cette égalité de grandeur & d'inclinaison nous ôtera un petit avantage que l'on tiroit dans le fini de ce qu'elles étoient plus grandes & plus inclinées que leurs arcs; mais ce n'est là qu'un petit surcroît dont la démonstration n'a nul besoin. Car cette considération n'entre que dans le raisonnement qu'on fait, pour montrer que le temps de la descente uniforme par chacune des tangentes avec une vitesse égale à l'acquise par la chûte du point *B*, jusqu'au point d'attouchement, est plus grand que le temps de la chûte par l'arc *BE* après la chûte par *NB*; M. Hughens en apporte quatre raisons; les deux premieres qui, pour être démonstratives, demandent seulement que les tangentes ne soient ni moins grandes ni moins inclinées que leurs arcs, ont la même évidence dans le cas de l'Infiniment Petit, que dans le cas du Fini. Ainsi les deux dernieres qui sont ce plus de grandeur, & ce plus d'inclinaison des tangentes, s'évanouissent dans le cas de l'Infiniment Petit, sans donner la moindre atteinte à la démonstration.

C'est donc une objection frivole que celle que M. Parent fait en ces termes *: *Mais il y a plus, dit-il, c'est que la vingt-quatriéme proposition de M. Hughens* ( celle que nous venons d'examiner ) *dans laquelle il prouve que le temps de la chûte d'un corps dans une Cycloïde par un arc fini, terminé à son sommet, est au temps de la chûte accélérée par son axe, comme la demie circonférence d'un Cercle à son diamétre, est*

* *Dans l'endroit déja cité de ses Recherches, &c.*

*fondée ſur une conſtruction qui n'eſt appliquable qu'à des arcs finis : quoique la précédente, d'où elle eſt tirée, s'applique à des arcs finis & infiniment petits ; d'où il ſuit*, ajoute M. Parent, *que cette vingt-quatriéme propoſition ne conclut rien pour des derniers arcs.*

Le jugement que porte ici M. Parent eſt tout-à-fait extraordinaire. Il n'aſſure pas ſimplement que la conſtruction qu'il attaque, ne peut point s'appliquer au cas de l'Infiniment Petit : il l'aſſure, même en reconnoiſſant pour générale, & pour appliquable à ce cas, celle de la vingt-troiſiéme propoſition *d'ou elle eſt tirée.* L'abſurdité eſt manifeſte; car la conſtruction attaquée n'eſt que la conſtruction même de la vingt-troiſiéme propoſition, jointe à celle de la vingtiéme, dont ma premiere remarque ſur cette même propoſition, a fait voir ſi clairement l'application au cas de l'Infiniment Petit. Tout ce qu'il y a de plus dans la conſtruction que je défends, ſe réduit au point *N* pris au-deſſus de *B*, à l'arc *HO* ajouté à l'arc *FH*, & aux raiſonnemens que l'on fait ſur le temps par l'arc cycloïdal *BE* après *NB*. Or rien n'eſt plus évident, ainſi que je l'ai déja démontré, qu'en ſuppoſant l'arc *AB* infiniment petit; point *N*; arc *HO*, raiſonnemens; tout ſubſiſte comme auparavant; la ligne *NB*, & l'arc *HO*, quantités finies, lorſque l'arc *AB* eſt fini, devenant ſeulement quantités infiniment petites du même genre que l'arc *AB*, devenu par la ſuppoſition infiniment petit.

Si M. Parent avoit attaqué la généralité de la conſtruction dans le cas même du Fini, il n'auroit pû ſans doute rien dire de ſolide ; mais du moins auroit-il pû faire une objection plus apparente que celle que nous venons de refuter. Comme elle pourroit ſe préſenter à d'autres, & embaraſſer des commençans, je la propoſerai ici, pour ne laiſſer aucun ſcrupule dans les eſprits.

M. Hughens veut démontrer que le rapport du temps par un arc quelconque de la Cycloïde terminé à ſon ſommet, eſt au temps par l'axe, comme la demie circonférence au diamétre : & il emploie pour cela ſa conſtruction; il faut donc

que ſa conſtruction ait lieu, lorſque l'arc *B E* devient l'arc *B A:* mais elle ne paroît pas appliquable à l'arc *BA;* car elle ſemble demander que quelque près du point *A* que puiſſe être pris le point extrême *E* de l'arc *B E*, l'arc *EA* qui reſte, ſoit toujours un arc fini. En effet, la droite *FG* qui répond à l'arc *FH* du Cercle, & à l'arc *B E* de la Cycloïde, eſt diviſé ſuivant la conſtruction en parties finies; & à toutes ces parties on en ajoute une *G R*, afin de pouvoir dire dans la démonſtration, que la ſomme des tangentes du Cercle compriſes entre les deux paralleles *GF, FB*, eſt moindre que l'arc *F*Φ. Quand donc l'arc *B E* deviendra l'arc *B A*, la droite *FG* devenant le diamétre entier *FA*, il faudra, pour ſuivre la conſtruction, diviſer ce diamétre en parties égales & finies; ce qu'il eſt aiſé de faire: mais comment à toutes ces parties en ajouter une autre, comme on a ajouté *G R* à *FG?* Et comment pouvoir dire alors que la ſomme des tangentes, parmi leſquelles ſe trouve la tangente infinie du point *A*, eſt moindre que la demie circonférence *FHA?* Ce cas eſt même formellement exclus dans la vingtiéme propoſition, où M. Hughens établit le rapport qui eſt entre la ſomme des tangentes & la ſomme de leurs arcs. L'arc entier, que ſa propoſition regarde, eſt ſuppoſé en termes exprès moindre que la demie circonférence.

Cette difficulté, comme je viens de le dire en la propoſant, n'en ſauroit être une que pour des commençans, qui ne connoîtroient pas aſſez les démonſtrations de la nature de celle-ci. Car pour étendre cette démonſtration à l'arc *B A*, il n'eſt nullement néceſſaire qu'on puiſſe faire ſur cet arc la conſtruction de M. Hughens, où les diviſions ſont finies. La validité de la démonſtration ne demande point que cette conſtruction ſubſiſte, lorſque le point *E* eſt tombé ſur le point *A;* elle demande ſeulement qu'elle ſubſiſte juſqu'à ce que l'un tombe ſur l'autre, & qu'elle ne diſparoiſſe qu'avec l'arc *E A*, ou qu'au moment que l'arc *E A* paſſe du Fini à l'Infiniment Petit. Qui ne voit en effet que dans ce même inſtant l'arc *B E* ne différant de l'arc *B A*, l'arc *FH* de la de-

mie circonférence *FHA*, & la droite *FG* du diamétre entier *FA*, que d'une quantité plus petite qu'aucune quantité donnée, la démonstration demeure dans toute sa force.

Mais on peut encore le montrer avec la derniere évidence, par l'application même au cas proposé, de la construction dont il s'agit, en y changeant seulement les divisions finies de la droite *FG* en divisions infiniment petites; ce que la proposition de M. Hughens laisse la liberté de faire *. Car sans changer de Figure, supposons seulement que dans celle de M. Hughens le point *E* est infiniment près du point *A*, de même que le point *H*, & le point *G*; & que *GA*, quoiqu'infiniment petite, étant divisée au point *R* en deux parties, toutes les autres parties de l'axe *FP*, *PQ*, &c. sont égales chacune à *GR*, & par conséquent infiniment petites; il n'y a rien dans la proposition qui empêche de les prendre ainsi. L'arc *HO* étant toujours un arc fini, le point *O* doit être imaginé sur l'autre demie circonférence. Cela bien entendu, il est clair que la somme des tangentes infiniment petites, interceptées entre les deux paralleles *FB*, *GE*, qui auparavant étoit moindre que l'arc *FΦ*, lui sera égale, & par conséquent moindre que l'arc *FO*, comme auparavant. On aura donc dans ce cas, comme dans tout autre, le rapport du temps par l'arc cycloïdal *BE* ou *BA* au temps par l'axe *DA*, égal au rapport de l'arc *FH*, ou *FA*, à la droite *FG* ou *FA*; c'est-à-dire, égal au rapport de la demie circonférence au diametre.

* Elle défend de les prendre plus grandes que la hauteur de *NB*, & que celle de l'arc *HO*; mais elle permet de les prendre aussi petites qu'on voudra.

Tout ce que l'on vient de dire ici dans le cas de l'arc fini *BA*, a si visiblement son application dans celui où *BA* est supposé infiniment petit, qu'il n'est pas nécessaire que je m'y arrête.

Revenons à M. Parent. Comme il convient de l'Isochronisme de la Cycloïde, lorsque les arcs terminés au sommet sont finis, & qu'il reçoit à cet égard la démonstration de M. Hughens, il la confirme, en nous en donnant une lui-même par la Méthode du nouveau Calcul. Elle est très-bonne, & ne s'éloigne pas beaucoup d'une autre que j'avois donnée dans le Journal des Savans du 4. Juin 1703. Il y ajoute des

des remarques qui en combattent l'application au cas de l'Infiniment Petit; mais comme ce n'eſt pas en faiſant voir que la démonſtration eſt en défaut à cet égard, & qu'elles ne ſont appuyées que ſur la ſuppoſition qu'il fait, que la corde infiniment petite du Cercle oſculateur doit être priſe pour ſon arc infiniment petit; j'ai ſuffiſamment montré que l'erreur, dont nous cherchons la ſource, ne peut ſe trouver que dans le principe qui nous reſte à examiner. Je n'aurois donc plus qu'à l'y découvrir en effet, ainſi que je m'y ſuis engagé. Mais quelque preſſé que je ſois par l'ennui d'une longue réfutation de le faire & de finir, je veux encore avant cela donner ici de l'Iſochroniſme de la Cycloïde, une démonſtration nouvelle, très-ſimple, ſans calcul, évidemment appliquable au cas de l'Infiniment Petit, & ſi clairement, ſi immédiatement liée avec celle de Galilée ſur le temps des chûtes par les cordes du Cercle, qu'on puiſſe les regarder comme une ſeule & même démonſtration.

Soient * *ADP*, *adP*, deux Cercles égaux qui ſe touchent au point *P*, & ſoient les cordes quelconques *AP*, *BP*, *CP*, *DP*, prolongées juſqu'à la rencontre du Cercle inférieur, aux points *a*, *b*, *c*, *d*; je dis que le temps de la chûte par $AP + Pb$ eſt égal à celui de la chûte par $CP + Pd$. * Fig. 7.

DÉMONSTRATION.

La vîteſſe acquiſe au point *P* par la chûte de *A* en *P* étant ſuivant *Pb* à ce qu'elle eſt ſuivant *Pa*, comme *Pb* à *Pa*, le temps de la chûte par *AP*, continuée par *Pb*, eſt égal à celui de la même chûte par *AP*, continuée par *Pa*; c'eſt-à-dire, que le temps par $AP + Pb$ eſt égal au temps par *Aa*. On démontrera de même que le temps de la chûte par $CP + Pd$, eſt égal au temps de la chûte par $CP + Pc$, ou *Cc*; mais le temps par *Aa*, double de la corde *AP*, eſt égal au temps par *Cc*, double de la corde *CP*; donc auſſi le temps par $AP + Pb$ ſera égal au temps par $CP + Pd$; ce qu'il falloit démontrer.

Il eſt évident que ce que je viens de démontrer des cordes

prises deux à deux comme ou voudra, & mises au bout l'une de l'autre avec la position qu'elles ont entr'elles dans le Cercle ; c'est-à-dire, faisant le même angle sous lequel elles s'y rencontrent au point *P*, s'étend à un nombre quelconque de cordes, soit fini, soit infini, mises ainsi au bout les unes des autres, & disposées comme des plans contigus ; c'est-à-dire, que le temps de la chûte par une suite de cordes disposées de cette sorte, & prises en nombre infini, sera toujours égal au temps de la chûte par une autre suite de cordes disposées de même, & prises en égal nombre infini.

Il n'est pas moins évident que ce qui est vrai des cordes entieres, est vrai aussi de leurs parties proportionnelles, soit finies, soit infiniment petites, comme cela se voit à l'œil par les deux autres Cercles égaux *PKG*, *Pkg*, de la Figure qui retranche des parties proportionnelles quelconques des cordes. Si donc au lieu de deux suites de cordes prises en nombre infini & égal, on suppose deux suites de leurs parties infiniment petites & proportionnelles, le temps de la chûte par une de ces suites sera égal à celui de la chûte par l'autre suite.

Ce sera encore la même chose, si les parties de l'une & de l'autre suite n'étant pas proportionnelles à leurs propres cordes, celles de l'une cependant sont à celles de l'autre, chacune à chacune, comme les cordes de l'une sont aux cordes de l'autre chacune à chacune.

Pour mettre cela sous les yeux, les choses étant les mêmes que dans la Figure précédente, & prenant *GP* pour une partie quelconque de la corde *AP*, & *MP* pour une partie quelconque de la corde *BP*; soit fait *AP*. *CP* : : *GP*. 4^me^. proportionnelle qui sera *IP*; & *BP*. *DP* : : *PM*. *PN*: si ensuite vous ajoutez à la Figure précédente des deux côtés
* Fig. 8. du point *P* les deux * Cercles égaux *PNM*, *Pnm*, qui passent l'un en haut par les deux points *N*, *M*, & l'autre en bas par les points *n*, *m*, je dois faire voir que le temps de la chûte par $GP + Pm$, est égal au temps de la chûte par $IP + Pm$.

La chûte par $Hm$ * eſt iſochrone à la chûte par $Kn$; mais la chûte par $Hm$ eſt auſſi iſochrone à celle par $GP + Pm$, & la chûte par $Kn$, iſochrone auſſi à celle par $IP + Pn$: donc la chûte par $GP + Pm$ eſt iſochrone à la chûte par $IP + Pn$; ce que je devois faire voir. *Suivant la démonſtration précédente.

Il eſt donc démontré que deux ſuites d'un nombre égal de cordes, ſoit fini, ſoit infini, étant données, ſi au lieu des cordes mêmes, l'on en prend des parties quelconques, ſoit finies, ſoit infiniment petites, & qu'on en faſſe deux ſuites diſpoſées de la même ſorte, quelque rapport que les parties de chaque ſuite aient entr'elles & avec leurs propres cordes, pourvû que celles d'une ſuite ſoient à celles de l'autre, la 1re à la 1re, la 2de à la 2de, la 3me à la 3me, &c. comme la 1re corde à la 1re, la 2de à la 2de, la 3me à la 3me, &c. il eſt, dis-je, démontré que le temps de la chûte par une de ces deux ſuites, ſera égal au temps de la chûte par l'autre.

Maintenant ſoit * $PMC$ une Courbe qui ait pour axe le diamétre du cercle $ADP$, & pour origine ou ſommet le point $P$. Ayant pris ſur cette Courbe deux arcs quelconques $MP$, $GP$, & mené de ces deux points, les deux perpendiculaires à l'axe $MB$, $GK$, qui coupent le cercle en $D$ & en $R$: par des paralleles à ces deux droites, ſoit entendu l'un & l'autre arc être diviſé en nombre égal de parties infiniment petites & égales entr'elles dans chaque arc; la petite partie $MN$ interceptée entre les paralleles $AB$, $NO$, eſt une de celles de l'arc $MP$; & $GH$ interceptée entre les paralleles $GK$, $HF$, eſt une de celles de l'arc $GP$. Du point $P$ à tous les points où les paralleles rencontrent le cercle, comme $D$, $S$, $R$, $T$, &c. ſoient menées les cordes $PD$, $PS$, $PR$, $PT$, &c. *Fig. 9.

Cela étant fait, ſi la Courbe eſt telle que chaque $MN$ étant à chaque $GH$, comme la corde qui répond à chaque $MN$, telle qu'eſt ici $DP$, eſt à celle qui répond à chaque $GH$, telle qu'eſt ici $RP$; & de plus que les $MN$ ſoient paralleles à leurs cordes, & les $GH$ paralleles aux leurs; il eſt évident que les deux arcs $MP$, $GP$, auront toutes les conditions des deux ſuites de parties infiniment petites, dont on

vient de démontrer que le temps de la chûte par l'une, eſt le même que celui de la chûte par l'autre. Les chûtes par les différens arcs de notre Courbe ſeront donc iſochrones; mais cette Courbe eſt juſtement la Cycloïde même; donc l'iſochroniſme de la Cycloïde eſt exactement démontré, & démontré par la ſeule doctrine de Galilée ſur les chûtes par les cordes du cercle.

Le tour de cette démonſtration ne ſauroit permettre d'en conteſter l'application, au cas de l'arc infiniment petit de la Cycloïde.

Car ſoit *GP* l'arc infiniment petit de la Cycloïde *CMP*, dont *MP* eſt un arc fini quelconque; ſoit cet arc fini diviſé comme auparavant, en un nombre infini de parties égales entr'elles. L'arc *GP*, quelque infiniment petit qu'il ſoit, étant encore diviſible à l'infini, je puis le concevoir diviſé en un même nombre infini de parties égales, que l'arc fini *MP*; & ſi de tous les points de diviſion on mene comme ci-devant des paralleles perpendiculaires à l'axe *AP*, l'arc circulaire *DSP* qui eſt fini, & l'arc infiniment petit *RTP*, ſeront auſſi diviſés en un même nombre infini de parties, & menant les cordes *PD*, *PS*, &c. à tous les points de diviſion de l'arc fini *DSP*, & les cordes *PR*, *PT*, &c. à tous ceux de l'arc infiniment petit *GP*, on aura un même nombre de cordes finies dans l'arc fini *DSP*, que de cordes infiniment petites dans l'arc infiniment petit *GHP*. On pourra donc compoſer deux ſuites de cordes priſes en nombre égal: & M. Parent étendant, comme il fait, & comme on doit faire, la démonſtration de Galilée ſur les chûtes par les cordes, l'étendant, dis-je, aux cordes infiniment petites, la chûte par la ſuite des cordes finies ſera iſochrone à la chûte par la ſuite des cordes infiniment petites; d'où s'enſuivra par tout ce que nous venons de démontrer, l'iſochroniſme de l'arc fini quelconque *MP*, & de l'arc infiniment petit *GHP* de la Cycloïde.

Il y a bien d'autres tours de démonſtration de la même propriété de cette Courbe; mais de tous ceux qui ſe ſont préſentés à moi, celui-ci m'a paru le plus accommodé à mon

dessein. En donnant dans le Journal des Savans de 1703. la démonstration dont j'ai déja parlé, toute semblable à celle de M. Parent, je me suis fait un plaisir de dire qu'on trouvoit dans les Mémoires de l'Académie, qui venoient alors de paroître, tout ce qui regarde les mouvemens curvilignes, & la chûte par la Cycloïde en particulier, épuisé en peu de mots par M. Varignon, & démontré de la maniere du monde la plus élégante. J'embrasse ici avec le même plaisir l'occasion de le répéter, mais avec un extrême regret de la perte que nous avons faite d'un si célébre Géometre, & que j'ai faite en particulier, d'un si illustre ami.

Je viens enfin au dénoûment de la difficulté. La discussion du Principe par lequel on se permet de prendre pour l'arc infiniment petit du Cercle osculateur, d'un côté sa corde, & de l'autre, l'arc infiniment petit de la Cycloïde, va nous donner ce dénoûment.

Nous voilà déja convaincus qu'on ne peut point prendre l'un & l'autre pour le petit arc circulaire; puisque pour n'avoir qu'une seule détermination du temps de la chûte par le petit arc du Cercle, il faudroit que le temps de la chûte par le petit arc de la Cycloïde, fût égal à celui de la chûte par la corde du petit arc de Cercle, contre les démonstrations précédentes. Il n'y a donc, ou que ce petit arc seul de la Cycloïde, ou que la corde seule du petit arc du Cercle, qu'on puisse prendre pour ce dernier petit arc; ou bien on ne peut prendre pour lui ni l'un ni l'autre: & dans ce cas les deux déterminations différentes qu'on a vûes du temps par le petit arc circulaire, seroient également fausses.

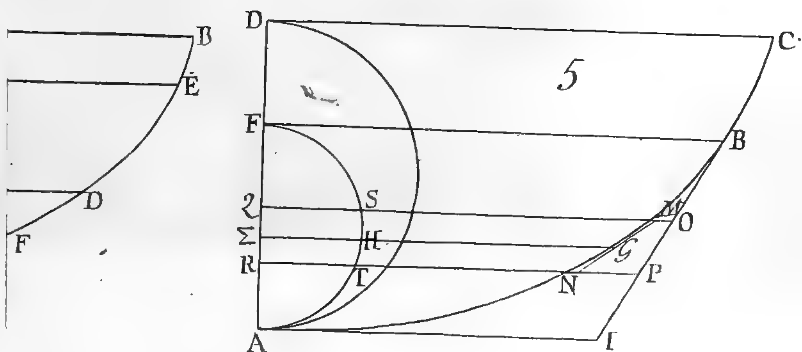
Et d'abord il est évident que l'arc infiniment petit du Cerle, étant l'arc d'osculation de la Cycloïde, couché sur l'arc infiniment petit de la Cycloïde, & par conséquent n'en différant ni en grandeur ni en position, il n'y a rien dans la question qui les empêche d'être pris l'un pour l'autre; d'où il suit nécessairement, par tout ce qu'on vient de dire, qu'on ne peut plus prendre la corde pour le petit arc circulaire. Voilà qui est certain; mais on n'a pas encore résolu la difficulté

qui ſe préſente: elle demande qu'on faſſe voir la raiſon claire & immédiate pourquoi le petit arc circulaire & ſa corde ne peuvent point être pris ici l'un pour l'autre.

Lorſqu'il eſt queſtion du temps qu'un corps emploie dans ſa chûte, il faut bien ſe ſouvenir que la grandeur de ce temps dépend de deux choſes; de la grandeur de la ligne parcourue, & de l'inclinaiſon uniforme & conſtante de toute la ligne, ſi c'eſt une ligne droite; ou de l'inclinaiſon variable de tous ſes côtés infiniment petits, ſi c'eſt une courbe.

Cela bien conſideré, & jettant les yeux ſur la Figure 10. dans laquelle *FOP* eſt l'arc infiniment petit du Cercle *GPH*, & *FP* ſa corde, il eſt manifeſte que les deux points extrémes *F*, *P*, de l'arc & de la corde étant les mêmes, & l'angle que font l'arc & la corde, étant infiniment petit, l'un peut être pris pour l'autre en grandeur, l'arc ne pouvant être plus grand que la corde que d'un infiniment petit du ſecond genre. On pourroit encore les prendre l'un pour l'autre à l'égard de la poſition, ſi la viteſſe avec laquelle la chûte commence, étoit une viteſſe finie, ou même une viteſſe du même genre que celle avec laquelle commence la chûte par les arcs; parce qu'alors, tant l'arc que la corde ſeroient parcourus dans un inſtant, & que l'angle infiniment petit qu'ils font enſemble, & qui fait la différence de leur poſition, n'en mettroit au temps qu'une infiniment petite du ſecond genre, qui eſt nulle, & par conſéquent le temps par l'arc ſeroit égal au temps par la corde. Mais la viteſſe avec laquelle commence la chûte par le petit arc & par ſa corde, étant d'un genre au-deſſous de celle avec laquelle commencent les chûtes par les arcs finis; & par conſéquent le temps de la chûte par l'arc infiniment petit, étant un temps fini, on eſt obligé de conſiderer, tant dans le petit arc que dans la corde, des parties interceptées entre des paralleles perpendiculaires à l'axe, telles que ſont ici * *FM*, *FN*, *MB*, *ND*, &c. Or l'angle conſtant que font les paralleles *RM*, *SB*, avec les parties interceptées de la corde, étant infiniment petit, & du même genre que l'angle variable que les parties de la corde font avec celles de

* Fig. 10.




Ph. Simonneau Sculp.

Fig. 1

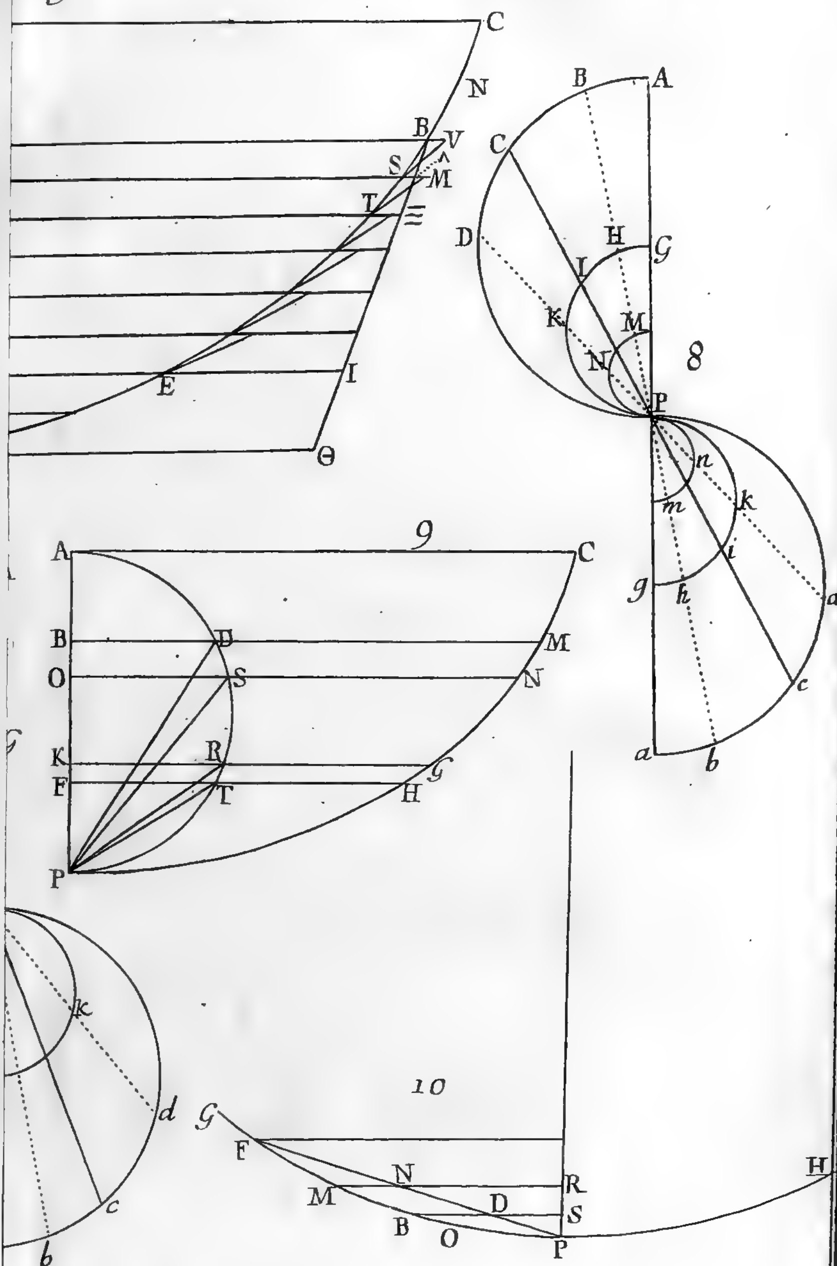
2

3

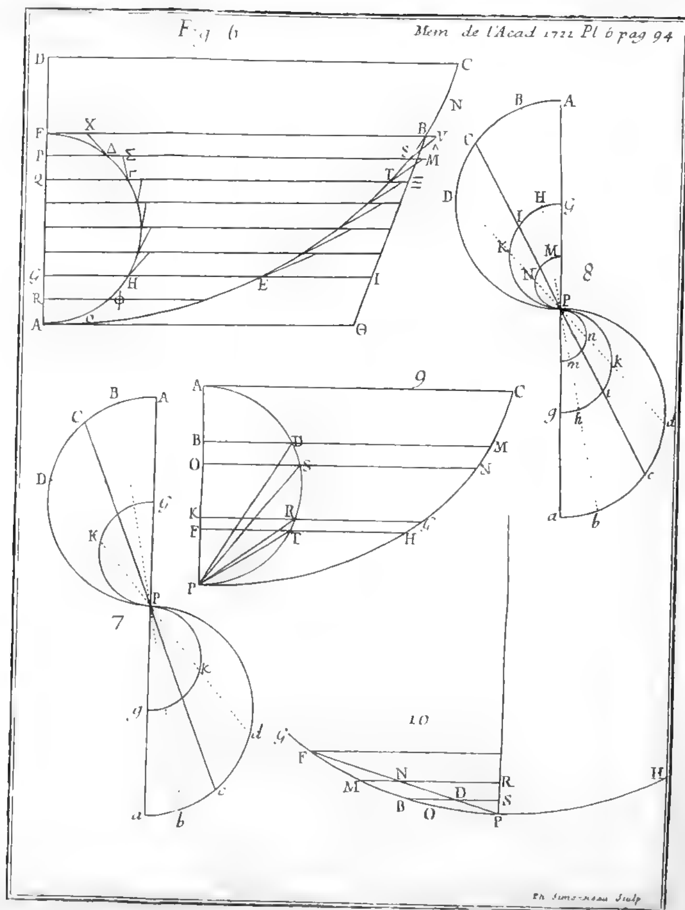
4

5

Ph. Simonneau Sculp.




Ph. Simonneau Sculp.




Ph. Simonneau Sculp.

l'arc, les parties de la corde ont avec celles de l'arc des rapports finis & variables ; ce qui donne un temps par l'arc différent du temps par la corde : car il eſt viſible que pour rendre ces deux temps égaux, il faudroit que par-tout les *FM* & les *MB* ne différaſſent des *FN* & des *ND*, que d'une quantité infiniment petite du ſecond genre qui ſeroit nulle, ce qui donneroit par-tout un rapport d'égalité ; & cela ſeroit en effet, ſi l'angle *NFM* étant infiniment petit, comme il eſt, l'angle *MNF* de la parallele avec *NF* étoit fini ; mais cet angle étant auſſi infiniment petit, & du même genre que l'autre, *FM* a un rapport fini avec *FN*, juſqu'à pouvoir n'en être que la moitié ; car ſi l'angle *MNF* étoit égal à l'angle *MFN*, le petit triangle ſeroit iſocele, on auroit $FM = MN$; & l'angle *FMN* étant infiniment grand, on auroit $FN = FM + MN = 2FM$.

---

# *MEMOIRE SUR LA VÉGÉTATION DES SELS.*

Par M. PETIT, Médecin.

IL y a près d'un ſiecle que la Phyſique eſt devenue toute expérimentale. La plûpart des ſyſtemes & des hypotheſes ne ſont appuyées & ſoutenues que par les preuves que l'on tire des expériences. Mais il arrive aſſez ſouvent que lorſque l'on fait des expériences pour prouver ce que l'on a avancé, on découvre des choſes auſquelles on n'avoit nullement penſé. 29. Août, 1722.

Je ne ſongeois à rien moins qu'à faire des Végétations ſalines, lorſque j'expoſai à l'air pluſieurs taſſes de fayence remplies de différentes diſſolutions de Sels, pour examiner l'évaporation & la perte reſpective qui ſe faiſoit de ces diſſolutions toutes les vingt-quatre heures. Je m'apperçus qu'il y en avoit une qui faiſoit des concrétions tout autour du bord de la taſſe

dans laquelle elle étoit; c'étoit la dissolution de Salpêtre rafiné. Cela m'engagea d'examiner toutes les autres dissolutions, & je trouvai que la dissolution du Sel ammoniac formoit aussi des concrétions, mais bien différentes de celles du Salpêtre. Les concrétions de la dissolution du Sel ammoniac étoient des mammelons, & celles du Salpêtre rafiné formoient des cristaux qui répréſentoient des pointes de rochers; & il m'a semblé qu'on pouvoit donner à ces sortes de concrétions, le nom de *Végétations*, à l'exemple de plusieurs Physiciens-Chymistes qui ont donné ce nom à beaucoup d'autres productions à peu près semblables, par rapport seulement à la forme qu'ils prennent, étant d'ailleurs bien persuadé que la maniere de se former est toute différente de celle des Plantes, qui se fait par la circulation des sucs dans leurs canaux; au contraire, de nos Végétations qui ne sont formées que par l'application extérieure des parties salines qui les produisent, soit que la dissolution coule à l'extérieur des concrétions, soit qu'elle passe à travers les pores que les parties salines laissent entr'elles.

Un des plus habiles Chymistes que nous ayons eu dans le siecle passé, qui est mort, de cette Académie, & qui a le plus travaillé sur ces sortes de Végétations, en un mot M. Homberg n'a pas hésité de leur donner ce nom. Il en a fait trois classes.

Je rangerai les Végétations dont je vais parler, avec les espéces de la troisieme classe de ce savant Chymiste.

Les matieres dont je me suis servi pour produire les Végétations que j'ai fait voir à la Compagnie, sont le Salpêtre rafiné, ou de la troisiéme cuite, le Cristal mineral, le Sel ammoniac, le Sel marin, le Sel *de duobus*, ou l'imprégnation de la Tête-morte restée après la distillation de l'Eau-forte, &c. Ces sels ont été dissous, ou dans l'Eau-commune, ou dans l'Eau de chaux, dans le Vin blanc, dans le Vin rouge, dans l'Esprit de Nitre, dans l'Esprit de Sel, dans l'Esprit de Vitriol, l'Esprit de Nitre & l'Huile de Tartre p. d. l'Esprit de Vitriol & l'Huile de Tartre p. d. l'Esprit de Sel & l'Esprit volatil d'Urine.

Le

Le Salpêtre rafiné, diſſout dans l'eau commune, produit, comme je l'ai dit, des végétations en pointes de rochers; & afin que cette production ſoit plus prompte, il faut que l'eau ſoit ſoûlée de ce ſel : elle tient pour l'ordinaire en diſſolution pendant l'été une partie de ſel ſur trois parties d'eau, & même quelquefois davantage : j'en ai fait diſſoudre juſqu'à neuf dragmes & demie dans trois onces d'eau, ſans qu'il ſe ſoit fait de criſtalliſation; & à meſure que les chaleurs diminuent, l'eau en tient moins en diſſolution; enſorte qu'en hiver cela va à une partie de Salpêtre dans quatre parties & demie d'eau. *Voyez la Planche 1. Fig. 1.*

L'Eau de chaux diſſout autant de Salpêtre que l'Eau commune. Cette diſſolution a produit des pointes de rochers aſſez belles, & plus menues que celle de l'Eau commune.

Le Vin blanc de Champagne diſſout moins de Salpêtre que l'Eau commune : & le Vin rouge de Bourgogne en diſſout un peu moins que le Vin blanc. Quatre onces & demie de ces Vins diſſolvent en été une once de Salpêtre rafiné. Cette diſſolution a formé des têtes inégales, à cauſe des petites molécules qui les compoſent. Chaque petite molécule paroît grenue comme la ſuperficie des mûres; & le tout répréſente en quelque maniére une grape de raiſin.

J'ai mêlé enſemble de l'Eſprit de Nitre & de l'Huile de Tartre p. d. juſqu'à ſaturation; j'ai ajoûté autant d'Eau commune qu'il a été néceſſaire pour diſſoudre le ſel qui s'eſt produit & précipité dans ce mêlange; je l'ai mis dans une taſſe de fayence; je l'ai expoſé au Soleil. Il s'eſt formé ſur les bords de la taſſe une végétation à peu près ſemblable à celle du Salpêtre rafiné diſſout dans l'Eau commune; mais plus agréable, en ce qu'elle eſt plus fine & plus raméfiée. L'on ſait que le mêlange d'Eſprit de Nitre & d'Huile de Tartre p. d. produit un vrai Salpêtre. *

Le Sel Armoniac ſe diſſout dans l'Eau commune dans la même quantité que le Salpêtre rafiné; car trois onces d'Eau

* Il eſt fait mention d'une Végétation à peu près ſemblable dans les expériences de M. Poliniere, p. 385. Il eſt auſſi parlé dans le même endroit des branchages formés par la diſſolution de la Tête-morte de l'Eau-forte.

commune tiennent en diſſolution à froid une once de Sel Armoniac.

*Voyez la Planche 1. Fig. 2.*

Cette diſſolution a formé, ſur des gobelets de verre, des mammelons ſemblables à des cailloux entaſſés les uns ſur les autres. Ils ſont un peu différents ſur des gobelets de grès, & ſur des gobelets d'étain; car ſur ces derniers vaſes les mammélons y ſont formés à peu près ronds, & tous hériſſés de pointes fort courtes. J'ai fait de ſemblables végétations avec le Sel Armoniac & le Salpêtre rafiné diſſouts enſemble, parties égales, dans l'Eau commune. Onze dragmes de Sel Armoniac, & onze dragmes de Salpêtre, ſe ſont diſſoutes aiſément en été dans vingt-huit dragmes d'Eau commune ſans faire de criſtalliſation.

L'Eau de chaux diſſout autant de Sel Armoniac que l'Eau commune; cette diſſolution produit des végétations ſur des gobelets de grès, peu différentes de la derniére dont je viens de parler: mais celles qu'elle produit ſur des gobelets de verre, ſont des têtes un peu dégagées les unes des autres, & rendues inégales par de petits mammelons qui les ſurmontent. Les végétations qu'elle forme ſur des taſſes d'émail, ſont encore différentes, en ce que ce ſont des têtes aſſez rondes, plus petites, plus unies, & plus dégagées les unes des autres.

J'ai mêlé de l'Eſprit de Sel & de l'Eſprit d'Urine juſqu'à ſaturation. J'ai mis ce mêlange dans une taſſe de fayence; il a produit une végétation approchante de la diſſolution de Sel Armoniac, quoique du premier abord elle paroiſſe très-différente, parce que les mammelons en ſont beaucoup plus petits. Ceux qui ſavent que le mêlange de ces deux eſprits produit un vrai Sel Armoniac, ne ſeront pas étonnés de cette végétation.

Quatre onces de Vin rouge de Bourgogne tiennent en diſſolution à froid, en été, une once de Sel Armoniac: le Vin blanc de Champagne en diſſout un peu plus. Cette diſſolùtion miſe das une taſſe de fayence au ſoleil, forme de petites têtes oblongues, inégales, dont la ſurface eſt grenue comme celle des mûres, & attachées à des eſpéces de queues, ce qui

les fait reſſembler en quelque maniére à des grapes de raiſin. Voilà de quoi donner à penſer à ceux qui donnent dans le merveilleux. Ils ne manqueront pas d'attribuer cet effet à la palingénéſie, avec d'autant plus de confiance, que, comme je viens de le dire, le Salpêtre diſſout dans le Vin, produit le même effet; joint à ce que preſque toutes les végétations de Sel Armoniac avec le Vin, différent peu les unes des autres, ſoit qu'elles ſe faſſent ſur le verre, ſur la fayence, ſur le grès, & même ſur l'étain : mais l'on ſait aujourd'hui à quoi s'en tenir ſur cette réproduction chimérique. J'en ai fait ſur des taſſes d'émail qui n'ont aucune reſſemblance à des grapes de raiſin. Outre cela je n'ai pas toujours réuſſi à faire de pareilles végétations : il y a plus, c'eſt que j'ai une végétation formée par les fleurs de Sel Armoniac diſſoutes dans l'Eau commune, qui répréſente des grapes de raiſin mieux formées que celles qui ſont produites avec le Vin. Ces fleurs de Sel Armoniac ont été retirées dans la diſtillation de l'Eſprit volatil de Sel Armoniac par le Sel fixe de Tartre.

Le Sel Armoniac diſſout dans l'imprégnation de la Tête-morte de l'Eau-forte, a auſſi formé des concrétions qui reſſemblent à des grapes de raiſin.

Les végétations de Salpêtre, & celles de Sel Armoniac ont beſoin de ſoleil pour ſe bien former. On y expoſe des taſſes ou des gobelets remplis de leur diſſolution : car quoi que ces deux Sels puiſſent produire des végétations à l'ombre, elles ne ſont jamais ſi belles, & il leur faut d'ailleurs beaucoup plus de temps; en dix ou douze jours on fait de belles végétations de Salpêtre & de Sel Armoniac au ſoleil; & il faut quelquefois plus d'un mois pour en former à l'ombre. Celles de Salpêtre ſe forment plus promptement à l'ombre que celles du Sel Armoniac; & ces derniéres ne peuvent ſe former à l'ombre que dans un temps fort ſec : mais tout au contraire elles ſe forment plus promptement au ſoleil que celles de Salpêtre.

Les végétations de Salpêtre ne ſe forment pas ſi bien ſur le grès que ſur la fayence, & ſont un peu différentes les unes des autres.

Celles de Sel Armoniac se forment mieux sur le verre que sur la fayence; sur la fayence fine que sur la fayence commune, sur la fayence commune que sur le grès, & sur le grès que sur l'étain.

Voici des végétations qui n'ont pas besoin de soleil pour leur production.

J'ai mêlé ensemble de l'Esprit de Vitriol avec de l'Huile de Tartre p. d. jusqu'à saturation. J'ai ajoûté de l'eau pour dissoudre le sel qui s'est produit & précipité dans ce mélange. Je l'ai mis dans une tasse de fayence. Il s'est formé sur ses bords de petites végétations semblables à de petits buissons. Je n'ai pû réussir qu'une seule fois à faire cette végétation, quoique je l'aie tenté plusieurs fois de la même maniére, avec le même Esprit de Vitriol, la même Huile de Tartre, dans le même lieu & dans le même vase.

Une des végétations des plus promptes & des plus jolies, est celle que j'ai faites avec l'imprégnation de la Tête-morte de l'Eau-forte. J'ai mis une livre d'Eau commune sur demie livre de cette Tête-morte; je l'ai fait chauffer pour faire dissoudre plus facilement le sel qu'elle contient. J'ai filtré la dissolution qui a passé fort claire, mais un peu rousse; j'en ai rempli une tasse de fayence, sur les bords de laquelle elle a produit en 48. heures une végétation assez semblable à celle qui a été formée par le mélange d'Esprit de Nitre & d'Huile de Tartre p. d. mais plus déliée & plus raméfiée.

*Voyez la Planche 2. Fig. 2.*

J'ai rempli un gobelet de grès de la même imprégnation, qui a produit sur ses bords de petits arbrisseaux très-bien formés, aussi-bien que sur la surface interne & externe du gobelet. Il s'en est formé encore une plus agréable dans un verre : elle ne peut être comparée par sa beauté qu'aux végétations de Fer de M. Lemery, Docteur en Médecine, & de cette Académie; je n'y vois d'autre différence qu'en ce que les végétations de cet habile Chymiste sont de couleur de canelle, & que celles de l'imprégnation sont d'une grande blancheur, lorsqu'elles sont nouvelles. J'ai essayé plusieurs fois d'en faire de pareilles sur des tasses de fayence; mais je

*V. la Pl. 2. Fig. 1.*

n'ai pû en venir à bout, en quoi elles conviennent avec les végétations de Fer, aussi-bien que par leur délicatesse; car on ne peut les transporter sans en détruire une partie. Elles conviennent encore, en ce qu'elles se produisent fort promptement. J'en ai vû de fort belles produites en deux jours. Il m'a paru que l'imprégnation ne produit, ni si promptement, ni de si belles végétations, lorsque le temps est humide, que lorsqu'il est sec. Il y a même des verres où elle ne se produit pas si bien que sur d'autres verres. Il en est la même chose des gobelets. Il y a des verres où la liqueur passe si vîte du dedans au dehors, qu'elle détruit & entraîne avec elle une partie de ce qui s'est formé de végétation. Il y a des gobelets de grès sur lesquels elle ne forme que des têtes irréguliéres sans branches.

Il faut encore observer que toutes les Têtes-mortes d'Eau-forte ne sont pas propres à faire des végétations. Les plus rouges & les plus légéres m'ont paru les meilleures. Celles qui ont souffert un trop grand feu ne produisent que des mammelons.

J'ai tiré l'imprégnation avec du Vin rouge de Bourgogne; mais elle n'a produit sur le verre & sur le grès qu'une croûte avec de petites élévations fort légéres.

Le Salpêtre dissout dans l'imprégnation, a produit une végétation plus belle que celle de la dissolution de Salpêtre rafiné, mais moins belle que celles qui sont produites par l'imprégnation toute seule.

Le Sel marin dissout dans la même imprégnation a produit une fois quelques végétations; mais d'autres fois elle n'a produit qu'une croûte.

Je n'ai pû produire de végétation avec le Salpêtre commun & le Salpêtre de houssage dans les mêmes liqueurs dans lesquelles j'ai dissout le Salpêtre purifié. Elles n'ont formé que quelques concrétions sans pointes de rochers.

Le Salpêtre tiré de l'opération de l'Antimoine diaphorétique & le Sel polycrete, n'ont produit qu'une croûte sur le bord de la tasse.

Les dissolutions d'Argent, de Cuivre, d'Etain, de Bismut,

de Zinc, de Mercure, de Corail, d'Yeux d'Ecreviſſe, toutes faites par l'Eſprit de Nitre, & fermentées juſqu'à ſaturation par l'Huile de Tartre p. d. la diſſolution de Fer, de Zinc, de Coraux, faites par l'Eſprit de Vitriol, & fermentées de même par l'Huile de Tartre p. d. n'ont tous formé qu'une croûte ſur le bord de la taſſe.

La diſſolution de Salpêtre rafiné dans l'Urine & avec l'Eſprit d'Urine, ont fait la même choſe, de même que le Salpêtre mêlé avec le Sel marin, & diſſout dans l'Eau commune.

Le Salpêtre diſſout dans le Vinaigre, n'a fait qu'une légére végétation. Ce n'étoit qu'une croûte ſurmontée en quelques endroits par de petites élévations, & le tout fort déſagréable par la forme, & par la couleur ſale & blafarde, quoique le Vinaigre que j'ai employé fût d'un très-beau rouge & clair fin.

J'ai fait diſſoudre une once de Salpêtre rafiné dans cinq onces d'Eſprit de Nitre, je l'ai mis au ſoleil dans une taſſe de fayence, il ne s'eſt produit aucune végétation. J'ai pris le Salpêtre qui s'étoit coagulé par l'évaporation de l'Eſprit de Nitre; je l'ai diſſout dans l'Eau commune, & après l'avoir filtré, je l'ai mis dans une taſſe, & il ne s'y eſt rien produit.

Le Salpêtre rafiné diſſout dans l'Eſprit de Sel, puis coagulé, & diſſout de rechef dans l'Eau commune, a produit quelques végétations, mais fort petites.

Si peu que le Salpêtre rafiné ſoit empreint de Fer, il ne produit que de très-légéres végétations, & ſouvent il n'en produit aucune: c'eſt pourquoi il ne faut pas ſe ſervir de ſpatule de Fer ni de couteau pour agiter les diſſolutions.

La diſſolution de Sel Armoniac dans l'Urine n'a produit qu'une croûte, non-plus que le Sel Armoniac diſſout avec le ſublimé corroſif dans l'Eau commune. C'eſt une choſe étonnante de voir à quelle quantité ces deux ſels ſe diſſolvent dans l'eau; car neuf dragmes vingt-quatre grains d'eau tiennent en diſſolution à froid quatorze dragmes cinquante-quatre grains de ſublimé corroſif, & ſix dragmes dix-huit grains de Sel Armoniac. Il faut pourtant vingt dragmes d'eau pour tenir en diſſolution une dragme de Sublimé corroſif.

Un peu de Sel marin diſſout avec le Sel Armoniac en empêche la végétation : le Fer en fait autant. J'ai mêlé enſemble deux parties de Sel Armoniac, & une partie de limaille de Fer ; j'ai humecté ce mêlange de temps en temps pendant deux mois, puis je l'ai laiſſé ſécher entiérement. J'en ai ſoûlé de l'Eau commune ; j'ai filtré la diſſolution, qui étoit jaunâtre ; j'en ai empli une taſſe ; elle n'a produit qu'une croûte jaune. Ce qu'il y a de particulier, c'eſt que lorſque j'ai pilé cette matiére, elle s'eſt beaucoup échauffée, & a échauffé l'eau dans laquelle je l'ai miſe. On ne doit pas s'étonner ſi la diſſolution de Fer par l'Eſprit de Sel, fermentée par l'Eſprit d'Urine, n'a fait aucune végétation, puiſque le Fer empêche cette végétation.

Le Sel Armoniac diſſout dans l'Eſprit de Nitre, ce qui fait l'Eau régale ordinaire, n'a pû produire de végétation. J'ai fermenté cette même Eau régale avec l'Huile de Tartre p. d. qui n'a de même rien produit. Il y a du Sel marin, parce que le Sel de Tartre s'unit avec l'Eſprit de Sel qui eſt dans le Sel Armoniac.

Le Sel Armoniac diſſout dans l'Eſprit de Sel n'a produit qu'une croûte, non-plus que cette même diſſolution fermentée avec l'Eſprit d'Urine.

Enfin toutes les diſſolutions de Sel Armoniac, où j'ai mêlé quelque métail, n'ont rien produit.

J'ennuirois peut-être la Compagnie, ſi je voulois rapporter ici toute les diſſolutions & tous les mêlanges que j'ai faits pour trouver des matiéres à végétation. Je finirai ce détail par le Sel marin, l'Alun & le Vitriol, qui tous n'ont pû faire de végétation avec aucune des liqueurs dans leſquelles je les ai diſſouts ; je n'ai trouvé que la diſſolution de Sel marin dans l'Eſprit de Vitriol, qui a fait une végétation, comme je l'ai dit ci-deſſus.

Toutes ces diſſolutions & ces mêlanges ne forment ſur les bords des taſſes ou des verres dans leſquels on les met, des croûtes ou des végétations, que parce que la liqueur preſſée à ſa ſurface par le poids & le reſſort de l'air, s'éléve dans ſon

contours au dessus de son niveau sur la superficie du vase où elle trouve de l'appui dans les pores & dans le rénures insensibles qui s'y rencontrent ; & comme la liqueur se trouve avoir beaucoup d'étendue & de surface en ces endroits, par rapport à sa quantité, les parties aqueuses s'échapent avec facilité, & abandonnent les parties salines, qui, suivant leurs différentes figures, & la différence des pores & des rénures qu'elles rencontrent sur les vases, y forment les premiéres molécules d'une figure particuliére, qu'elles conservent à peu près en grossissant, & qui sont, pour ainsi dire, les premiers rudimens des concrétions qui doivent s'y former. Les molécules de ces sels laissent entr'elles des cavités ou des pores, ou de petits canaux, dans lesquels la dissolution trouve un passage, & où chaque molécule de sel sert, pour ainsi dire, d'échelon à cette liqueur; qui a par ce moyen la facilité de s'élever, & de passer même au dehors de la tasse, lorsqu'il y a des concrétions formées à la superficie externe. C'est un effet assez surprenant. Je m'éloignerois peut-être trop de mon sujet, si je voulois rapporter ici toutes les expériences que j'ai faites pour expliquer ce phénoméne; ce que je viens de dire suffit pour donner une idée de la formation des végétations : mais il ne détermine pas assez la maniére dont se forment ces pointes de rochers par la dissolution de Salpêtre, ni comment la dissolution de Sel Armoniac produit des concrétions en forme de tête à peu près ronde. Il ne nous donne point la méchanique par laquelle l'imprégnation de la Tête-morte de l'Eau-forte produit ces arbrisseaux si bien formés. Enfin nous n'y voyons point pourquoi les dissolutions des autres sels qui s'élevent sur les bords des vases, aussi-bien que celles de Salpêtre & de Sel Armoniac, n'y produisent qu'une croûte, & ne forment point de végétation : il me paroît que toutes ces choses dépendent en quelque maniére de l'arrangement que les parties intégrantes des sels prennent les unes à l'égard des autres, & que cet arrangement dépend le plus souvent de la figure de ces parties, & c'est ce qu'il faut tâcher de découvrir dans la coagulation & dans la cristallisation des sels.

Les

Les ſels diſſouts dans un liquide, peuvent ſe coaguler de pluſieurs maniéres.

1°. Lorſqu'on vient à refroidir tout d'un coup une diſſolution bien chaude & bien chargée de quelque ſel. J'ai plongé dans l'eau froide des vaſes remplis de ces diſſolutions chaudes : les parties ſalines tombent comme en pouſſiére au fond de la diſſolution, à cauſe qu'elles ne peuvent plus être entretenues en mouvement par les parties du liquide, qui perdent en un moment celui que la chaleur leur avoit communiqué. Les parties ſalines s'uniſſent ſans ordre, & tombent avec précipitation.

2°. Par une évaporation prompte & continue des parties du liquide; comme lorſqu'on fait évaporer entiérement ſur le feu la diſſolution de quelque ſel, le ſel n'acquiert pour lors aucune forme particuliére, les parties ſalines n'ont pas le temps de s'ajuſter les unes avec les autres pour former des criſtaux, elles s'acrochent & s'uniſſent confuſément ſans aucun ordre, dans la précipitation avec laquelle les parties aqueuſes les abandonnent.

3°. Par une évaporation lente & continue : lorſqu'on expoſe les diſſolutions à l'air, & principalement au ſoleil, les parties aqueuſes ſe diſſipent lentement, les ſalines ont le temps de s'ajuſter, & de trouver, pour ainſi dire, les ſurfaces par leſquelles elles peuvent s'unir les unes aux autres, & former des criſtaux. Le Sel marin ſe criſtalliſe mieux de cette maniére que de toute autre.

4°. Si on laiſſe refroidir une diſſolution chaude & bien chargée de quelque ſel, pour lors les parties du liquide ne perdent que peu à peu le mouvement que la chaleur leur a communiqué; les parties ſalines en font de même, & venant à ſe rencontrer, elles s'uniſſent : mais tant que les parties du liquide ont quelque priſe ſur elles, & qu'elles trouvent quelque endroit pour les heurter (en ſuppoſant qu'elles ont toujours aſſez de mouvement à proportion de la quantité des ſels & de la maſſe de leurs molécules) elles ont toujours la force de les ſéparer les unes des autres, juſqu'à ce qu'elles ſe ſoient

rencontrées par les surfaces qui ôtent aux parties du liquide les moyens de les désunir; & c'est de cette maniére que se forment les cristaux qui sont différens suivant les différens sels.

Les cristaux de Salpêtre sont, comme l'on sait, des prismes à six faces, terminés par une pyramide à six faces plus ou moins régulieres.

Le Salpêtre se cristallise le plus souvent en petites piéces un peu applaties à six faces, & qui sont articulées les unes avec les autres.

Les cristaux de Sel ammoniac sont des molécules qui affectent la figure d'un trapeze. (*Pl.* 3. *Fig.* 3.) Ces molécules sont formées pour l'ordinaire par des aiguilles, sur lesquelles sont attachées perpendiculairement d'autres aiguilles qui vont toujours en diminuant de longueur d'un bout à l'autre. ( *Fig.* 1. ) Plusieurs de ces parties ainsi formées, sont attachées par leur base par de petites aiguilles ou des filets de sels comme la Fig. 2. & forment la molécule. ( *Fig.* 3.) Ces cristaux ne sont pas toujours de la forme que je viens de le dire; car il y a souvent de petites aiguilles mêlées entre d'autres plus grandes ( *Fig.* 4.) ce qui rend ces premiéres parties de cristaux irréguliéres. Ces petites aiguilles en ont encore quelquefois d'autres plus petites, qui s'y attachent perpendiculairement. ( *Fig.* 5.) Enfin il y a des cristaux qui sont formés comme des chevaux de frise. C'est ce qui fait aussi que les molécules prennent souvent des figures différentes de celle du trapeze.

L'on sait que les cristaux de Sel marin sont cubiques, que ceux de Vitriol sont rhomboïdes, que ceux d'Alun sont octoëdres; ces deux derniers sels prennent rarement cette figure réguliére.

Cela posé, il faut en venir à la maniére dont se fait la végétation. Si l'on met dans une tasse ou dans un verre, de la dissolution de Salpêtre, les parties du liquide s'évaporent peu à peu; une portion du Salpêtre se cristallise au fond du vase, pendant que l'autre qui s'éleve avec la liqueur, s'attache aux parois, & sur le bord du vase, & y fait une concrétion qui participe de la coagulation & de la cristallisation. C'est une

criſtallisation imparfaite, parce que les parties aqueuſes les abandonnent un peu vîte.

Voici comme l'on peut penſer à peu-près ſur la maniére dont ſe forment les végétations. Je ne doute point que dans la ſuite on n'en puiſſe imaginer de meilleure ſuivant les découvertes & les expériences que l'on fera ſur cette matiére.

Auſſi-tôt que les particules ſalines commencent à s'unir en quelques endroits du bord du vaſe, toutes les autres particules ſalines, juſqu'à une certaine diſtance, viennent s'y joindre, & y forment des molécules, qui ſont les premiers fondemens de la concrétion; ce que l'expérience fait voir, pour peu qu'on ſoit attentif à examiner ce qui ſe paſſe ſur le bord du vaſe. (*Fig. 6.*) Si je diviſe en pluſieurs portions, 1, 2, 3, 4, (*Pl. 3.*) le bord *B* du vaſe *A*, chacune de ces portions ou eſpaces contiendra une certaine quantité de diſſolution, comme on le peut imaginer dans la Figure 7. mais les parties aqueuſes venant à s'évaporer, pluſieurs parties ſalines s'uniſſent d'abord enſemble; ſuppoſons que ce ſoit dans le centre de ces petits quarrés (*Fig. 7.*) & ce ſera en cet endroit où toutes les parties ſalines de chaque petit quarré viendront s'unir en *C.* Pour lors les particules ſalines qui ſurviennent inceſſamment avec la diſſolution qui s'éleve, ſuivent le même chemin : mais comme ces particules ſalines ſont de petits priſmes longs & étroits, ils ſe rendent ſuivant leur longueur juſqu'à la circonférence de ces molécules ſur leſquelles elles ſont élevées en cet état par le liquide, comme on le voit en *D*, & s'y appliquent dans cette même ſituation. Lorſque les parties aqueuſes dans leſquelles elles nagent les abandonnent, & par l'amas de pluſieurs de ces particules, il ſe forme des eſpéces de cones, ou pyramides plus ou moins irréguliéres, comme on le voit en *B* ſur le bord du vaſe *A* (*Fig. 6.*) Tout ce que je viens de dire, peut encore ſe remarquer en quelque maniére dans les projections de la diſſolution de Salpêtre ſur un morceau de verre (*Fig. 8.*) Il faut regarder l'étendue de cette projection *ABCD*, comme le fond du vaſe, où les criſtaux ſe forment aſſez bien; & l'on doit prendre ſes limites

comme le bord du vase où se sont formées des végétations ; mais d'une maniére un peu différente ; car les concrétions qui se forment sur les bords des vases, prennent une forme approchante d'un cone dont la base est sur le bord du vase, comme on le voit en *D* (*Fig. 6.*) à cause que les particules prismatiques sont obligées de s'élever obliquement, & qu'il leur faut un appui : mais celles qui sont formées sur le verre, (*Fig.* 8.) sont produites par un peu de dissolution qui s'échappe par un endroit de l'étendue de la projection, comme on le voit en *E*, & les parties du liquide se poussant les unes sur les autres, elles s'étendent horisontalement sur le verre : mais parce que les parties salines sont soutenues & appuyées selon leur longueur, le moindre obstacle qui se rencontre à leur partie antérieure, les écarte en éventail, comme on le voit en *F*.

On doit raisonner d'une maniére un peu différente pour la formation des végétations de Sel ammoniac, parce que les petites aiguilles ne s'attachent & ne s'unissent pas ensemble suivant leur longueur pour en former les cristaux, comme sont les particules salines qui forment les prismes du Salpêtre. Mais, comme je l'ai fait voir ci-dessus, ces aiguilles s'attachent perpendiculairement sur d'autres aiguilles qui leur servent de bases. La dissolution de Sel ammoniac qui s'éléve sur le bord du vase, ayant formé les premieres molécules de la même maniére que je l'ai dit du Salpêtre, les particules de sel qui nagent dans la dissolution qui y survient incessamment, se rendent à la circonférence de ces molécules, & peuvent même s'y rendre suivant leur longueur ; mais lorsqu'elles sont poussées sur les molécules, elles s'attachent aux parties de sel qu'elles y rencontrent plus ou moins obliquement, comme on le voit dans le milieu de cette projection faite sur le verre (*Pl. 3. Fig. 9.*) ensorte que laissant beaucoup d'espaces entre elles, en formant les concrétions, elles produisent sur le bord des tasses, un corps fort spongieux, qui s'imbibe facilement de la dissolution, & au travers duquel elle s'éléve jusqu'à sa partie supérieure, dans toute sa circonférence, & s'y desséchant, y forme des têtes ou mammelons qui sont très-légers,

& tels que nous les voyons dans la végétation repréſentée dans la Pl. 1. Fig. 2. & dans les bords de la projection (*Pl. 3. Fig. 9.*) *E* eſt l'endroit par où s'eſt échapée la liqueur au dehors de l'étendue de la projection, & où ſortent des têtes *F*: & ſelon la quantité de la liqueur qui eſt dans l'étendue de la projection, toutes ces têtes ſe confondent, & ne repréſentent aucune figure, comme on le voit en *G*. Nous ne devons pas nous étonner ſi ces têtes ſont ſurmontées de pluſieurs pointes, lorſqu'il y a du Salpêtre mêlé avec le Sel ammoniac qui forment une végétation; elles ſont produites par les priſmes du Salpêtre; mais elles ne peuvent s'élever bien haut; leur mouvement direct eſt interrompu par celui du Sel ammoniac.

Mais comment l'imprégnation de la Tête-morte de l'Eau-forte qui contient un ſel qui ne ſe criſtalliſe point, ou du moins dont les criſtaux ſont ſi petits, qu'on ne peut en reconnoître la figure; comment, dis-je, peut-elle produire une végétation en arbriſſeaux ſi bien formés? Il faut ſuppoſer, pour l'explication de ce curieux phénoméne, que les particules de ce ſel ſont des poliédres qui s'appliquent & ſe joignent par leurs facettes les unes avec les autres, mais qui dans leur union forment de grands pores, ce qui rend cette matiére légére & ſpongieuſe. Lorſque je les ſuppoſe ainſi, il me paroît que j'approche aſſez de la vérité; & ce qui peut y donner quelque probabilité, c'eſt que j'ai évaporé une partie de cette imprégnation que j'ai laiſſé refroidir; il s'eſt formé un ſel, qui regardé au microſcope, étoit preſque tout compoſé de poliédres quelconques. D'ailleurs, comme je l'ai dit ci-deſſus, j'ai fait une très-jolie végétation en arbriſſeau avec le mêlange d'Eſprit de Vitriol & l'Huile de Tartre p. d. & ce mêlange évaporé & criſtalliſé donne des criſtaux, dont la plus grande partie ſont des poliédres quelconques, qui ſont le Tartre vitriolé: mais l'expérience ſuivante confirme encore davantage ma ſuppoſition.

J'ai fait calciner partie égale de Salpêtre & de Vitriol d'Angleterre, pour eſſayer de faire quelques végétations avec cette matiére. Je l'ai tenue pendant deux heures dans le grand feu:

mais mon creuset s'étant cassé, j'ai été obligé de la retirer. J'ai fait dissoudre dans l'Eau commune cette matiére qui étoit rouge, je l'ai filtrée, j'en ai mis dans un verre, sur lequel il ne s'est produit aucune végétation : peut-être la matiere n'étoit-elle pas assez calcinée. Il s'est seulement formé aux parois du verre & sur la superficie de la liqueur, de très-petits cristaux, dont les uns étoient des prismes très-courts, les autres étoient quarrés, & approchoient de la figure cubique, & d'autres pyramidaux à quatre faces, sans compter la base, ensorte que si deux de ces cristaux eussent été unis ensemble par leur base, ils auroient formé un octoëdre, qui est la figure de l'Alun ; mais tous ces petits cristaux étoient en si petit nombre, & noyés, pour ainsi dire, dans une si grande quantité d'autres cristaux poliédres quelconques, que j'avois de la peine à les démêler avec une bonne loupe. Je n'y ai point apperçû de cristaux rhomboïdes. J'ai aussi remarqué toutes ces figures de sel dans le Tartre vitriolé cristallisé. Le sel que l'on retire des Têtes-mortes d'Eau-forte qui n'ont pas été bien poussées par le feu, donnent des cristaux tout semblables.

Il faut que les facettes des parties du sel de notre imprégnation soient bien petites, puisque ces parties salines se désunissent avec une très-grande facilité.

Les premieres molécules étant une fois formées, comme je l'ai dit, en parlant de la végétation du Salpêtre & du Sel ammoniac, la dissolution qui survient, pénétre ces molécules avec tant de facilité, qu'elle s'éléve à sa partie supérieure, & y laisse son sel par l'évaporation de l'humidité, & par une succession continue d'élévation de la dissolution & d'évaporation de l'humidité, il se forme une tige, comme on le voit dans la projection sur le verre (*Pl.* 3. *Fig.* 10.) la liqueur qui est poussée au dehors de la circonférence de cette projection, forme d'abord la tige *E* ; cette tige est pleine de pores plus grands les uns que les autres par où la dissolution s'échape, & forme en ces endroits des concrétions qui s'allongent comme la tige, & produisent des branches, d'où sortent une

infinité de rameaux, & enfin un arbre, comme on le voit en *F*, & cela avec d'autant plus de facilité, que la liqueur y est poussée comme dans autant de siphons ou de tuyaux que l'on auroit remplis de minium ou d'autre matiére qui peut servir d'appui à la liqueur qui s'y éléve, comme je le dirai ailleurs.

Il s'agit présentement de déterminer pourquoi les dissolutions de quantité de sels qui s'élévent sur le bord du vase, & qui y forment une croûte, ne produisent point de végétation; car il paroît étonnant que le Salpêtre commun, & le Salpêtre de houssage ne produisent qu'une croûte, & rarement de légéres végétations, quoiqu'ils produisent de pareils cristaux que ceux du Salpêtre rafiné. Il faut bien peu de chose pour empêcher la végétation; il suffit d'un peu de Sel marin, d'un peu de Sel alkali fixe ou de Sel alkali volatil, d'un peu de métal, ou de quelque peu de terre mêlé avec le Salpêtre pour l'empêcher de produire ces pointes de rochers; il y a apparence que le Salpêtre commun & le Salpêtre de houssage ne les produisent point à cause du Sel marin, ou de la terre, ou du Sel fixe qu'ils contiennent. Il ne m'a pas été possible de retirer un grain de Sel marin du Salpêtre commun * par la dissolution & la cristallisation; mais le peu de Sel fixe des cendres qui reste dans ce sel avec la partie terreuse dont il n'est pas entiérement épuré, empêchent la végétation: si on dissout un peu de Sel fixe avec du Salpêtre rafiné, il ne produit aucune végétation. Les Sels volatils d'Urine produisent le même effet, puisque le Salpêtre rafiné dissout dans l'Urine ou dans son esprit, ne forme qu'une croûte.

* *Ce Salpêtre commun avoit été pris de la partie supérieure d'une masse formée dans une petite chaudiére.*

Le Salpêtre rafiné mêlé pendant quelque temps avec la limaille de Fer humectée d'eau, ne produit qu'une légére végétation. L'Argent, le Cuivre, le Mercure, l'Etain, le Bismut, le Corail, & beaucoup d'autres matiéres dissoutes dans l'Esprit de Nitre, & fermentées avec l'Huile de Tartre p. d. ne produisent aucune végétation. Toutes ces dissolutions ont donné des cristaux semblables au Salpêtre, & qui fusent de même sur les charbons. Mais pourquoi les particules de métaux, ou de sel, ou de terre qui s'unissent avec les particu-

les de Salpêtre, ne les empêchent-elles pas de s'appliquer les unes avec les autres pour former ces prismes de Salpêtre, & qu'elles les empêchent de s'élever en pointes de rochers? c'est que les particules d'eau & d'air qui entrent dans la composition des cristaux s'ajustent si bien avec ces parties étrangéres, qu'elles n'empêchent point les parties salines de se placer à leur ordinaire, parce que ces particules nagent librement dans la liqueur dans laquelle elles sont. Ce n'est pas la même chose lorsqu'il s'agit de former une végétation; car les parties salines chargées sur les côtés par d'autres parties étrangéres, ou seulement séparées les unes des autres par le mélange de ces parties, ne peuvent se glisser librement, & s'élever selon leur longueur sur les molécules déja formées. Ainsi ne pouvant s'avancer, elles sont obligées de rester au bas & à la circonférence des molécules, sans aucun ordre les unes avec les autres, & ne forment de cette maniére qu'une croûte.

Je ne voudrois pourtant pas assûrer que ces dissolutions ne puissent jamais former de végétations; car il m'est arrivé que la dissolution de Mercure par l'Esprit de Nitre, & fermentée avec l'Huile de Tartre p. d. qui n'a pû produire de végétation dans une tasse de fayence, ayant été mise dans un poudrier*, cette dissolution s'est élevée perpendiculairement sur la surface de verre; elle a pénétré le papier qui la couvroit, & a formé dessus & au côté du rebord du poudrier, une végétation à peu-près semblable à la Plante que nous appellons *Hypoxylon excrementum ligni putridi, fungosum digitatum. March. Brand. Mentz.* J'ai fait une ouverture au papier de ce poudrier, par où j'ai introduit de l'eau à la faveur d'un petit entonnoir, parce que la matiére étoit desséchée; je l'ai délayée, pour faire dissoudre les parties salines, il s'est produit par la suite autour du poudrier, sur le papier, beaucoup de végétation à peu-près semblable à l'Hypoxillon, mais toutes garnies d'une infinité de filets salins très-fins qui forment un velu dont toutes les tiges & les têtes de cette végétation sont garnies.

* *C'est un vaisseau de verre cylindrique, dont l'ouverture a presque autant de diamétre que le corps, & dans lequel les Apoticaires mettent ordinairement leur poudre.*

J'ai mis de la dissolution de sublimé corrosif dans un de ces

ces petits vaſes de verre, dont on ſe ſert pour mettre de l'encre, & que pour cela on appelle Encriers. Il s'eſt formé ſur les bords de ce vaſe de petites tiges, ſur leſquelles il s'eſt produit quantité de filets plats & droits, dont la plûpart étoient plus longs & plus larges que la tige : les plus fins étoient pointus à leur extrémité.

Le Soufre commun n'empêche point la végétation de Salpêtre, puiſque la Poudre à canon, & le Criſtal minéral forment des pointes de rochers aſſez belles : & ſi le Salpêtre ſtibiale tiré de l'Antimoine diaphorétique, & le Sel polycrete ne produiſent point de végétation, c'eſt que la grande calcination & le mêlange du ſel & de la terre du ſoufre, ont ſi fort changé la tiſſure du Salpêtre, qu'on peut aſſûrer que ce n'eſt plus du Salpêtre : ils ne ſe criſtalliſent plus en priſme, mais preſque tous en criſtaux, à-peu-près ſemblables à ceux du Tartre vitriolé.

L'Huile d'Amande douce n'a point empêché la végétation du Salpêtre : j'ai bien imbibé du Sel fixe de Tartre avec de l'Huile d'Amande douce, je les ai battus enſemble longtemps dans un mortier, je les ai laiſſés en cet état pendant quinze jours, après quoi j'ai verſé peu à peu de l'Eſprit de Nitre ſur cette matiére juſqu'à ſaturation. L'effervεſcence ni la chaleur n'ont pas été grandes ; mais elles ont duré longtemps. Le mêlange eſt devenu épais comme de la bouillie ; je l'ai fait diſſoudre dans de l'eau, je l'ai filtré, & je l'ai exposé au ſoleil dans une taſſe de fayence, ſur le bord de laquelle il s'eſt produit une fort jolie végétation, qui n'avoit pas la même ſolidité que celle du Salpêtre, à cauſe de l'huile qui y étoit mêlée.

Tout ce que j'ai dit ci-deſſus du Salpêtre mêlé avec différentes matiéres, ſe peut dire du Sel armoniac : car dans quelque liqueur que je l'aie diſſout, & avec quelque matiére que je l'aie mêlé, il n'a produit qu'une croûte, & cela par les mêmes raiſons, mais qui ſont encore plus fortes dans le Sel armoniac ; car dans pluſieurs de ces mêlanges il change de nature, & ne ſe criſtalliſe plus en Sel armoniac. Il y en a quel-

ques-uns où il ſe forme en Sel armoniac. Le Sel armoniac diſſout dans l'Eſprit d'urine, s'eſt criſtalliſé quelquefois en vrai Sel armoniac, & d'autres fois les criſtaux n'ont pas reſſemblé tout-à-fait au Sel armoniac. La diſſolution de Fer par l'Eſprit de Sel, & fermentée par l'Eſprit d'urine, ſe criſtalliſe en vrai Sel armoniac, parmi lequel on trouve des criſtaux à facettes, & comme deux pyramides unies par leur baſe. Il y en avoit encore d'autres de différentes figures. La diſſolution du Zinc par l'Eſprit de Sel, & fermentée par l'Eſprit d'urine, donne à peu-près les mêmes criſtaux.

Mais il y a des diſſolutions où il eſt difficile de reconnoître le Sel armoniac, comme le Sel armoniac diſſout dans l'Eſprit de Nitre, ou dans l'Eſprit de Sel.

Il y en a enfin où l'on ne le reconnoît plus, comme lorſque l'on a mêlé du Fer ou du Cuivre avec du Sel armoniac, comme je l'ai dit ci-deſſus. Car ſelon le plus ou le moins qu'il s'eſt empreint de ces métaux, les criſtaux approchent plus ou moins des Vitriols de Fer ou de Cuivre.

Si l'on diſſout du Sel armoniac dans l'urine, qu'on la filtre, & qu'on la faſſe évaporer & criſtalliſer, les criſtaux ſeront cubiques comme le Sel marin. Quatre onces d'urine nouvelle tiennent en diſſolution à froid un once de Sel armoniac. Si l'on veut avoir des criſtaux cubiques, il faut la faire évaporer à petit feu & très-lentement, ou bien la faire évaporer au ſoleil ; car ſi l'évaporation eſt prompte, les criſtaux ſeront ſemblables aux criſtaux de Sel armoniac. Il ne faut pas tant de précaution, lorſqu'on diſſout le Sel armoniac dans l'urine gardée pendant quelque temps, ou dans l'urine évaporée à moitié, ou aux deux tiers ; car quoique l'évaporation de la diſſolution ſoit prompte, il ſe formera des criſtaux cubiques. La diſſolution de Sel armoniac dans l'urine gardée fort long-temps, a l'odeur de la ſueur des porte-faix.

Les criſtaux cubiques ſont plus ou moins jaunâtres, ſuivant que l'urine eſt plus ou moins chargée de terre & de ſels urineux.

Si l'on examine le commencement de la formation de ces

criſtaux ſur la diſſolution, il ſemble d'abord qu'ils doivent reſſembler aux criſtaux de Sel armoniac; mais lorſque la liqueur eſt tout-à-fait refroidie, on ne trouve au fond que des criſtaux cubiques, ou du moins la plus grande partie a pris cette forme; on les voit quelquefois ſe former en cube ſur la liqueur, & ſe placer réguliérement les uns ſur les autres, enſorte que l'un ne déborde pas l'autre. Faites diſſoudre ces criſtaux cubiques dans l'Eau commune, filtrez la diſſolution, faites-la évaporer juſqu'à pellicule, on aura très-peu de criſtaux cubique; preſque tous les criſtaux ſeront de Sel armoniac. Néantmoins ſi l'on fait évaporer la diſſolution au ſoleil, il ne ſe formera que des criſtaux cubiques. On les aura de même, ſi on la fait évaporer ſur le feu très-lentement; plus l'évaporation ſera lente, plus on aura de ces criſtaux. Ils ne décrepitent point ſur les charbons ardens comme le Sel marin.

Le Sel armoniac diſſout dans l'urine toute nouvelle, ne donne quelquefois point de criſtaux cubiques, mais ſi l'on fait diſſoudre une ſeconde fois ce ſel dans de nouvelle urine, on aura à coup ſûr des criſtaux cubiques.

Je ne connois point de liqueur qui ſoit plus chargée de terre que l'urine. On pourroit croire que la terre de l'urine mêlée avec les parties de Sel armoniac, leur donne l'arrangement néceſſaire pour produire des cubes, car moins il y a de cette terre, plus il faut de lenteur pour faire cet arrangement. D'ailleurs ſi on met ces criſtaux cubiques dans une fiole, & qu'on les faſſe ſublimer, le ſel ſublimé ſera ſemblable à celui du Sel armoniac: mais une marque que la terre de l'urine peut contribuer plus que toutes les autres parties de l'urine à la formation de ces cubes, c'eſt que l'Eſprit d'urine ne produit point cet effet. Si l'on met quatre dragmes de Sel armoniac dans 22. dragmes d'Eſprit d'urine, elles s'y diſſoudront entiérement. Si l'on fait évaporer la liqueur juſqu'à pellicule, elle donnera des criſtaux peu différens du Sel armoniac.

Ce qu'on trouvera de ſingulier, c'eſt que cette même terre d'urine empêche le Sel marin de ſe former en criſtaux cubi-

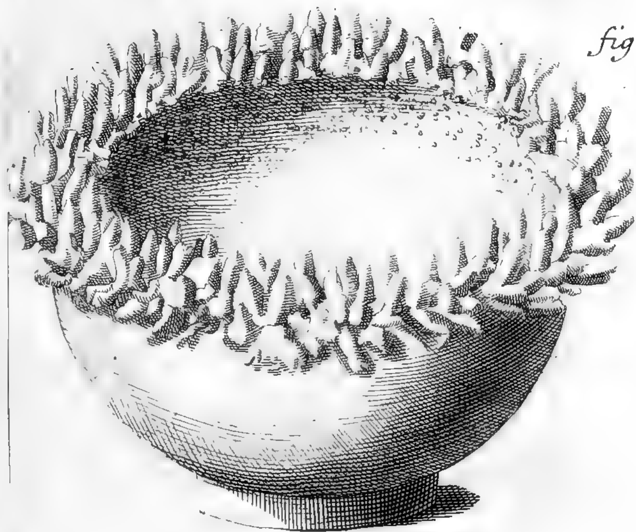
ques. Car si l'on fait dissoudre du Sel marin dans de l'urine, qu'on filtre la dissolution, qu'on la fasse évaporer & cristalliser, il ne se forme que des cristaux à-peu-près semblables à ceux du Tartre vitriolé, & l'on trouve très-peu de cristaux qui approchent de la figure cubique, soit qu'on fasse évaporer la dissolution à un feu très-lent, soit qu'on la fasse évaporer au soleil; ce qui n'arrive pas avec l'Esprit d'urine.

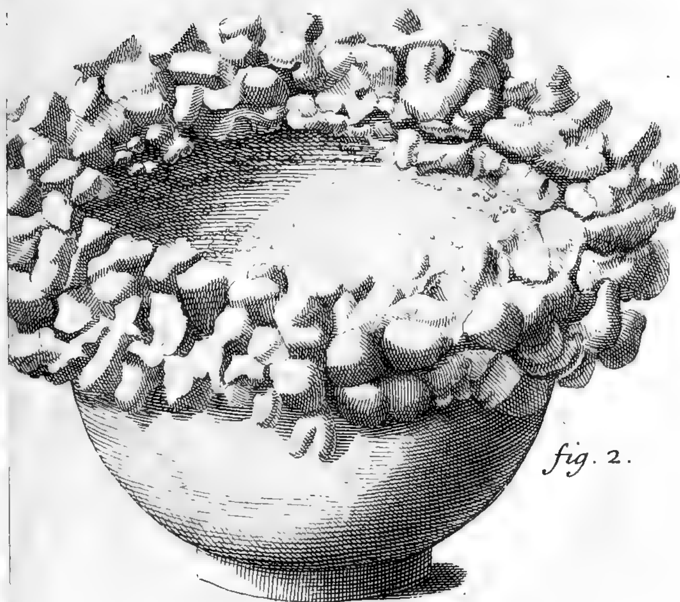
J'ai fait dissoudre ces trois dragmes de Sel marin gris dans deux onces d'Esprit d'urine, j'ai filtré cette liqueur, je l'ai mise dans une tasse de fayence que j'ai placée dans une écuelle pleine d'eau que j'ai fait chauffer, je l'ai fait évaporer jusqu'à pellicule, & étant retirée & refroidie, il s'est trouvé des cristaux cubiques très-petits qui ont décrepité sur les charbons à proportion de leur grosseur. J'ai exposé de cette dissolution au soleil: elle a donné les mêmes cristaux & de pareille grosseur, & qui ont décrepité de la même maniére.

Mais pour revenir à nos végétations, on ne doit pas s'étonner si l'Alun, le Vitriol & le Sel marin ne peuvent en produire. Leur maniére de se cristalliser les rend incapables de former ces pointes de rochers. Leurs particules ne sont point figurées en cylindres ni en prismes. Elles ne peuvent s'élever sur les petites molécules salines, qui se forment d'abord sur le bord du vase; elles ne forment pas des poliedres assez petits pour produire des arbrisseaux. D'ailleurs les particules salines se serrent trop les unes contre les autres, & ne peuvent produire un corps spongieux, au travers duquel la dissolution puisse passer & s'élever: ainsi les particules de sel qui s'élevent sur le bord du vase avec le liquide dans lequel elles nagent, s'attachent tout à l'entour des premiéres molécules qui s'y sont formées.



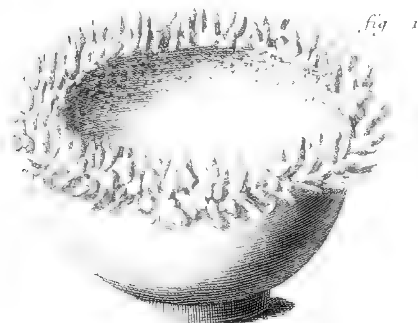
Vegetation de Salpêtre.

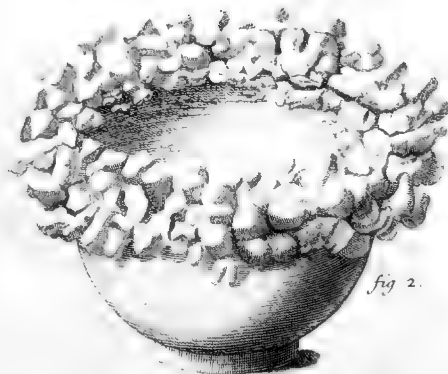



Vegetation de Sel Armoniac.

Vegetation de Salpêtre.

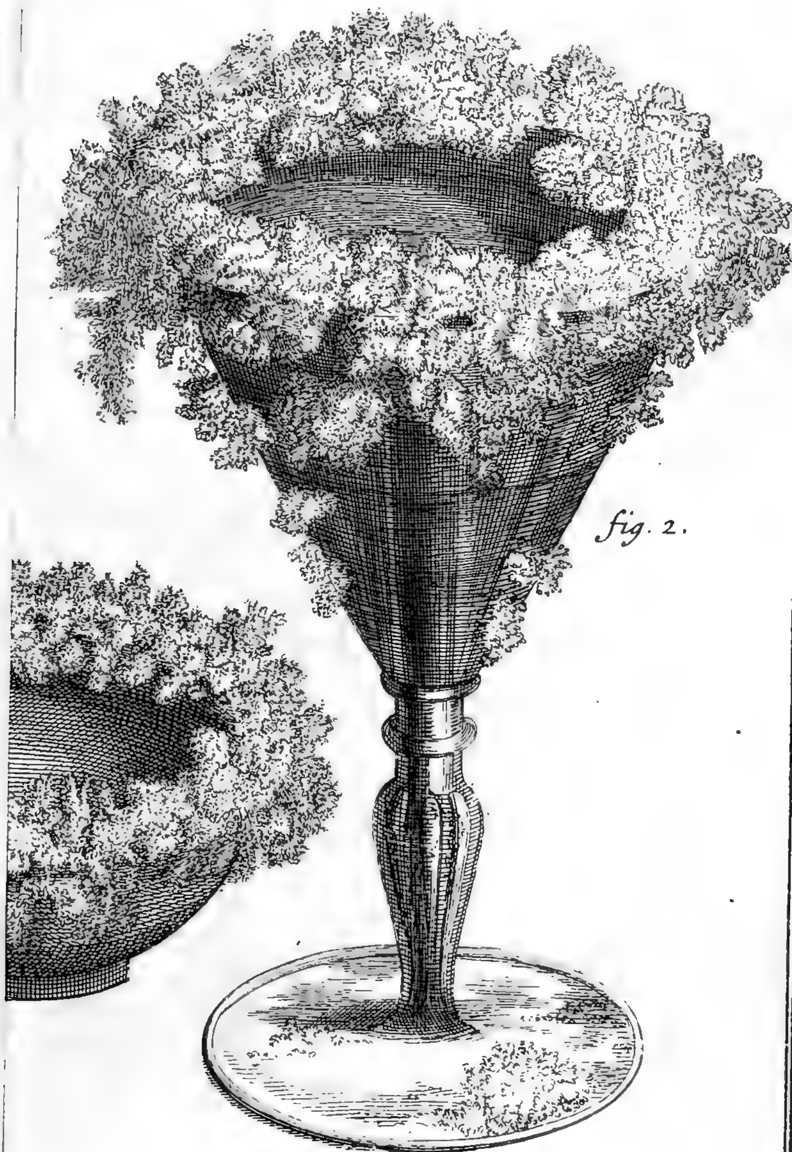



Vegetation de Sel Armoniac.

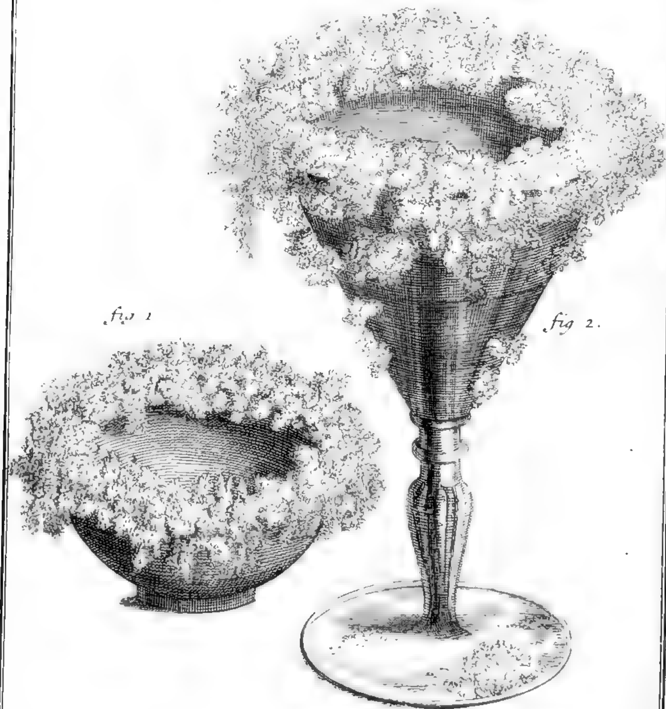
Ph. Simonneau fecit

-egnation de teste morte d'Eau forte.




Ph. Simonneau fecit.

*Impregnation de teste morte d'Eau forte*




*Ph Simonneau facit.*

fig. 3.



fig. 2.



fig. 1.



fig. 5.



fig. 4.

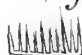


fig. 6.

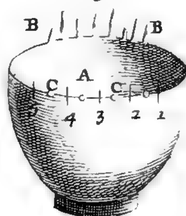



fig. 7.

10.

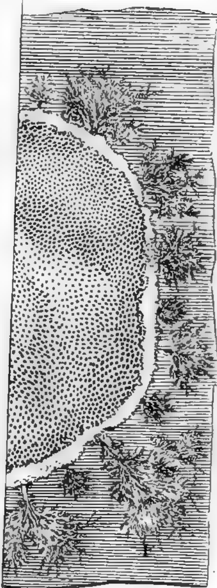
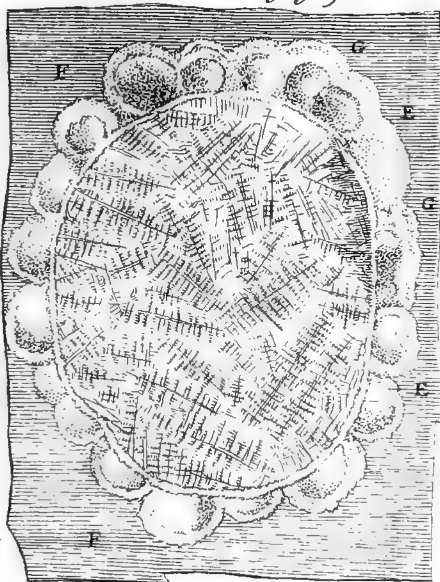


fig. 9.




Ph. Simonneau fecit.

fig 8

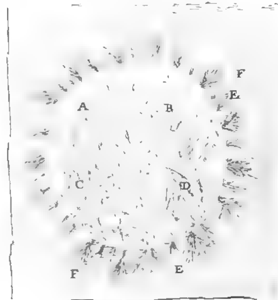



fig 3



fig 2.



fig 1



fig 5



fig. 4



fig 6

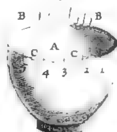



fig 7



fig 10

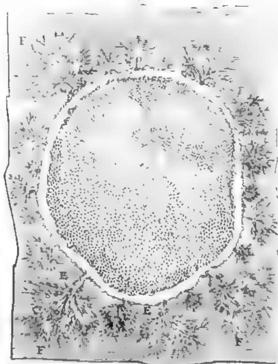
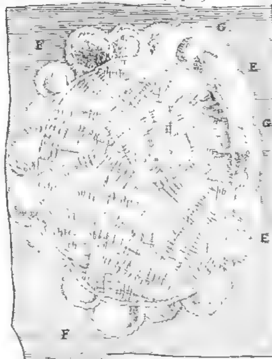



fig 9.




Ph Simonneau fecit

# OBSERVATION
## ANATOMIQUE ET PATHOLOGIQUE
### *Sur les Chûtes qui causent une Luxation de la Cuisse, dont les Auteurs n'ont point écrit.*

## Par M. PETIT.

IL y a quelques années que je fûs appellé pour voir une Dame qui depuis deux mois qu'elle étoit tombée, se plaignoit d'une douleur rhumatisante, occupant la hanche & toute la cuisse. Au récit qui me fut fait de sa chûte, & des circonstances qui l'accompagnerent, je me sentis prévenu, même sans la toucher, que sa cuisse étoit luxée en haut & en dehors; cependant avant de lui dire son mal, je l'examinai, & je lui trouvai tous les signes qui caractérisent cette luxation. 25. Fév. 1722.

Les assistans blâmerent le Chirurgien qui l'avoit traitée, de n'avoir pas reconnu la luxation; je fis connoître qu'on le blâmoit à tort, parce qu'il n'avoit vû la malade que les trois ou quatre premiers jours, & que d'ailleurs cette maladie n'est point connue, quoi qu'elle soit très-fréquente, parce qu'elle ne se manifeste que long-temps après la chûte.

C'est une luxation d'une espéce particuliére, que les coups & les chûtes ne produisent point d'abord; mais dont elles sont causes occasionnelles: c'est pour y avoir été trompé moi-même, & avoir réfléchi sur les causes de mon erreur, que je l'ai connue, & que j'en donne l'observation, afin qu'à l'avenir le nombre des boéteux ne soit pas si grand. Il y en a beaucoup qui n'ont d'autres causes de leur claudication, que cette maladie, ignorée dans son commencement.

Lorsque dans une chûte le grand trocanter est frappé, la tête du femur est violemment poussée contre les parois de la cavité de l'ischion; & comme elle remplit exactement cette

cavité, les cartilages qui recouvrent l'une & l'autre, les glandes de la sinovie, & le ligament rond qui attache ces deux parties, doivent souffrir une violente contusion, laquelle sera suivie d'obstruction, d'inflammation & de dépôt. La sinovie se déposera en plus grande quantité, remplira la capsule ou tunique ligamenteuse, & toute la cavité de l'articulation; ce qui sera peu à peu suivi de luxation. Puisque cette sinovie qui s'épanche toujours, & même alors plus que dans l'état naturel, n'est plus dissipée par les mouvemens de la partie, elle chassera la tête de l'os avec d'autant plus de facilité, qu'ayant relâché les ligamens, elle les met hors d'état de résister non-seulement aux efforts qu'elle fait pour chasser l'os de sa boête, mais même à ceux que font les muscles pour la tirer en haut : ainsi l'allongement du ligament rond se fait peu à peu; ainsi la douleur augmente, & ne diminue que quand ce ligament, tout-à-fait relâché ou rompu, abandonne la tête de l'os à toute la puissance des muscles qui la tirent en haut.

Ce qui vient d'être dit, montre que dans cette maladie l'os ne se déplace point dans l'instant de la chûte, mais long-temps après & par degrés. Dans les premiers jours la tête garde sa situation naturelle, & la cuisse ne commence à se racourcir que quand la tête a commencé d'être chassée par la sinovie. Il semble que la cuisse ne devroit se racourcir que lorsque la tête de l'os est entiérement sortie; cependant elle ne devient plus courte que peu à peu, & à mesure que la tête fait son chemin pour sortir.

La figure sphérique de cette tête en est la cause : elle va en diminuant depuis son cou jusqu'à son sommet; ce qui fait que quand la sinovie l'a éloignée d'une ligne du fond de la cavité, les muscles tirent d'une ligne la cuisse en haut : & si alors on mesuroit la cuisse de l'endroit où la tête du fémur touche le bord supérieur de sa cavité, on la trouveroit plus courte d'une ligne; de maniére que si cette tête est chassée de quatre ou cinq lignes, la cuisse se trouvera plus courte de quatre ou cinq lignes, pourvû que l'on mesure de l'endroit où elle tou-

che le bord ſupérieur de la cavité ; ainſi autant de chemin que fera la tête du fémur pour ſortir, autant la cuiſſe perdra de ſa longueur : & quand la tête ſera entiérement ſortie, ſon ſommet, qui dans l'état naturel répondoit au centre de la cavité, ſe trouvera au bord ſupérieur de cette cavité, & la cuiſſe ſera plus courte de la moitié du diametre de la tête ; elle auroit même été emportée plus loin par l'action des muſcles ſans le ligament rond qui la retient encore en ce lieu.

Les choſes étant dans cette ſituation, il eſt facile de concevoir que les douleurs doivent augmenter. En effet, tant que quelque portion de la tête a pû être retenue par le rebord de la cavité, le ligament rond a partagé avec lui l'effort des muſcles, & ne s'eſt allongé que peu à peu : mais depuis que la tête a été entiérement chaſſée, le ligament a ſupporté lui ſeul l'effort des muſcles; les douleurs ſont devenues inſupportables, & elles ont duré juſqu'à ce que la rupture du ligament ou ſa rélaxation entiére, ait permis aux muſcles de porter l'os auſſi loin que leur contraction a pû le faire. C'eſt donc à tort que l'on blâmoit le Chirurgien, de n'avoir pas connu une luxation qui n'eſt ſurvenue que long-temps après la chûte.

Il faut remarquer que la tête de l'os de la cuiſſe ainſi portée en haut & en dehors, peut ſe tourner en devant ou en arriére. Lorſqu'elle eſt tournée en devant, le genoû & la pointe du pied ſe tournent en dehors ; & lorſqu'elle ſe tourne en arriére, ce qui arrive plus ſouvent, on la reconnoît par les ſignes ſuivans.

1°. La tête du fémur eſt ſur la face externe de l'os des iſles, & la cuiſſe eſt plus courte.

2°. Il y a une tumeur ſous les muſcles feſſiers.

3°. La cuiſſe, le genoû & le pied ſont tournés en dedans.

4°. La cuiſſe peut être portée en dedans, & non en dehors, ſans de grandes douleurs.

5°. Le côté luxé ne peut approcher de la terre qu'avec le bout du pied.

6°. Le pli de la fesse est plus haut.

7°. Il semble qu'il y ait une corde tendue depuis le pubis jusqu'au milieu de la cuisse.

## EXPLICATION.

1°. La cuisse est plus courte, parce que l'os est remonté.

2°. La tumeur ou bosse est causée par la présence de l'os déplacé.

3°. La cuisse, le genoû & le pied sont tournés en dedans, parce que les muscles fessiers sont relâchés, & que les triceps sont tendus.

4°. La cuisse peut être portée en dedans, & non en dehors, sans douleur, parce que les muscles triceps sont trop tendus.

5°. Le côté luxé ne peut approcher de la terre qu'avec le bout du pied, parce que la cuisse étant racourcie, le malade tâche de la rendre plus longue en étendant le pied.

6°. Le pli de la fesse est plus haut, parce que la cuisse est remontée.

7°. La corde que l'on sent depuis le pubis jusqu'à la partie moyenne de la cuisse, vient de ce que les muscles triceps sont dans une grande tension.

Cette maladie est incurable, quand n'étant pas connue, on ne fait point promptement les remédes qui conviennent pour la prévenir. J'y ai plusieurs fois réussi par l'usage des deffensifs faits avec le blanc d'Oeuf, l'Alun en poudre, & l'Eau-de-vie aromatique, dont je mouillois des compresses en huit ou dix doubles, je les appliquois sur toute l'articulation de la cuisse, je les retenois par un bandage simplement contentif, & avec cette même liqueur, sans défaire l'appareil, je l'humectois plusieurs fois par jour.

Je plaçois commodément le malade dans son lit, je lui faisois éviter tous les mouvemens capables d'exciter la douleur; je saignois abondamment, & par le régime & les remédes généraux, j'ai trouvé le moyen de prévenir l'engorgement des vaisseaux, l'inflammation, & enfin le dépôt dans l'articulation.

L'examen

L'examen que j'ai fait des différentes articulations, m'a donné lieu de faire plusieurs réflexions sur la route des vaisseaux qui y portent la nourriture, sur les graisses & sur les ligamens intérieurs des jointures.

Dans la suite j'aurai l'honneur de les présenter à la Compagnie; je donne seulement aujourd'hui une remarque sur l'échancrure de la Cavité cotiloïde. On sait qu'elle est bouchée par un ligament qui laisse un pont, sous lequel passent & sont à l'abri les vaisseaux qui se distribuent au ligament rond, aux membranes, aux glandes & aux graisses de l'intérieur de cette cavité : j'ai remarqué que l'arcade, qui forme cette espéce de pont, est vingt fois plus large qu'il n'est nécessaire pour le passage des vaisseaux, & que dans les mouvemens violens, le surplus de cette arcade sert de refuge aux corps graisseux & aux membranes, qui semblent fuir & se cacher dessous pour éviter la compression.

---

# *OBSERVATIONS* *SUR* *LA VEGETATION DU NOSTOCH.*

Par M. DE REAUMUR.

ON peut voir dans les Mémoires de l'Académie de 1708 * que le *Nostoch* est une production de la nature, que Mrs de Tournefort & Magnol ont rangée parmi les Plantes; M. Geoffroy le jeune y rapporte les observations qui lui ont paru propres à établir ce sentiment. On peut voir aussi dans le même endroit, que l'on a donné au Nostoch les noms de *cœli flos*, *cœre folium*, *cœli folium*, *flos terræ*, pris apparemment des idées confuses qu'on a eues de son origine; car quelques-uns l'ont regardé comme une espéce de rosée du ciel; d'autres l'ont même fait venir des étoiles. A la vérité il ressemble peu aux Plantes ordinaires, au premier coup d'œil,

19. Août 1722.

* p. 288.

si on en juge avant de le toucher, on lui trouvera plus l'air d'une gelée que d'une Plante; sa couleur est d'un vert brun, il a quelque transparence, il paroît tremblant comme la gelée. Sa figure est très-irréguliére; c'est une espéce de feuille chiffonnée ou pliée sans aucun ordre. Lorsqu'on le touche, on apperçoit aisément qu'il n'est pas une gelée; il ne se fond point entre les doigts, & on trouve quelque résistance à le déchirer, pareille à celle qu'on trouve à déchirer des feuilles tendres. Mais on n'y découvre ni fibres ni nervures; les Microscopes mêmes n'y font rien appercevoir de pareil. Malgré cette conformation, nous ne laisserons pas de l'appeller une Plante, parce que nous ferons voir dans la suite qu'il végéte, & de quelle maniére il végéte.

On ne le voit guère sur la terre qu'après des jours de pluie. On le rencontre sur divers terrains; mais sur-tout sur ceux qui ne sont point labourés, comme les prairies, les terres arides, les allées sablées. On en trouve en toute saison, même en hiver; mais jamais il n'est plus commun qu'après les pluies chaudes & abondantes d'été.

Ce que le Nostoch a d'abord de plus singulier, c'est la façon subite dont il paroît être produit; la production des Champignons semble se faire lentement en comparaison de la sienne; il semble naître sur le champ. On se promenera en été dans une allée de jardin sans y appercevoir une seule feuille de Nostoch; qu'il survienne une pluie d'orage, & qu'une heure après on retourne dans la même allée, à chaque pas on y trouvera du Nostoch. Il y a telle allée qui en paroît couverte.

Il seroit fort surprenant qu'une production si considérable fût l'ouvrage de si peu de temps; la nature travaille avec plus de lenteur. Aussi tout le singulier est de ce qu'une production qui ne s'achéve pas plus vîte que les autres, paroît néanmoins subite. J'ai été attentif à l'observer, & voici à quoi j'ai trouvé que tout le mystére se réduisoit. La substance du Nostoch, tel que nous venons de le considérer, est très-abreuvée d'eau; de-là lui vient sa molesse, sa transparence, en un

mot ſon air de gelée ; mais cette eau, cette humidité lui eſt aiſément enlevée, quelques heures d'un ſoleil ardent, ou d'un grand vent ſuffiſent pour cela. Alors il ſe pliſſe, il ſe ride, il perd la plus grande partie de ſon volume, & en même temps ſa tranſparence & ſa couleur ; en un mot, il n'a plus l'air de Noſtoch, de cette gelée tremblante : il ne paroît qu'une eſpéce de feuille ſéche, mal façonnée, d'un brun noirâtre qui tire à peine ſur le verd ; il eſt friable. Le Noſtoch alors n'eſt plus reconnoiſſable, il a perdu tout ce qui le caractériſoit à nos yeux ; & d'ailleurs, ayant conſidérablement moins de volume, il n'eſt pas aiſé à appercevoir. Dans cet état pourtant la Plante n'eſt point détruite, elle n'eſt que déguiſée ; que l'eau vienne à l'arroſer, elle boit cette eau plus avidement que ne feroit une éponge ; auſſi-tôt elle ſe gonfle, elle reprend ſon premier volume, ſa tranſparence & ſa couleur ; en un mot elle redevient ce que nous appellons du Noſtoch. Une heure & moins ſuffit pour produire ce changement. Elle retourne à ſon état de ſéchereſſe, ſi le temps ſe remet au ſec ; & elle eſſuie bien de pareilles alternatives avant d'être parvenue à ſon terme d'accroiſſement ; car je ſuis ſûr que le Noſtoch croît au moins pendant un an, & incertain s'il ne croît pas pendant pluſieurs années.

La curioſité que j'avois eue de m'éclaircir ſur l'apparence de cette production ſubite, m'a naturellement engagé à examiner ſi le Noſtoch végéte en la maniére des autres Plantes terreſtres. M. Geoffroy le jeune, dans le Mémoire que j'ai cité au commencement de celui-ci, le prétend : il lui donne des racines. Lorſqu'il lut ce Mémoire, il montra même à la Compagnie des feuilles de Noſtoch à qui tenoient divers filamens qui ſembloient être les racines de cette Plante. Quoique j'euſſe vû moi-même les filamens, qu'ils m'euſſent paru des racines, comme M. Geoffroi le vouloit, j'ai cependant été forcé de reconnoître que le Noſtoch n'en a point, après en avoir ramaſſé une infinité de fois dans les allées de mon jardin, à qui je n'ai pas trouvé la moindre apparence de racine. Si le Noſtoch que M. Geoffroy a examiné, eut été pris

comme celui dont je parle sur des allées sablées, il ne lui eût pas non-plus apperçû de racines. Mais apparemment que le sien avoit été ramassé, ou dans des prairies, ou sur d'autres terres non sablées; il reste souvent de petits morceaux de terre attachés aux feuilles prises sur de pareils terrains. Dans ces petits morceaux de terre il y a des filamens entrelassés qui viennent du chevelu de diverses autres Plantes, & ces filamens se trouvent appliqués assez exactement sur le Nostoch pour paroître ses racines, & pour en imposer à un Observateur très-habile & très-attentif.

Quoiqu'il fût certain que le Nostoch que j'avois ramassé dans les allées sablées n'avoit point de racines, je ne m'en suis pas tenu à cette seule observation; elle laissoit encore quelque doute. On auroit pû penser que ces Plantes avoient été apportées d'ailleurs, que le vent les avoit roulées, & avoit en même temps brisé les filets déliés qui leurs servent de racines. Pour m'ôter tout scrupule, j'ai semé en quelque sorte du Nostoch; je l'ai fait croître sous mes yeux. Après l'avoir observé en différentes saisons, & en différentes circonstances, j'en ai trouvé qui étoit rempli d'une infinité de petits grains. Je ne sçai si je dois nommer ces grains, les graines de la Plante, ou ses embrions; mais quelque nom qu'on leur donne, ils m'ont paru propres à nous fournir des éclaircissemens sur sa façon de végéter. J'ai observé de ces grains ou embrions de bien des grosseurs différentes, les uns par rapport aux autres. Il en a de si petits, que c'est tout ce que la vûe simple peut faire que de les appercevoir. On en trouve d'autres de plus gros en plus gros par degrés. Les plus petits, ceux qui sont à peine assez gros pour être sensibles, sont sphériques; ce sont autant de petites boules, dont la substance paroît la même que celle du Nostoch; ils sont aussi de couleur verdâtre.

J'ai semé de ces grains dans des vases à fleurs, dont les uns étoient remplis de terre; d'autres sur cette terre avoient une couche de sable; j'avois couvert de gazon la terre de quelques autres. Les plus gros des grains, semés sur ces diffé-

rens terrains, égaloient à peine la tête des grosses épingles : d'autres n'avoient que la grosseur des têtes des plus petites épingles, & d'autres étoient encore beaucoup plus petits. Ces grains n'ont été arrosés que par la pluie ; ils ont crû dans les vases ; mais au moins avec la lenteur ordinaire des autres Plantes. En croissant ils n'ont pas conservé leur figure sphérique, ils en ont pris une applatie, dont le contour a eu pendant long-temps quelque rondeur. Au bout d'une année quelques-uns étoient au moins aussi grands qu'une piéce de cinquante, & aussi épais qu'un écu. D'autres, qui étoient peut-être venus des plus petits embrions, n'avoient que la grandeur d'une piéce de vingt-cinq sols. J'ai observé ces grains pendant leurs accroissemens ; j'ai souvent enlevé du vase les Nostochs naissans, & je ne leur ai jamais trouvé la plus légére apparence de racine. Souvent je les ai couchés sur le côté opposé à celui sur lequel ils étoient, cela ne m'a paru leur faire aucun tort, au moins cela n'en a-t'il fait périr aucun. Le côté qui touchoit la terre ou le sable étoit aussi lisse que celui qui étoit tourné vers le Ciel.

La végétation du Nostoch se fait donc, en quelque sorte, à la maniére de celle des Plantes marines; il est par-tout racine, il peut par-tout s'imbiber du suc nécessaire à son accroissement. Les Truffes ne nous donnent-elles pas un autre exemple de cette façon de végéter, même dans les Plantes terrestres ? Mais ce que le Nostoch a de particulier, ce sont les alternatives par où il passe, de ce qu'il devient d'une Plante fraîche, molle, d'une Plante en pleine vigueur, une Plante séche & même friable ; & que de cet état, qui pour toute autre Plante est un état de mort, il retourne à sa premiére vigueur, & prend même de l'accroissement. Les temps de sécheresse sont pour lui ce que l'hiver est pour les arbres ; non-seulement il ne croît pas alors, mais de plus il se plisse, il se racornit, sa substance se réduit presque à rien; mais dès que la pluie vient l'humecter, il reprend son premier volume, & même un plus considérable ; car c'est probablement dans ce temps que se fait son accroissement. Peut-être que la liqueur

dont il s'eſt imbibé, fermente & écarte ſes parties. Cette liqueur ne paroît pourtant être que de l'eau; mais l'eau de pluie n'eſt jamais de l'eau pure. On pourroit croire qu'il ſuce quelque choſe de la terre ſur laquelle il eſt poſé, ſi celui qui eſt mis ſur le ſable végétoit moins que celui qui eſt mis ſur la meilleure terre. Après tout les Plantes marines tirant toute leur nourriture de l'eau qui les entoure, on ne doit pas trouver plus de difficulté à admettre que le Noſtoch ne ſoit nourri que par l'eau de pluie.

Quand nos feuilles plates, d'une figure arrondie, ſont parvenues à une certaine grandeur, il s'y forme des plis, elles prennent une figure plus informe; tous les plis qui ſe font pendant qu'elles ſéchent ſont alors plus profonds, plus marqués; l'eau, dont la Plante s'abreuve enſuite, a plus de peine à les effacer, il reſte toujours les traces de ces plis; de nouveaux plis ſe forment dans les mêmes endroits pendant une nouvelle ſécheresſe, & ceux-ci ſont encore plus difficiles à effacer, la feuille reſte donc pliſſée malgré l'humidité qui s'y inſinue; à force de plis elle paroît enſuite comme chiffonnée. Sa figure devient encore plus informe, quand elle eſt prête de ſon dernier terme d'accroiſſement, ou à périr; l'eau qui s'y eſt trop inſinuée, la diviſe enſuite en deux ſelon ſon épaiſſeur, & ce qui a été ainſi ſéparé s'arrange mal.

Les Plantes qui ont des caracteres très-marqués, & fort différens de ceux des autres, ne ſont guère uniques dans leur genre. Peut-être auſſi y a-t-il pluſieurs eſpéces de Noſtoch; on y trouve au moins des variétés qui ſuffiroient à caractériſer des eſpéces, ſi elles étoient conſtantes. Le Noſtoch qui croît dans les prés, dans les allées, ſur les bords des chemins, eſt en feuilles plates, ou en feuilles de forme irréguliére, ſelon leur âge, & ne tient à rien: & c'eſt celui-là ſeul dont nous avons parlé juſqu'ici. Mais on en voit ſur des murs de jardins, & quelquefois ſur des terres, qui y ſemble attaché, comme les Plantes marines le ſont ſur les rochers & ſur les coquillages. Celui-ci eſt tout gaudronné par-deſſus. Il a en quelque ſorte la figure d'un bouton applati, dont le deſſus

auroit des gaudrons, ou il ressemble quelquefois à une bourse antique. M. Geoffroy, qui n'en avoit vû apparemment de ceux-ci que de petits, les a comparés à des Fraises, & les a pris pour des embrions de notre Nostoch en feuilles; il n'en avoit pas rencontré sans doute d'aussi grands que les feuilles même, comme je l'ai fait quelquefois, & n'avoit pas suivi les vrais embrions de ces feuilles.

Malgré pourtant des différences si marquées, je doute que le Nostoch frisé ou gaudronné soit une espéce réellement différente de celui qui est en feuilles; & mon doute me paroît très-fondé. J'ai ramassé sur les Nostochs frisés, de ces grains ronds, qui sont les graines ou les embrions des Nostochs applatis; je les ai semés dans des vases à fleurs, sur de la terre : en croissant, ils sont devenus des feuilles plates, qui ne se sont pas plus plissées que celles qu'on trouve communément dans les allées de jardin. J'aurois donc beaucoup de penchant à croire que la frisure du Nostoch n'est point du tout une suite d'une différence d'espéce; mais qu'elle vient d'une cause que je vais expliquer. Le Nostoch est quelquefois couvert de plusieurs milliers de ces petits grains, qui en sont les embrions, ils se trouvent amoncelés entre les gaudrons ou plis; quand ils viennent à y croître, ou en quelque autre endroit où il ne leur est pas facile de s'étendre, quantité de ces grains se collent ensemble. D'un grand nombre de grains ainsi réunis, il se forme un seul tout, une seule Plante dont chaque partie pourtant végéte. En un mot, je soupçonne qu'il se fait ici, mais avec plus de facilité, ce qui arrive à deux arbres, ou à deux branches d'arbres qui ont été trop pressées l'une contre l'autre, elles viennent par la suite à faire un même corps. Ce qui me confirme dans cette conjecture, c'est que j'ai quelquefois rencontré deux ou trois petits grains déja collés ensemble. Un plus grand nombre, collés de la même façon, eussent fait une Plante toute gaudronnée.

Je ne sais même si le Nostoch frisé n'est pas le seul qui donne des graines ou des embrions : au-moins lui en ai-je toujours trouvé à milliers au printemps & dans l'automne,

& je n'en ai jamais vû sur le Nostoch à feuilles que je ne pusse soupçonner venir d'ailleurs. Je n'ai jamais observé de ces embrions aux feuilles qui sont crûes dans les vases où je les ai semés. Tout cela seroit mieux éclairci sans divers accidens arrivés à mes vases. Je tâcherai d'achever de le vérifier; mais l'expérience est si aisée à faire, que j'espére que d'autres voudront bien la tenter de leur côté, afin que nous connoissions plus particuliérement une Plante dont la façon de végéter est si différente de celle des autres.

Le froid m'a paru très-contraire aux grandes feuilles de Nostoch. Après la gelée, quoiqu'on les humecte à l'ordinaire, elles ont une couleur plus noirâtre; elles périssent enfin : & alors elles se changent en véritable gelée, avec laquelle elles avoient seulement eu jusques-là quelque ressemblance.

---

# *ECLAIRCISSEMENT*

## *Sur une Difficulté de Statique proposée à l'Académie.*

Par M. le Chevalier DE LOUVILLE.

20. Juin 1722.

J'Avois proposé à l'Académie au mois d'Avril 1720. une difficulté à résoudre sur la doctrine de Galilée touchant la chûte des corps. Il me paroissoit que la fameuse proposition de M. Huguens sur la détermination du temps de la chûte d'un corps dans une cycloïde renversée, ne s'accordoit pas avec la démonstration de Galilée de l'Isochronisme des cordes des arcs du cercle; & comme je n'avois pû jusqu'alors concilier ces deux démonstrations, je pris le parti de consulter les Savans sur cette difficulté, afin d'en être éclairci; mais ayant trouvé quelque temps après, le dénouement de cette difficulté, je la donne dans ce Mémoire.

Comme je n'ai rien voulu passer sans en avoir des preuves bien claires & bien démonstratives, cela m'a obligé d'examiner tous les principes qui avoient rapport à la question : & je

je me ſuis apperçû qu'il y en avoit un entr'autres, dont je n'avois jamais vû la démonſtration, mais que j'avois ſeulement toujours regardé comme vrai, pour l'avoir lû dans quelqu'Auteur, habile d'ailleurs, dont je ne ſaurois plus me ſouvenir du nom; je crûs donc qu'il étoit à propos de commencer par examiner ſi ce principe étoit bien ſûr, & je trouvai que rien n'étoit plus faux.

Ce principe eſt, que le temps de la chûte d'un corps par ſon propre poids le long d'un arc de cercle quelconque eſt plus long que le temps de la chûte par la corde du même arc; & même cet Auteur a avancé que Galilée s'étoit trompé ſur cet article, en ſoutenant le contraire. Il eſt bien vrai que la démonſtration de Galilée a quelque choſe de defectueux; mais on voit cependant bien qu'elle eſt vraie, & je donnerai quelque jour une démonſtration qui confirme celle de Galilée, & cela par une voie fort différente de la ſienne. Comme il ſeroit trop long de répéter ici l'expoſition de la premiere difficulté, nous renverrons le Lecteur au Mémoire de M. Saurin, où cela eſt expliqué fort au long & fort clairement.

## PROPOSITION I.

### LEMME.

*Si deux cercles de différens diamétres comme* FMB, ASB, *ſe touchent dans un point comme* B, *enſorte que le petit cercle ſoit ſitué au dedans du grand, & que par les centres de ces deux cercles* C, E, *on mene une ligne droite* FCEB, *qui paſſera, comme l'on ſait par le point de contact* B, *& qu'on mene d'un point quelconque* S, *de la circonférence du petit cercle, une perpendiculaire* SN *au diamétre* AB, *qui étant prolongée, coupe la circonférence du grand cercle* FMB *en un point* M; *& qu'enſuite du point de contact* B, *on tire les deux cordes* BS, BM. Fig. 1.

*Je dis que* BM *ſera à* BS, *comme la racine du diamétre* FB *à la racine du diamétre* AB.

DE'MONSTRATION.

Par la nature du cercle *FMB*, $\overline{BM}^2 = FB \times BN$. Et par celle du cercle *ASB*, $\overline{BS}^2 = AB \times BN$. Donc $\overline{BM}^2 : \overline{BS}^2 :: FB \times BN : AB \times BN :: FB : AB$. Donc $BM : BS :: \sqrt{FB} : \sqrt{AB}$. Ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE I.

Si le diametre *FB* eſt quadruple du diametre *AB*, qui eſt le cas dont il s'agit ici; *BM* ſera à *BS* : : 2. 1.

Et ſi le point *M* eſt pris infiniment proche du point *B*; enſorte que l'arc *MB* ſoit infiniment petit du premier genre, la ligne *NB*, ſinus verſe de cet arc, ſera infiniment petite du ſecond genre; & ſi l'on diviſe cette petite ligne *NB*, en une infinité de parties égales, telles que *NL*, par chacune deſquelles on mene à la ligne *NB*, des perpendiculaires telles que *LI*, toutes ces petites lignes telles que *NL*, ſeront infiniment petites du troiſiéme genre par rapport aux diametres *AB*, ou *FB*.

D'où il ſuit que (dans le cas préſent) le diametre *BF* ayant été fait quadruple du diametre *BA*, & le rayon *BC*, par conſéquent double du diametre *BA*; *NC*, ſera double de *NA*, à cauſe que *NC* & *NA* étant des quantités finies, *NB* qui n'eſt qu'une quantité infiniment petite, même du ſecond genre, ne changera point leur rapport, ſoit qu'il ſoit ajouté, ou qu'il ſoit retranché de chacune de ces lignes.

COROLLAIRE II.

Mais le cercle *ASB* nous donne ces égalités, $\overline{SN}^2 = AN \times NB$. Et $\overline{MN}^2 = FN \times NB$. Donc $\overline{SN}^2 : \overline{MN}^2 :: AN \times NB : FN \times NB :: AN : FN$. Donc $SN : MN :: \sqrt{AN} : \sqrt{FN} :: 1. 2.$

## COROLLAIRE III.

Mais nous avons prouvé dans le Corollaire précedent, que *NC* étoit à *NA* :: 2. 1. Donc *NC* : *NA* :: *MN* : *NS*. Donc les deux triangles *CNM*, *ANS*, qui ont outre l'angle commun *CNM*, leurs côtés *CN*, *AN*, & *NM*, *NS*, divisés en proportion geométrique, seront semblables, & par conséquent leurs angles homologues *NCM*, *NAS*, seront égaux ; d'où il suit que les deux lignes *AS*, *CM*, seront paralléles. Il faut bien remarquer ce troisiéme Corollaire, car c'est de lui que nous allons tirer tout l'éclaircissement de la difficulté.

## COROLLAIRE IV.

Mais la ligne *SB* est perpendiculaire à la corde *SA*, à cause du demi-cercle *ASB*, & la tangente *MT* du cercle *FMB* est perpendiculaire au rayon *CM* du même cercle. Or deux lignes perpendiculaires à deux lignes paralleles sont paralleles entr'elles : donc la tangente *MT* du cercle *FMB* est parallele à la corde correspondante *SB* du cercle *ASB*; Et par conséquent la petite partie *MG* de cette tangente *MT* interceptée entre les deux paralleles *NM*, *LI*, sera égale à la petite partie *SK* de la corde *SB*, interceptée entre les mêmes paralleles ; & comme en quelque point du petit arc *MOB* qu'on mene une tangente, cela arrivera toujours, il s'ensuit que ce petit arc circulaire dont tous les élémens interceptés entre les deux paralleles correspondantes, sont égaux & paralleles aux petites parties, telles que *SK*, de la corde correspondante du cercle *ASB*, aura toutes les propriétés de l'arc cycloïdal *BHP*, dont le cercle générateur seroit *ASB*, & le cercle osculateur au sommet *B* seroit *FMB*, & par conséquent ce petit arc circulaire doit se revêtir de toutes les propriétés de la cycloïde en ce point. D'où il suit qu'un corps qui ne commenceroit sa chûte que du point *M*, tomberoit en *B* le long de cet arc, dans un temps qui seroit au temps de la chûte du même corps par le diamétre *FB* du cercle

osculateur, comme le quart de la circonférence d'un cercle est à son diametre, en vertu de la démonstration de M. Huguens, & en vertu de celle de Galilée, ce temps seroit à celui de la chûte par la petite corde correspondante *MB* dans cette même raison.

Il ne faudroit ici d'autre démonstration que celle de M. Huguens appliquée au petit arc circulaire *MOB*, avec lequel la cycloïde se confond ; mais l'importance de la matiere mérite bien qu'on démontre ce Théoreme d'une maniere indépendante de la démonstration de M. Huguens, & cela par les propriétés du cercle, ce qui sera pour cette démonstration un surcroît de certitude. C'est ce que nous allons faire dans la Proposition suivante.

## PROPOSITION II.

### THEOREME.

*Le temps de la chûte d'un corps par un arc de cercle infiniment petit, dont une des extrémités se termine au point le plus bas de la circonférence, qu'on suppose tracée dans un plan vertical, est au temps de la chûte de ce corps par la corde du même arc, comme le quart de la circonférence d'un cercle à son diametre.*

Fig. 2. Soit décrit le demi-cercle *AEB*, dont le diametre *AB* est supposé dans une situation verticale, & dont le point *B* soit le plus bas de la circonférence. Je dis que si l'on prend sur cette circonférence le point *D* infiniment proche du point *B*, & qu'on laisse tomber par l'arc infiniment petit *DB*, un mobile par son propre poids, le temps que ce mobile employera à tomber par ce petit arc *DB*, sera au temps qu'il employeroit à tomber par la corde du même arc *DB*, comme le quart de la circonférence d'un cercle est à son diametre.

### PRE'PARATION.

Soit tiré du point *D*, d'où l'on suppose que commence la chûte au diametre *AB*, la perpendiculaire *DH*; & ayant divisé

le diametre $2a$, qui eſt $= 4 \frac{a}{\sqrt{2a}}$, il s'enſuit que le temps de la chûte par l'arc infiniment petit, ſera au temps de la chûte par la corde de cet arc, comme tous ces nombres $2 + \frac{1}{3} + \frac{3}{20} + \frac{5}{56} + \frac{35}{576}$ &c. ſont à 4 : mais tous ces nombres pouſſés à l'infini expriment la demi-circonférence d'un cercle dont le diametre eſt deux, comme l'on peut voir dans le ſavant Traité de M. Newton, intitulé : *Analyſis per quantitatum ſeries, fluxiones ad differentias*, imprimé à Londres en 1711. page 15. Donc tous ces nombres qui expriment le temps de la chûte par un arc de cercle infiniment petit, comme nous avons démontré, ſont au temps de la chûte par le diametre du cercle, ou, ce qui eſt la même choſe, par la corde correſpondante, comme la demi-circonférence d'un cercle eſt à 2 fois ſon diametre, ou comme le quart de la circonférence à ſon diametre. Ce qu'il falloit démontrer.

J'avoue que voilà le Théorême le plus ſurprenant & le plus paradoxe que j'aie encore vû en Géométrie : mais il n'en eſt pas moins certain, & M. Huguens ne s'eſt point trompé ſur cet article.

Voilà tout d'accord préſentement, tant ce qui a été avancé par M. Huguens, & démontré enſuite par M. le Marquis de l'Hôpital, ſur les forces centrifuges, que ce qui l'a été par M. Varignon en tant d'endroits de nos Mémoires.

Et j'ai même expérimenté qu'un Pendule ſimple égal en longueur à celui qui fait des vibrations latérales très-petites d'une ſeconde de temps, & que l'on faiſoit circuler horiſontalement, en décrivant la circonférence d'un très-petit cercle, étoit ſenſiblement iſochrone au premier ; je veux dire que ce dernier Pendule décrivoit un demi-cercle horiſontal dans une ſeconde. Ainſi M. Parent a eu tort d'attaquer M. Huguens ſur cet article, puiſqu'il eſt ſûr que ces deux Pendules donnent la même détermination de la chûte des corps dans le vuide.

Il faut à préſent calculer, quel eſt le temps de la chûte d'un corps par un arc de cycloïde quelconque par la même mé-

thode, pour faire voir l'accord de toutes ces vérités.

Fig. 3. Soit dans la troisiéme Figure *ADE* une demi-cycloïde renversée, dont le sommet soit en *A*, & dont le diametre est *FA*, le cercle générateur *FPA*, qui ait son centre au point *C*. Supposons que le mobile commence à tomber du point *D*, pris où l'on voudra le long de l'arc cycloïdal *DMA*, par sa propre pesanteur; je dis que le temps qu'il sera à arriver en *A* par cet arc, sera au temps de la chûte du même corps par le diametre *FA*, comme la demi-circonférence d'un cercle est à son diamétre.

## PRE'PARATION.

Du point *D* soit menée au diametre *FA* la perpendiculaire *DH*, & ayant pris un autre point *M*, où l'on voudra au-dessous de *D*, soit mené par ce point *M*, la ligne *MO*, parallele à *DH*, qui rencontre la circonférence du cercle en *S*, & le diametre en *O*; puis ayant pris sur cette cycloïde le point *N*, infiniment près de *M*, soit mené la ligne *NP*, parallele à *MO*, & du point *A* par le point *S*, soit tiré la corde *AS*, qui coupe *NP* en *B*. Enfin des points *B* & *N*, soit élevé les deux petites perpendiculaires *BK*, *NR*, à la ligne *PN*.

## DE'MONSTRATION.

Ayant nommé $FA\ (2a)$ $CH\ (c)$ $HO\ (x)$, $OP$, ou $KB$ ou $RN$, $(dx)$. $CO$ sera $(c+x)$ $AO\ (a-c-x)$ $FO\ (a+c+x)$. $AH\ (a-c)$. & $\overline{SA}^2 = FA \times AO$ sera $2aa-2ac-2ax$, donc $SA = \sqrt{2aa-2ac-2ax}$.

Mais à cause des triangles semblables $SBK$, $SAO$, on aura $SB \,.\, BK\ (dx) :: SA\ (\sqrt{2aa-2ac-2ax}) \,.\, AO\ (a-c-x)$. Donc $SB = \frac{dx}{a-c-x}\sqrt{2aa-2ac-2ax} = dx\sqrt{\frac{2a}{a-c-x}}$ qui sera aussi la valeur de $MN$, à cause que

par la propriété de la cycloïde, $MN$ est parallèle, &, par conséquent, égale à $SB$.

Et le temps de la chûte par $MN$ sera $\frac{dx}{\sqrt{x}} \times \sqrt{\frac{2a}{a-c-x}} = dt$, ou en nommant $a-c$, qui est $AH$ ($p$), on aura $dt = dx\sqrt{\frac{2a}{px-xx}} = dx\sqrt{2a} \times \overline{px-xx}^{-\frac{1}{2}}$.

Il faut réduire en série cette quantité $\overline{px-xx}^{-\frac{1}{2}}$.

Et l'on aura cette série

$$\overline{px}^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}\overline{px}^{-\frac{1}{2}-1} \times -xx - \frac{1}{2}\times\frac{-\frac{1}{2}-1}{2}\overline{px}^{-\frac{1}{2}-2}\times \overline{xx}^{2} - \frac{1}{2}\times\frac{-\frac{1}{2}-1}{2}\times\frac{-\frac{1}{2}-2}{3}\overline{px}^{-\frac{1}{2}-3}\times -\overline{xx}^{3} - \frac{1}{2}\times\frac{-\frac{1}{2}-1}{2}\times\frac{-\frac{1}{2}-2}{3}\times\frac{-\frac{1}{2}-3}{4}\overline{px}^{-\frac{1}{2}-4}\times \overline{xx}^{4} - \frac{1}{2}\times\frac{-\frac{1}{2}-1}{2}\times\frac{-\frac{1}{2}-2}{3}\times\frac{-\frac{1}{2}-3}{4}\times\frac{-\frac{1}{2}-4}{5}\times\overline{px}^{-\frac{1}{2}-5}\times \overline{xx}^{5}, \text{ \&c.}$$

Ce qui vaut

$$\frac{1}{\sqrt{px}} + \frac{1}{2}\frac{xx}{\sqrt{p^3x^3}} + \frac{1}{2}\times\frac{\frac{3}{2}}{2}\times\frac{x^4}{\sqrt{p^5x^5}} + \frac{1}{2}\times\frac{\frac{3}{2}}{2}\times\frac{\frac{5}{2}}{3}\times\frac{x^6}{\sqrt{p^7x^7}} + \frac{1}{2}\times\frac{\frac{3}{2}}{2}\times\frac{\frac{5}{2}}{3}\times\frac{\frac{7}{2}}{4}\times\frac{x^8}{\sqrt{p^9x^9}} + \frac{1}{2}\times\frac{\frac{3}{2}}{2}\times\frac{\frac{5}{2}}{3}\times\frac{\frac{7}{2}}{4}\times\frac{\frac{9}{2}}{5}\times\frac{x^{10}}{\sqrt{p^{11}x^{11}}} \text{ \&c.}$$

Donc $dt = dx\sqrt{2a}\times\overline{px-xx}^{-\frac{1}{2}}$ sera

$$dt = \frac{dx\sqrt{2a}}{\sqrt{px}} + \frac{1}{2}\frac{dx\sqrt{2a}}{\sqrt{p^3x^3}}\times xx + \frac{1}{2}\times\frac{\frac{3}{2}}{2}\frac{dx\sqrt{2a}}{\sqrt{p^5x^5}}\times x^4 + \frac{1}{2}\times\frac{\frac{3}{2}}{2}\times\frac{\frac{5}{2}}{3}\times\frac{dx\sqrt{2a}}{\sqrt{p^7x^7}}\times x^6 + \frac{1}{2}\times\frac{\frac{3}{2}}{2}\times\frac{\frac{5}{2}}{3}\times\frac{\frac{7}{2}}{4}\times\frac{dx\sqrt{2a}}{\sqrt{p^9x^9}}\times x^8 + \frac{1}{2}\times\frac{\frac{3}{2}}{2}\times\frac{\frac{5}{2}}{3}\times\frac{\frac{7}{2}}{4}\times\frac{\frac{9}{2}}{5}\times\frac{dx\sqrt{2a}}{\sqrt{p^{11}x^{11}}}\,xx^{10}. \text{ \&c.}$$

Et $dt = \sqrt{\frac{2a}{p}}\times\frac{dx}{\sqrt{x}} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2a}{p^3}}\times dx\sqrt{x} + \frac{1}{2}\times\frac{\frac{3}{2}}{2}\sqrt{\frac{2a}{p^5}}\times dx\sqrt{x^3}$

$+\frac{1}{2}\times\frac{\frac{3}{2}}{2}\times\frac{\frac{5}{2}}{3}\sqrt{\frac{2a}{p^7}}\times dx\sqrt{x^5}+\frac{1}{2}\times\frac{\frac{3}{2}}{2}\times\frac{\frac{5}{2}}{3}\times\frac{\frac{7}{2}}{4}\sqrt{\frac{2a}{p^9}}\times dx\sqrt{x^7}$

$+\frac{1}{2}\times\frac{\frac{3}{2}}{2}\times\frac{\frac{5}{2}}{3}\times\frac{\frac{7}{2}}{4}\times\frac{\frac{9}{2}}{5}\times\sqrt{\frac{2a}{p^{11}}}\times dx\sqrt{x^9}$ &c.

Dont l'Intégrale est

$t=2\sqrt{\frac{2a}{p}}\times\sqrt{x}+\frac{1}{3}\sqrt{\frac{2a}{p^3}}\times\sqrt{x^3}+\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}\times\frac{2}{5}\sqrt{\frac{2a}{p^5}}\times\sqrt{x^5}$

$+\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{6}\times\frac{2}{7}\sqrt{\frac{2a}{p^7}}\times\sqrt{x^7}+\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{6}\times\frac{7}{8}\times\frac{2}{9}\sqrt{\frac{2a}{p^9}}\times\sqrt{x^9}$

$+\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{6}\times\frac{7}{8}\times\frac{9}{10}\times\frac{2}{11}\sqrt{\frac{2a}{p^{11}}}\times\sqrt{x^{11}}$. &c.

Et lorsque $HP$ $(x)$ devient $HA$ $(p)$. on aura

$t=2\sqrt{2a}+\frac{1}{3}\sqrt{2a}+\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}\times\frac{2}{5}\sqrt{2a}+\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{6}\times\frac{2}{7}\sqrt{2a}$

$+\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{6}\times\frac{7}{8}\times\frac{2}{9}\sqrt{2a}+\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{6}\times\frac{7}{8}\times\frac{9}{10}\times\frac{2}{11}\sqrt{2a}$. &c.

Ce qui vaut

$t=2+\frac{1}{3}+\frac{3}{20}+\frac{5}{56}+\frac{35}{576}+\frac{63}{1408}$. le tout multiplié par $\sqrt{2a}$.

Or le temps de la chûte par le diametre $FA$ est exprimé par $\frac{4a}{\sqrt{2a}}=\sqrt{\frac{16aa}{2a}}=\sqrt{8a}=2\sqrt{2a}$.

Mais cette série exprime la longueur d'un demi-cercle, dont le diametre est 2. Donc le temps de la chûte par un arc de cycloïde quelconque, est au temps de la chûte par le diametre de la même cycloïde, comme la demi-circonféren-ce d'un cercle est à son diametre. Ce qu'il falloit démontrer.

Nous avons fait ce même calcul de plusieurs façons diffé-rentes, afin d'avoir une preuve que nous ne nous trompions pas dans ce calcul, outre que c'est un plaisir en Géométrie de retrouver les mêmes vérités par plusieurs chemins diffé-rens. Nous avons pris, par exemple, le rapport du rayon $CS$, à l'appliquée $SO$, pour exprimer celui du temps de la chûte par $MN$, ou $SB$, au temps par $OP$, qui est la premiere pro-portion qui s'étoit présentée à M. Huguens, & nous sommes toujours

toujours retombés par tous ces différents chemins dans la même Série du demi-cercle, la chûte par le diamétre de la cycloïde étant exprimée par le diamétre du même cercle. Cette expression n'accommodoit pas M. Huguens, parce que par sa méthode il falloit des proportions où la même raison regnât dans tous les termes, ce qui ne se rencontrera pas en Géométrie de cent fois une, sans quoi cependant il n'auroit jamais pû venir à bout de démontrer ce beau Théorême; ce qui fait voir l'excellence du calcul intégral, qui s'accommode également de la premiere proportion qui se présente, quelque variété qu'il y ait dans la raison qui régne dans la Série. Ainsi voilà un Théorême démontré de bien des façons différentes, qui s'accordent toutes à donner la même détermination du temps de la chûte des corps.

Mais le temps de la chûte d'un corps, par le diamétre *FB* du cercle osculateur, qui est quadruple du diamétre *AB* du cercle générateur, seroit double de la chûte par *AB*, selon la doctrine de Galilée; donc le temps de la chûte d'un corps par un arc de cycloïde quelconque sera au temps de la chûte par ce diamétre *FB*, comme la demi-circonférence d'un cercle à deux fois son diamétre, ou comme le quart de la circonférence à son diamétre.

D'où il suit que la chûte d'un corps par un arc de cycloïde quelconque est égal à la chûte du même corps par un arc infiniment petit du cercle osculateur, pourvû que cet arc aboutisse au point le plus bas de la circonférence de ce cercle.

Mais on peut encore conclure que le rayon de la développée demeure toujours égal à 2*AF* pendant que dure l'espace d'un arc infiniment petit du premier genre, en prenant sur cet arc *AM*, un point infiniment près de *A*, & cherchant où la perpendiculaire à la courbe en ce point, ira couper le diamétre *AF* prolongé : & l'on trouvera par l'article 95. page 92. de la premiere édition de l'Analyse des Infiniment petits, où nous renvoyons les lecteurs, que cette perpendiculaire ira couper le diamétre *AF* à une distance au de-là de *F*, égale à *FA*; ce qui s'accorde avec la démonstration suivante. Fig. 3.

D'où il suit qu'on ne doit pas regarder la cycloïde comme composée d'arcs de cercle infiniment petits qui seroient décrits du point *F* pour centre, & qui auroient pour rayon au point *A*, le diamétre *FA*, puisque si cela étoit, les perpendiculaires à la cycloïde, en ce point *A*, seroient aussi perpendiculaires à ces arcs de cercle, & iroient couper par conséquent le diamétre *FA* en *F*, ce qui est faux.

Voici encore une autre maniere immédiate de rectifier la cycloïde, ou, ce qui est la même chose, de trouver la longueur du rayon de sa dévelopée, qui est plus simple qu'aucune que j'aie encore vûe, que nous allons donner ici.

Fig. 3. Ayant nommé les lignes comme il s'ensuit, $FA\ (a)$. $AO\ (x)$. $PO$, ou $BK\ (dx)$. $AS = \sqrt{FA \times AO} = \sqrt{ax}$. on aura cette proportion,

$SB$, ou $MN.BK\ (dx) :: SA\ (\sqrt{ax}).\ AO\ (x)$. Donc $MN = \frac{dx}{x}\sqrt{ax} = \frac{dx\sqrt{a}}{\sqrt{x}} = dx\sqrt{a} \times x^{-\frac{1}{2}}$ dont l'intégrale est $2\sqrt{a} \times \sqrt{x} = 2\sqrt{ax} = 2\ SA$ pour la longueur de l'arc cycloïdal correspondant *AM*.

Et pour avoir celle de l'arc *AE*, on aura $AO\ (x) = AF\ (a)$. Substituant donc pour lors $a$ au lieu de $x$ dans l'expression de l'arc $AM\ (2\sqrt{ax})$ on aura $AE = 2\sqrt{aa} = 2a = 2\ AF$. Et c'est la valeur du rayon de la développée d'une autre cycloïde en son sommet, qui auroit pour développée la cycloïde *AME*; & comme cette valeur demeure la même tant que $AO = AF$, c'est-à-dire, tant que ces deux lignes ne différent l'une de l'autre que d'une quantité infiniment moindre qu'elles, ce qui continue tant que l'extrêmité *A* du fil qui enveloppoit *AE*, ne parcourt qu'un arc de cercle infiniment petit du premier genre, il s'ensuit que le rayon de la développée de cette cycloïde demeurant constant pendant tout ce mouvement, la courbe qu'il décrira ne sera qu'un véritable arc de cercle qui aura pour rayon le rayon même de sa développée, qui est celui du cercle osculateur de cette cycloïde en son sommet.

*Eclairciſſement ſur l'Analyſe des Infinis.*

La régle fondamentale du calcul des Infinis eſt qu'on peut prendre indifféremment l'une pour l'autre deux quantités qui ne différent l'une de l'autre que d'une quantité infiniment moindre qu'elles; c'eſt-à-dire, que ſoit qu'on ajoûte, ſoit qu'on retranche d'une quantité une quantité infiniment moindre qu'elle, cela ne changera point le rapport que cette quantité a avec une autre quantité avec laquelle on la compare.

Cette régle eſt très-certaine, & l'accord merveilleux qui ſe trouve entre cette Géométrie & la commune, eſt une démonſtration ſuffiſante que ce que l'on néglige peut être négligé, puiſqu'il n'en arrive jamais aucun mécompte. Mais il y a cependant un cas où ce principe paroît ſouffrir une exception, ce qui vient d'une équivoque que la régle peut cauſer : c'eſt dans les angles des triangles rectilignes ; il y a un cas où il n'eſt pas permis de prendre indifféremment l'un pour l'autre, deux angles qui ne différent l'un de l'autre que d'un angle infiniment moindre qu'eux. Voici le cas où il n'eſt pas permis de le faire.

C'eſt lorſque dans un Triangle rectiligne il y a un angle infiniment petit, on ne peut pas augmenter ni diminuer un des deux angles finis d'un angle infiniment petit, ſans qu'il en arrive un changement fini dans le rapport des côtés de ce triangle.

La raiſon en eſt facile à appercevoir : c'eſt que les trois angles de tout triangle étant néceſſairement égaux à 180. degrés, on ne ſauroit augmenter un des deux angles finis de ce triangle d'un angle infiniment petit, l'autre angle fini demeurant conſtant ou de même grandeur, ſans que l'angle infiniment petit ne ſoit diminué par ce changement d'un angle infiniment petit égal à l'angle ajoûté ; &, par la même raiſon, ſi l'on retranche d'un angle fini, un angle infiniment petit, l'angle infiniment petit ſera augmenté de la même quantité. Or comme cet angle infiniment petit a un rapport fini avec cet angle infiniment petit qu'on lui a ajoûté, ou qu'on

lui a retranché, il s'ensuit qu'on aura fait à cet angle un changement fini, ce qui changera d'autant le rapport des côtés du triangle, qui dépend du rapport des sinus des angles opposés à ces mêmes côtés.

EXEMPLE.

Fig. 1. Soit dans la premiere Figure le triangle *CNM*, dont l'angle *NCM* est supposé infiniment petit, à cause que l'arc *BM* qui en est la mesure, a été pris dans la construction infiniment petit du premier genre, le côté *NM* opposé à cet angle, & qui en est ici le sinus droit, sera une ligne infiniment petite par rapport aux deux autres côtés *NC*, *MC*; or l'angle *CNM* étant droit, l'angle *NMC* ne différera d'un angle droit que d'un angle infiniment petit *NCM*, égal à l'angle *CMR* (en supposant *MR* parallele à *NC*). Or il est visible que, si l'on coupe en deux également l'angle *CMR* par la ligne *MF*, les lignes *MF* & *NF* deviendront par ce changement doubles des lignes *NC*, *MC*, c'est-à-dire que nous aurons doublé les côtés finis du triangle *NCM* pour avoir augmenté l'angle *NMC* de l'angle infiniment petit *CMF*; d'où il suit que le changement qui est arrivé aux côtés de ce triangle est d'une quantité finie, pour avoir fait à un des deux angles finis un changement d'une quantité infiniment petite; c'est à quoi les commençans doivent prendre garde.

Ainsi dans notre question, quoique l'angle *HMG* que fait la petite tangente *MG* du cercle osculateur au point *M*, avec la corde correspondante *MH*, soit infiniment petit, ayant pour mesure la moitié de l'arc *MB* infiniment petit, cependant la petite ligne *MH* sera double de la ligne *MG*, ce qui vient de ce que dans le petit triangle rectangle *GMD*, l'angle *MGD* est infiniment petit, étant égal à l'angle *NCM*, qui a été fait infiniment petit par la construction, car cet angle *MGD* est égal à l'angle *NMT*, à cause des paralleles *NM*, *LD*. Or l'angle *CMG* est droit, étant fait par le rayon *CM*, & par la tangente du cercle en ce point,

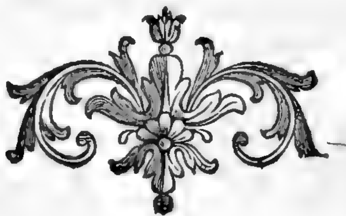
aussi bien que l'angle *NMD* par la construction ; ainsi si de chacun de ces angles droits on ôte l'angle commun *NMT*, les restes *CMN* & *TMD* seront égaux ; d'où il suit que les deux triangles rectangles *CMN*, *GMD*, seront semblables, & par conséquent l'angle infiniment petit *NCM* sera égal à l'angle infiniment petit *MGD* ; par conséquent si l'on ajoûte à l'angle *GMD*, l'angle infiniment petit *HMG* = *CMF*, (comme il est facile de démontrer, en faisant les mêmes raisonnemens qu'on vient de faire) le côté *MG* deviendra *MH*, double de *MG*, comme *MF* est double de *MC*; c'est pourquoi la chûte par la corde *MH* sera double de la chûte par l'arc *MG* dans ce premier instant, ce qui fait qu'on ne peut pas prendre l'un pour l'autre ; car quoi qu'à la fin de la chûte en *B*, l'arc reperde en inclinaison ce qu'il avoit gagné sur sa corde en *M*, cependant l'un ne récompense pas l'autre par rapport au temps, à cause de l'accélération qu'acquiert le mobile pendant le temps de sa descente le long de l'arc *MOB*, qui est un temps fini, & que ce mobile parcourra ces derniers petits élemens avec une vîtesse infiniment plus grande qu'il n'a parcouru les premiers ; ce qui fait voir visiblement que la chûte d'un corps par tout arc de cercle qui n'excéde guère 90 degrés doit être, plus prompte que par sa corde, comme Galilée a eu raison de l'avancer.

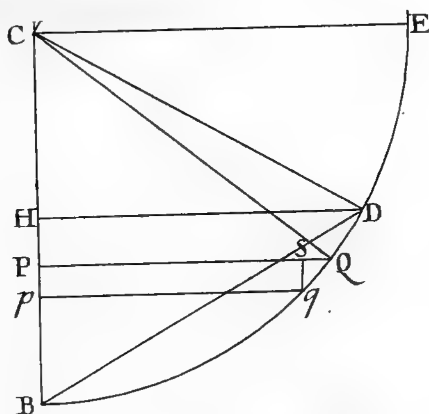
On doit donc conclure de tout ceci, que la cycloïde ne différe en rien d'un arc infiniment petit du premier genre du cercle qui la baise en son sommet *B*, puisque ce petit arc a toutes les mêmes propriétés que la cycloïde, comme il paroît par tout ce que nous avons démontré dans ce Mémoire; ce qui doit être en effet, puisque le rayon de la développée de la cycloïde dans tout l'espace de cet arc ne différe en rien du rayon du cercle osculateur ; d'où il suit que ces deux courbes n'en font qu'une dans ce petit arc. Ce qui est conforme à ce que nous avons démontré par les propriétés des tangentes de l'une & de l'autre courbe qui se trouvent toujours paralleles entr'elles dans tout cet arc.

On peut encore conclure de ces démonstrations, qu'un

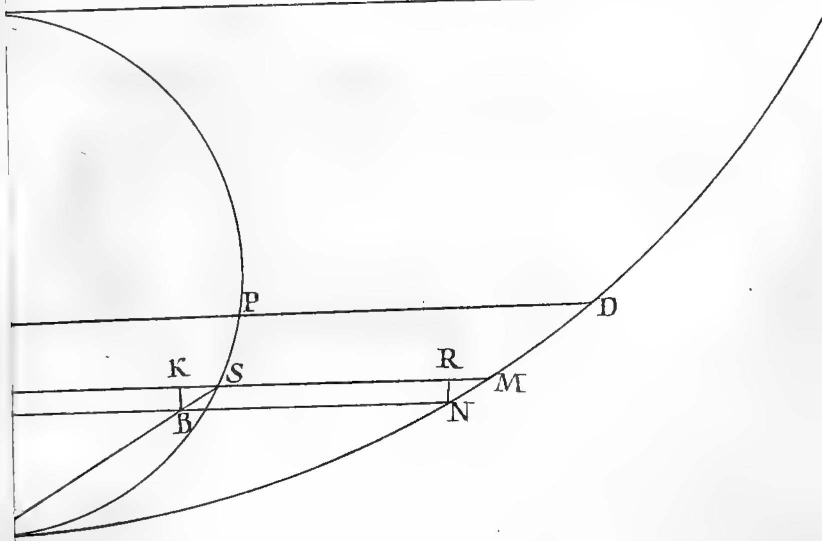
cercle n'eſt pas un polygone d'un nombre infini de côtés, du moins ſi l'on entend par ce mot un nombre infini du premier genre; puiſque ſi cela étoit, un arc infiniment petit ne ſeroit qu'une véritable corde, entre laquelle & ſon arc il n'y pourroit avoir aucune différence; ainſi ce n'eſt pas aſſez dire: il faut dire qu'un cercle eſt un polygone d'un nombre infiniment infini de côtés, non pas un infini du premier, ni du ſecond, ni du troiſiéme genre, mais de l'infinitiéme genre, ſi l'on peut ſe ſervir de ce terme; c'eſt-à-dire, que ſi l'on donne pour l'expoſant de l'infini du premier genre, 1, 2 pour celui du ſecond genre, 3 pour celui du troiſiéme genre, il faudra que le nombre qui exprime la multitude des côtés d'un cercle regardé comme polygone ſoit un nombre d'un infinité qui ait pour expoſant l'infini.

Ce qui s'accorde avec la petiteſſe de l'angle de contingence; car cet angle eſt meſuré par la moitié de l'arc que l'on prendra, ou plutôt il eſt encore plus petit, puiſque la corde fait toujours avec la tangente d'un arc, un angle plus grand que celui de l'arc même avec la tangente; & comme il n'y a point de bornes à la petiteſſe d'un arc, & qu'on le peut prendre de plus petit en plus petit à l'infini, & qu'on entend par l'angle de contingence le dernier de tous, il eſt certain que cet arc, auſſi bien que ſon angle, eſt d'une petiſſe ſans bornes.



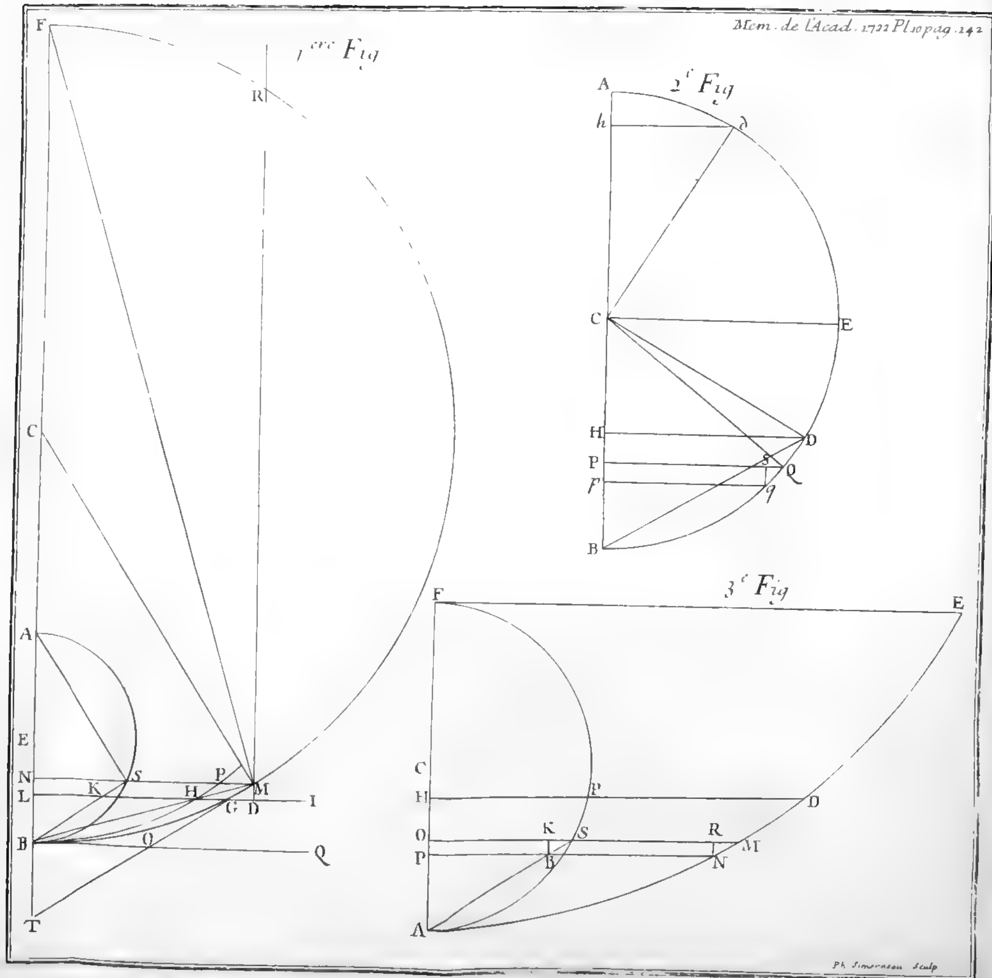



3.e Fig.




Ph. Simonneau Sculp

Mem. de l'Acad. 1722 Pl. 10 pag. 242




Ph. Simonneau Sculp.

# REFLEXIONS

## *Sur les Expériences d'une nouvelle maniere d'éteindre le Feu.*

*Qui furent faites à l'Hôtel Royale des Invalides le Jeudi* 10. *Décembre* 1722.

Par M. DE REAUMUR.

JAmais peut-être Expériences n'ont été faites en présence d'un plus grand concours de spectateurs, & de tant de spectateurs illustres, que celles qui le furent Jeudi dernier à l'Hôtel Royal des Invalides. La curiosité du public justement intéressée par l'importance de la matiere, l'avoit encore été par toutes les merveilles que les nouvelles publiques avoient rapportées de cette façon surprenante d'éteindre le feu. Il y a près d'un an qu'on a lû dans les Gazettes, qu'on avoit construit en Saxe une Maison de bois, qu'on l'avoit remplie des matieres les plus combustibles, qu'on y avoit mis le feu, qu'on l'avoit laissée s'embraser totalement, & qu'alors on avoit jetté dessus un peu d'une certaine poudre, qui sur le champ avoit arrêté l'incendie, & entierement éteint le feu. Ces circonstances, & quelques autres pareilles, au moins aussi merveilleuses, n'ont pas trouvé beaucoup de croyance chez ceux qui sont accoûtumés à raisonner sur les effets de l'art & de la nature; ils n'ont sû à quoi s'en tenir sur le succès du secret dont on s'est servi en Allemagne, soit que les expériences n'y ayent pas été faites devant des observateurs attentifs à les examiner de près, soit que ceux qui les ont examinées ayent négligé d'instruire le public de ce qu'ils avoient vû.

Heureusement que l'Inventeur de ce secret a envoyé en France des gens pour y en faire les épreuves, & heureusement encore qu'on s'est adressé pour cela à M. le Blanc. On sait avec quel zéle, avec quelle intelligence & avec quelle

activité ce Miniſtre a toujours ſuivi tout ce qui lui a été confié. On fit d'abord conſtruire dans l'Avant-cour des Invalides une Maiſon, ou plutôt une eſpéce de Baraque de bois, ſur un plan quarré, dont chaque côté avoit environ 18 pieds : on lui donna environ 10 pieds de hauteur, à la prendre depuis le rès-de-chauſſée juſqu'au commencement du toit. Ce toit étoit en comble, & s'élevoit de 5 pieds. Elle étoit entierement de planches, & bâtie dans le goût des Loges des Foires S. Germain & S. Laurent. On demandera d'abord pourquoi on a commencé par bâtir une eſpéce de Maiſon pour faire l'expérience d'éteindre le feu. Le premier eſſai en pouvoit être fait avec moins d'appareil, ſur un tas de pluſieurs voies de bois bien embraſées. M. le Blanc auſſi n'avoit pas manqué de le propoſer; il vouloit qu'on préludât par-là. Mais ceux qui avoient le ſecret avouerent ingénûment qu'il ne réuſſiroit point en pareil cas, qu'il n'étoit efficace que ſur le feu mis à des Maiſons, que ſur un feu clos en quelque ſorte. C'eſt de quoi on verra aſſez les raiſons dans la ſuite de ce Mémoire.

La Baraque fut donc conſtruite à peu-près dans les proportions que nous venons de donner : le terrain fut recouvert en partie de planches : ſon toit fut auſſi fait de planches attachées un peu à claire voie. On y reſerva de plus ſix ouvertures ou eſpéces de fenêtres, dont quatre étoient aſſez près des quatre coins, & les deux autres vers le milieu de chacune des moitiés de ce toit; elles avoient environ 3 pieds & demi de longueur ſur 2 & demi de largeur. On laiſſa encore deux ouvertures à chaque face de la Baraque de même grandeur que les précédentes, placées près des angles, & qui alloient juſqu'à l'origine du toit. En quelques endroits les planches furent légerement enduites de poix : on ſuſpendit même quelques morceaux de cordes gaudronnées & roulées auprès des ouvertures dont nous venons de parler. Lintérieur ds la Baraque étoit vuide. On s'étoit contenté d'abord de mettre du même bois, tiré de fagots, tout autour des cloiſons ou planchers qui la renfermoient, & cela juſqu'à hauteur d'appui,

d'appui : mais M. le Blanc jugea à propos de faire au moins ajoûter un rang de fagots, mis de bout autour de cette premiére couche de menu bois. Le bas de la Baraque étoit encore couvert de paille, commode pour mettre le feu, & propre aussi à donner plus d'apparence à l'embrasement.

Des expériences qui attiroient tout Paris ne pouvoient manquer d'attirer des Académiciens. Je m'étois offert à l'Académie pour en aller être témoin, & pour lui en rendre un compte qu'elle croiroit peut-être devoir au public, pour ne le pas laisser dans la même incertitude où il est resté sur ce qui a été tenté en Allemagne en pareille matiére. Mrs d'Osembray & Geoffroy le jeune voulurent bien se joindre à moi. Nous examinâmes de concert tout ce que nous pûmes avant les expériences, pendant qu'elles se firent, & après qu'elles furent faites. Nous nous fîmes part mutuellement de nos observations & de nos réflexions : ainsi ce que je vais rapporter ne m'appartient pas plus qu'à eux.

Il est heureux pour les Etats que ceux qui sont chargés du gouvernement, cherchent à s'instruire par eux-mêmes des découvertes qui ont le bien public pour objet. Son Eminence, Mgr le Premier Ministre, voulut aussi juger par ses propres yeux du succès du nouveau secret. Elle se rendit à l'Hôtel des Invalides, environ sur les trois heures après midi. Elle examina les préparatifs avec attention, elle entra dans la Baraque, & voulut que nous l'y suivissions.

Outre la porte par laquelle on entroit librement dans cette Baraque, & qui étoit toujours ouverte, il y en avoit une autre qu'on tenoit fermée, Mgr le Premier Ministre la fit ouvrir ; celle-ci conduisoit dans un petit réduit où étoient les matiéres destinées à éteindre le feu. Nous y vîmes deux tonneaux de bois pareils aux plus grandes de ces piéces, qu'on appelle des Carteaux ; ils avoient environ 22. pouces & demi de hauteur, & 13. pouces de diametre ; ils étoient liés assez légérement. Le volume de ces tonneaux nous apprit déja que la renommée & les Gazettes nous avoient mal instruits, lorsqu'elles nous avoient annoncé que le secret étoit d'éteindre

le feu, en jettant deſſus un peu de poudre. Ces tonneaux, ou au moins un des deux, devoient être conduits dans la Baraque dans l'inſtant où on voudroit y faire ceſſer l'embraſement; il y avoit même auprès des tonneaux un petit charriot à deux roues deſtiné à les y voiturer plus commodément. Enfin près du même réduit on avoit mis quelques baquets pleins d'eau, & des ſceaux propres à y puiſer.

Tout ce qui pouvoit être viſité l'ayant été, ſon Eminence & M. le Blanc allerent ſe placer à une diſtance de la Baraque. favorable pour bien voir où en ſeroit l'embraſement. Le feu fut mis avec des flambeaux, & bientôt on vit une flamme aſſez conſidérable s'élever juſques au toit de l'édifice. Elle commençoit à paſſer au travers des planches qui le couvroient, lorſque tout à coup on entendit un bruit aſſez conſidérable ; ſur le champ toute flamme parut éteinte, excepté celle d'une corde gaudronnée placée auprès d'une des ouvertures dont nous avons parlé, qui brûloit obſtinément.

M. le Blanc avoit fait promettre qu'on n'éteindroit le feu que quand on en donneroit l'ordre. On le promit avec peine, & on ne tint pas parole. M. de Mairan, de cette Académie, eut la curioſité de voir à ſa Montre combien dureroit le feu, & il obſerva qu'on ne l'y avoit laiſſé allumé qu'environ deux minutes. Un feu d'une ſi courte durée n'avoit pas eu le temps de faire grand ravage. Un inſtant après qu'il eut été éteint, ſon Eminence & M. le Blanc rentrerent dans la Baraque, où nous eûmes l'honneur de les ſuivre. Nous n'y trouvâmes rien d'allumé : auſſi avoit-on eu la précaution de jetter promptement de l'eau où il pouvoit être reſté quelque choſe d'embraſé. Mais nous y jugeâmes encore mieux que nous ne l'avions fait par la durée du feu, qu'on ne lui avoit pas donné le temps de faire de grands progrès. Les planches qui formoient la Baraque n'étoient que noircies ; les fagots qui avoient été mis avec des liens, les avoient conſervés ; rien n'avoit brûlé que le plus menu bois & la paille ; encore m'a-t-on aſſûré qu'on avoit trouvé de la paille qui n'avoit pas été brûlée, ce que je ne remarquai pas.

Ce qui attira le plus notre attention, furent les fragmens d'une boîte de Fer blanc, qui étoient restés sur le plancher; ils servirent à confirmer les idées que nous avions eues sur l'expédient auquel nous avions jugé qu'on devoit avoir eu recours pour éteindre le feu. Mais nous eumes en même temps lieu de croire que nous y avions soupçonné un peu trop de mystere; nous frotâmes nos doigts contre les fragmens de la boîte de fer blanc, ils s'y noircirent, & prirent l'odeur de la Poudre à canon ordinaire; M. d'Osembray prétend même y avoir trouvé des grains de cette Poudre non brûlés.

Pour mieux entendre de quoi dépend le succès de cette expérience, pour voir tout ce qu'elle a d'ingénieux, & jusques à quel point elle peut être utile, parcourons les manieres d'éteindre le feu. Les plus communes sont de l'étouffer, d'arrêter son mouvement en jettant dessus de l'eau, de la terre. D'épaisses vapeurs, la circulation de l'air arrêtée peuvent aussi produire le même effet. Une autre façon de l'éteindre, c'est de raréfier considérablement l'air. La flamme ne peut se soutenir dans la machine pneumatique, dont l'air a été pompé. Enfin, lorsqu'il ne s'agit que d'éteindre la flamme, une commotion d'air peut en être la cause. On allume le bois en soufflant sur les tisons, & on éteint une chandelle & des flammes plus considérables en soufflant dessus; on disperse les parties de l'amas, desquelles ces flammes étoient composées. Nous avions soupçonné que l'effet du nouveau secret dépendoit d'une commotion & d'une raréfaction très-subites & considérables, produites dans l'endroit embrasé. Les tonneaux préparés ne nous laisserent aucun lieu d'en douter, & le bruit qui se fit dans la Baraque, dans l'instant même où la flamme y fut étouffée, en étoit une démonstration. Mais où nous avions crû plus de mystere, c'est que nous avions pensé qu'on employoit quelque matiere plus inflammable que celles dont on se sert ordinairement: & les fragmens de boîte dont nous avons parlé, nous firent penser qu'on avoit recours ici principalement à la Poudre à canon

ordinaire. Qu'au milieu d'une grande flamme, on fasse allumer subitement une certaine quantité de Poudre à canon, il est aisé de prévoir que la nouvelle flamme éteindra l'autre. On sait la prodigieuse raréfaction d'air qui est produite dans l'instant que la Poudre à canon s'allume. Tout l'air qui se trouve dans la sphere d'activité, dans l'étendue qu'occupe la Poudre enflammée, tout cet air, dis-je, est dilaté à un point surprenant, cet air se trouve dans un instant, dans un état à peu-près semblable à celui de la machine pneumatique. Par conséquent, si cet air étoit occupé ci-devant par de-là la flamme, cette flamme doit s'y éteindre. La commotion, l'ébranlement considérable de l'air, qui se fait dans le même instant, est encore capable d'éteindre la flamme. Voilà déja de quoi prendre quelque idée des premieres causes de l'effet du nouveau secret.

Mais le bruit que nous entendîmes lorsque la flamme de la Baraque fut éteinte, ne nous parut pas assez considérable pour que nous dûssions penser que tout le Carteau où la Poudre avoit été renfermée, en fût rempli; & les fragmens de la boîte de fer blanc, que nous trouvâmes, acheverent de nous persuader que cette Poudre n'occupoit qu'une très-petite partie du Carteau. M. Geoffroy soupçonna ingénieusement que le reste du Carteau étoit rempli par de la cendre, & que cette cendre jettée de toutes parts, dans l'instant où la Poudre s'enflammoit, ne contribuoit pas peu à bien étouffer la flamme. Peut-être est-ce un moyen qui mériteroit d'être mis en pratique: il mériteroit au moins d'être essayé? Et si ce n'est pas celui qu'on a choisi, il y revient. Nous voulions toujours trouver plus de mystere qu'on n'en avoit mis.

Après l'expérience de la Baraque enflammée, on en fit une autre pour éteindre le feu qu'on alluma dans une Cave, où on avoit arrangé les uns sur les autres, des tonneaux gaudronnés & des fagots. Nous pûmes voir à loisir le Carteau qui devoit éteindre cette flamme; & malheureusement pour ceux qui cherchoient à cacher leur secret, ce Carteau n'étoit pas assez bien lié, l'eau s'échappoit de quelques endroits. Cette derniere circonstance acheva de découvrir l'artifice. Il est

certainement très-ingénieux ; on a sçû, pour ainsi dire, rassembler toutes façons d'éteindre le feu, les faire agir en même temps, & d'une maniere très-propre à les rendre efficaces. On le verra dès que nous aurons décrit ce Barril mystérieux: nous l'allons faire, mais autant qu'on le peut, n'en ayant vû qu'une partie, ayant deviné le reste, & n'ayant pû prendre des mesures bien précises. Le centre de ce barril est occupé par une boîte de fer blanc cylindrique. Nous n'avons pû voir si elle descend jusques au fond : on croit bien aussi qu'on ne nous a pas permis de mesurer sa capacité. Mais il n'y a pas d'apparence que cette boîte contînt plus de deux livres de Poudre, & peut-être en tenoit-elle moins ; son diamétre étoit à peu-près de quatre pouces, nous en avons jugé par celui de l'ouverture qui avoit été faite à un des fonds du tonneau pour la laisser passer. Cette boîte se termine par un long col, comme une espéce de bouteille ; les fragmens que nous en avons trouvés, nous l'ont encore appris ; ce col est continué jusques à un des fonds du barril, il sort même en dehors ; c'est la lumiere par où on met le feu à la Poudre : car le long col est occupé par une fusée ; enfin le reste du barril est rempli d'eau commune.

Veut-on faire usage de barril pour éteindre le feu, on allume la fusée dont nous venons de parler, & aussi-tôt on le pousse le plus avant qu'il est possible dans le feu. La Cave où nous vîmes faire la derniere expérience, étoit un endroit où il fut aisément conduit ; on l'avoit attaché sur une planche inclinée, sur laquelle on le fit glisser ; on fit même ensorte qu'il tombât droit sur un de ses fonds, ayant en dessus celui où étoit la fusée. Notre barril est au milieu de l'embrasement, là la Poudre s'enflamme, elle défonce le tonneau, elle en fait sauter les cercles ; enflammée, elle raréfie l'air prodigieusement, elle donne à toute la flamme de l'incendie des secousses terribles : mais elle produit en même temps un autre effet, elle lance de toutes parts une infinité de jets d'eau, aussi proches les uns des autres qu'il est possible de l'imaginer. C'est un arrosoir placé au centre du feu, & de tous les arrosoirs celui dont

les jets ſont les plus fins, & en même temps les moins écartés les uns des autres. Nous avons donc ici, pour éteindre le feu, la dilatation conſidérable de l'air, la commotion de l'air, l'eau dont la flamme eſt arroſée ; & pour que toutes les façons d'éteindre le feu ſe trouvent réunies, nous avons bien-tôt d'épaiſſes vapeurs, tout eſt plein d'une fumée humide ; la Poudre en diviſant l'eau, l'avoit preſque miſe en cet état, & la chaleur acheve le reſte. D'ailleurs il n'y a pas à craindre que la flamme de la Poudre allume elle-même un feu qu'elle vient d'éteindre : toutes les ſurfaces ſur leſquelles elle paſſe ont été humectées.

Quand on fit l'epreuve de ce barril dans la Cave, le feu y étoit beaucoup mieux allumé qu'il ne l'avoit été dans la Baraque : mais pourtant pas encore au point où on l'eût ſouhaité. La flamme y fut éteinte ſoudainement ; d'épaiſſes ténebres, de noires vapeurs prirent ſubitement la place de la grande lueur qui y paroiſſoit.

Les ſpectateurs ont raiſonné fort différemment ſur le ſuccès de ces expériences. Les uns les ont regardées comme très-merveilleuſes, comme propres à nous mettre à l'abri de tous les incendies ; d'autres au contraire n'ont pas balancé à traiter tout ceci de tours de gobelets. On eſt ordinairement extrême dans ſes jugemens, quoique le vrai ne ſe trouve que dans un certain milieu : tâchons de démêler ici ce milieu auquel il faut ſe tenir.

Il eſt vrai que ce ſecret nous avoit été annoncé comme trop merveilleux. Ce que nous en avons rapporté ſuffit déja pour apprendre que ſon utilité eſt reſtrainte à des cas particuliers. On voit pourquoi on n'a pas voulu tenter l'épreuve ſur un tas de bûches embraſées, expoſé au milieu de l'air ; il faut un endroit clos en quelque ſorte, pour que la raréfaction de l'air produiſe tout ſon effet ; auſſi le ſuccès fut-il plus grand dans la Cave que dans la Baraque.

Il eſt encore aiſé de voir pourquoi on avoit tant d'empreſſement de conduire le barril, ſoit dans la Baraque, ſoit dans la Cave. Ceux qui en faiſoient uſage, ſavoient ce qu'ils s'en

devoient promettre, & peut-être vouloient-ils que le public en esperât trop. L'effet de ce secret se réduit à éteindre la flamme. Il ne sauroit éteindre des poutres, des solives, & même des piéces de bois beaucoup moins considérables, lorsqu'elles seront bien embrasées. Par ce moyen on éteindra bien la flamme, on amortira le feu qui est à la surface: mais on n'empêchera pas le feu de reprendre sa premiere activité au bout d'un instant. Qu'on jette un peu d'eau sur une grosse bûche presqu'en braise, qu'on l'arrose, & on aura une image de l'effet du nouveau secret. La surface du bois, de rouge qu'elle étoit, redeviendra noire sur le champ, mais sur le champ elle retournera à sa premiere couleur. Il ne convenoit donc pas de laisser allumer les matieres combustibles de la Cave, & encore moins celles de la Baraque, jusques à un certain point. Celles-même de la Cave le furent un peu trop. A peine la flamme y eut-elle été étouffée, que son Eminence visita cette Cave, on tâcha d'éteindre à l'ordinaire avec de l'eau ce qui pouvoit rester de braise : cependant M. le Cardinal s'en étoit peu éloigné, lorsqu'on vint lui dire que le feu recommençoit; on ne lui annonçoit que ce qu'il avoit prévu pouvoir arriver.

Mais ce secret devient-il inutile, parce qu'à proprement parler, tout son effet est d'étouffer la flamme? Il s'ensuit seulement qu'on en avoit trop espéré, & peut-être même qu'on nous en avoit voulu trop faire espérer. Il reste cependant une infinité de circonstances où il peut être d'un grand secours. Nous demandons toujours trop, nous comptons pour rien les usages auxquels une chose peut être utile, si elle ne l'est pour tous ceux où nous eussions voulu qu'elle l'eût été, & dans l'étendue que nous l'eussions voulu.

Il n'y a nul doute que ce secret ne réussisse parfaitement dans les commencemens d'un incendie; par-tout même où l'on pourra avoir la commodité de jetter ces barrils préparés, il sera utile. N'est-ce pas beaucoup que d'étouffer la flamme? Combien y a-t-il de circonstances dans les incendies, où il est essentiel de pouvoir approcher, & on en aura la facilité, si l'on peut y conduire le barril.

La flamme appaisée, quoiqu'elle ne le soit que pour un instant, on fera agir avec plus de succès l'eau des Pompes, & celle qui est portée avec des sceaux.

Dans tous les cas où l'eau est rare, on pourra faire avec une petite quantité d'eau ce qu'on n'a pû faire jusqu'ici qu'avec une quantité considérable; l'eau d'un des barrils équivaut à une grande quantité d'eau jettée de toute autre maniere.

Le feu s'est-il mis à la campagne dans une Grange pleine de paille & de foin, il paroît que ce secret sera suffisant pour arrêter totalement l'incendie.

Que craint-on davantage dans les grandes Villes que les embrasemens qui arrivent chez les Epiciers, & sur-tout lorsqu'ils pénétrent à leurs magasins ou caves remplies d'eau-de-vie, d'huiles? &c. Dans ces cas les barrils préparés doivent être encore d'un merveilleux secours. Il est vrai que quand on peut parvenir à boucher tous les soupiraux des caves, qu'on y éteint sûrement le feu: mais il y a des cas où il pourra être plus facile d'y descendre un barril, que de boucher tous les soupiraux; d'ailleurs cette ressource ne peut servir pour les magasins remplis des matieres aisément inflammables, mais qui ne donnent point de braise, dans lequel cas les barrils feront des merveilles.

Voilà certainement assez de circonstances utiles pour que ce secret paroisse digne d'attention, & mériter des récompenses à celui qui l'a imaginé: il est simple, il n'en est pas moins ingénieux, & en est plus d'usage. Enfin c'est une idée nouvelle qui a déja de grandes utilités, & qui en aura peut-être de plus grandes, si on s'applique à la perfectionner; tout ce qu'elle a contr'elle, c'est de ce qu'on nous en a voulu faire trop attendre, & au de-là de ce que l'adresse & l'effort humain peuvent produire.

Je sai bien que les expériences même qu'on a faites, donnent prise à des objections considérables. On ne se trouvera peut-etre jamais dans le cas de pouvoir faire entrer un de ces gros barrils dans une chambre en feu, deux minutes après que le feu y aura été mis: mais il ne s'ensuit pas que l'effet des

barrils

barils préparés sera inutile dans un embrasement plus avancé. Peut-être qu'alors il sera seulement nécessaire de jetter plusieurs de ces barils les uns après les autres, ou peut-être d'en jetter plusieurs ensemble, ou de plus grands. Il est vrai encore qu'il ne sera pas aisé d'introduire des barils dans tous les endroits en feu: mais ils seront utiles dans ceux où l'on pourra les conduire.

Peut-être même qu'on craindra que nous n'espérions trop du succès de ces barils dans les caves des Epiciers; ce n'est pas qu'ils ne soient propres à y éteindre la flamme: mais on craindra que ce ne soit en faisant sauter leurs voutes; les expériences que nous avons vûes sont propres à faire naître cette inquiétude. La Cave, où le feu a été éteint n'avoit presque point de voute, elle étoit couverte d'un simple toit de planches; on avoit ménagé plusieurs grandes ouvertures au toit de la Baraque; sa construction ne les demandoit pas, elles pouvoient n'avoir été laissées que pour faire paroître aux spectateurs une flamme plus considérable: mais peut-être que ceux qui l'avoient construite, appréhendoient aussi l'effet de la Poudre dilatée dans un endroit trop peu ouvert; & si cela est, le risque seroit plus grand encore pour des caves, toujours incomparablement plus closes. Mais alors il faudroit modérer l'effet de la Poudre, en la mêlant avec d'autres matiéres, ou diminuer sa quantité. Ce sont précisément toutes ces circonstances qui doivent engager à faire de nouvelles expériences pour s'instruire à fond des utilités qu'on peut tirer de cette idée, & jusques où elles peuvent s'étendre.

Les gros barils peuvent être difficiles à conduire dans bien des endroits en feu; mais il faut tenter si plusieurs barils beaucoup plus petits, jettés les uns après les autres, ne produiront pas suffisamment d'effet.

Au reste, si on avoit quelque inquiétude que nous n'eussions pas dévoilé tout le fond du mystere, qu'il n'y eût dans les barils, ou qu'il ne dût y avoir quelque matiére que nous n'avons pû découvrir, cette inquiétude cesseroit dès que nous aurons ajoûté, que depuis que nous avons eu lû à l'Académie

tout ce qui précéde, que M. de Reſſons, Membre de cette Compagnie, a répété dans la Cave des Invalides l'expérience qui y avoit été faite; qu'il y a éteint le feu avec autant de ſuccès qu'on le fit dans la premiére expérience, & cela en ſe ſervant d'un tonneau pareil à celui que nous avons décrit.

On a pourtant envoyé d'Allemagne à Mgr. le Cardinal, Premier Miniſtre, une compoſition, & très-compoſition, pour remplir les tonneaux, au lieu que nous n'y avons mis que de l'eau ſimple: ſon Eminence a communiqué à l'Académie le Memoire où elle eſt décrite. On donne à cette compoſition le nom de *Salamandera artificialis.* Voici comme on preſcrit de la faire: *Prenez deux ſceaux d'*Aqua infecta; Alumen, 15. *livres;* Vitriol, 15. *livres;* Minium, 15. *livres;* Creta, 15. *livres;* Cineres ligni, 15. *livres;* Salis Nitri, 15. *livres;* On ajoûte qu'*il faut que le tout ſoit pilé dans un mortier; que l'eau doit être chauffée, mais qu'il ne faut pas qu'elle bouille; mettre enſuite le tout dans un tonneau ou cuve, tourner bien le tout, & mettre de l'eau deſſus, cette matiére ſe conſervera pluſieurs années ſans ſe corrompre*, on n'en ſera pas ſurpris, *& éteint bien le feu.*

Il ſeroit aſſez inutile de faire de longues réflexions ſur tous les ingrédiens qu'on a imaginé d'employer ici, & ſur la maniére dont ils ont été doſés. Il y a peu d'apparence qu'on ait fait uſage de cette compoſition, & qu'on puiſſe s'en promettre beaucoup plus que de l'eau commune. Car il eſt premiérement viſible que ſi on n'employe que les deux ſceaux d'eau d'ont il eſt parlé d'abord, ils ne ſauroient tenir en diſſolution les différentes matiéres preſcrites dans les quantités où elles ſont doſées; ces matiéres ſe précipiteront dans le baril; quand elles ſeroient efficaces par elles-mêmes, alors elles ne ſeroient pas en état de produire beaucoup d'effet; la Poudre enflammée les diſperſeroit par grumeaux, comme elle diſperſeroit toute pâte qui ſeroit au fond du barril. Secondement il eſt encore viſible que la Craie, le Minium, la Cendre de bois, dont on détermine ſi précisément les quantités, ne peuvent avoir été ainſi combinées que pour donner

plus l'air de secret à cette composition; il y a mille matiéres qu'on y auroit pû faire entrer comme celles-ci. Mais nous ne pouvons nous empêcher de faire une remarque à laquelle le Memoire de M. Geoffroy, qui va suivre celui-ci, eût seul donné lieu; c'est qu'une eau qui aura dissout d'un certain sel autant qu'elle en pourra dissoudre, par exemple de l'Alun, que cette eau, dis-je, pourra peut-être être employée avec plus de succès que l'eau commune, & cela, parce que certains sels empêchent le feu de se rallumer, beaucoup mieux que ne feroit l'eau. Toute la question est de savoir, si la petite quantité de sel qui pourra être dissoute dans l'eau d'un baril sera suffisante pour produire un effet sensible sur les charbons d'une chambre embrasée. Mais au moins est-ce encore une de ces expériences qui mériteroient d'être tentées avec differens Sels, afin qu'on sût tout ce qu'on peut tirer d'avantages de la nouvelle maniére d'éteindre le feu.

---

# *REFLEXIONS*

## *Sur la maniére d'éteindre le Feu par le moyen d'une Poudre.*

### Par M. GEOFFROY le Cadet.

QUOIQUE l'union des Soufres & des Sels dans une certaine proportion soit capable de produire la flamme, il n'est pas moins certain que ces deux matiéres se brident mutuellement, & que les Sels servent à retenir les Soufres comme les Soufres à modérer l'action des Sels. La différence qui se trouve entre le bois neuf & le bois flotté en est une preuve. Celui-ci s'allume très-facilement, fait plus de flamme, & se consume plus vîte que l'autre; parce qu'étant dépouillé de ses Sels par la lessive qui s'en est faite dans l'eau, il laisse aux Soufres tout leur jeu. C'est pour cela que les cendres de bois flotté ne sont point propres aux mêmes usages que celles du

12. Decembre 1722.

bois neuf, parce qu'elles sont privées de leurs Sels pour la plus grande partie.

Il est donc d'expérience que les Sels peuvent être employés pour arrêter les progrès des incendies. C'est ce qui m'avoit fait penser, sur la nouvelle qui se répandit il y a quelque temps d'une Poudre qui éteignoit les embrasemens, que cette Poudre pouvoit être un composé de quelques Sels. Et comme on marquoit en même temps que l'extinction étoit précédée d'un bruit considérable, qui ne pouvoit venir que de quelque explosion, je me figurai d'abord que ce pouvoit être quelque combiné à peu près semblable à la Poudre fulminante; parce qu'en se hasardant de conjecturer sur des oüi-dire, on ne peut aller qu'à tâton.

En effet, cette Poudre mise dans une cuillere de fer un peu creuse, au poids de huit onces, produit une détonation très-grande, sans porter de flamme. Ainsi je jugeois que dans un incendie, l'air étant prodigieusement agité par cette raréfaction subite, faisoit quitter prise à la flamme dans l'instant.

Mais j'étois en peine de quelle maniére on pouvoit employer pour cet usage la Poudre fulminante; parce qu'en la jettant à nu sur un feu vif & bien allumé, il ne se fait presque point de détonation, & qu'elle se consume, pour ainsi dire, inutilement.

Ainsi j'eus recours à un mêlange de deux parties de Sel alkali avec une de Salpêtre, une de Sel marin, & demi-partie de Soufre. En jettant ce mêlange sur du bois enflammé, il se fait par le moyen du Salpêtre & du Soufre, une espéce de fulmination, qui mettant en fusion le Sel marin & le Sel alkali, les fait pénétrer dans le bois allumé, le noircit, & l'éteint.

Mais cela ne répondoit point à l'idée que je m'étois faite de l'action de la Poudre tant vantée pour l'extinction des incendies. Je voyois bien qu'il falloit, pour faire une raréfaction capable d'arrêter un grand embrasement, que la Poudre fulminante, ou tout autre combiné de cette nature, fût renfermée dans quelque boête; parce que la résistance sert

infiniment à procurer l'explosion. Ce n'est que la vivacité & la promptitude de cette explosion, qui raréfie subitement l'air environnant, l'écarte au loin de toutes parts, & dissipe la flamme, tant par la violente agitation, que parce qu'elle ne peut subsister dans un air trop raréfié.

Je pensois donc à enfermer de la Poudre fulminante pour en faire l'essai, lorsqu'on parla d'exécuter l'expérience qui vient de se faire. Cela me fit suspendre mon projet, dans l'espérance que la vûe nous donneroit plus de lumiéres sur ce que l'on nous cachoit, que tous les rapports qu'on nous en avoit fait.

Toute la différence que j'ai remarquée entre mon projet & l'exécution de la nouvelle expérience, c'est que je pensois à faire ensorte que ma matiére fulminante pût écarter de tous côtés des Sels alkalis dont j'aurois environné sa boête, les jugeant capables de noircir le charbon allumé, après la dissipation de la flamme par l'explosion; au lieu que dans la nouvelle expérience, la matiére qui fulmine, & qui m'a paru n'être autre chose que la Poudre à canon renfermée dans une boête de fer blanc, fait son effet au milieu d'un baril d'eau, qui modére la flamme de la Poudre, en dissipant celle de l'incendie; ce qui disperse tout autour, une certaine quantité d'eau pour amortir la vivacité des matiéres allumées, & empêche que la flamme ne renaisse de son bucher. Car il est à observer, que les auteurs du secret ne prétendent pas éteindre de grands brasiers bien ardens, mais seulement dissiper la flamme. Aussi faut-il que l'incendie soit fait de matiéres plus capables de faire une grande flamme, comme le gaudron, les huiles, la paille, & le menu bois, que celui qui provien-droit de gros bois bien allumé.

Cependant la nouvelle expérience n'est pas à mépriser; parce qu'en écartant subitement la flamme, on rend l'incendie accessible, & l'on est par-là plus à portée d'y donner les autres secours nécessaires pour l'éteindre tout-à-fait.

# OBSERVATIONS

## *Sur des Sacs membraneux pleins d'Hydatides sans nombre, attachés à plusieurs Visceres du bas Ventre, & découverts par l'ouverture d'un Cadavre.*

PAR M. MORAND.

1. Août, 1722. UN Soldat de l'Hôtel Royal des Invalides, qui portoit depuis long-temps des tumeurs dures en plusieurs endroits du bas-ventre, souffrant plus qu'à l'ordinaire au commencement du mois de Juillet 1722, fut obligé de garder le lit, & le 13. du même mois commença à se plaindre d'une suppression d'urine.

Les soins apportés par M. Maloët, Médecin de l'Hôtel, mon Pere, Chirurgien Major, & moi, soulagerent notre malade de ce dernier accident. La sonde n'ayant procuré aucune issue à l'urine par des difficultés dont on trouvera la cause dans la suite de ce Memoire, j'en tirai plus de deux pintes par une ponction faite à la vessie dans la région hypogastrique; je tirai cinq hydatides par une incision au periné, faite pour connoître le corps étranger que l'on soupçonnoit au col de la vessie. Le surlendemain de cette opération, le malade urina lui-même copieusement, & quelques heures après, malgré l'évacuation naturelle, & celle qui avoit été procurée par art, il mourut le 19. dudit mois, sans avoir eu un instant le ventre, & sur-tout la région de la vessie moins élevée après qu'avant les évacuations.

Cette derniére circonstance nous parut d'autant plus remarquable, qu'elle ne pouvoit plus avoir pour cause la présence de l'urine: & l'éclaircissement ne pouvoit être tiré que de l'ouverture du Cadavre. Voici les particularités que celle du bas-ventre, où étoit le siége de la maladie, me présenta.

J'y trouvai d'abord beaucoup de confusion & d'adhérence

de parties contre l'ordre naturel. En particulier, après avoir écarté les inteſtins grêles, pour examiner eſſentiellement les parties du baſſin, j'apperçus le centre de la région ombilicale occupé par une poche très-ample attachée à la partie poſtérieure du fond de la veſſie par des tuniques communes à l'une & à l'autre, appuyée ſur les gros vaiſſeaux à la diſtribution inférieure des grands troncs, & rempliſſant par ſa baſe une partie du baſſin de l'hypogaſtre.

Elle avoit huit pouces de longueur & preſque autant de diametre; elle étoit aſſez grande pour donner à entendre combien elle devoit gêner la veſſie à laquelle elle étoit adoſſée, & repouſſer de bas en haut la plûpart des inteſtins, même l'eſtomac, dont le fond étoit caché ſous le diaphragme, tant il avoit été reſſerré.

Ce viſcere n'étoit pas encore à ſon aiſe où le ſac l'avoit cantonné; car il avoit à ſes côtés le foye & la rate, qui étant garnies de pluſieurs autres poches, occupoient plus d'eſpace qu'à l'ordinaire.

Ce ſac s'allongeant derriere le col de la veſſie, rempliſſoit tellement le baſſin de l'hypogaſtre, qu'à peine l'inteſtin rectum y pouvoit trouver place, & les adhérences de ce boyau à la poche étrangére étoient ſi fortes, que l'inteſtin s'étoit déchiré ſans en avoir pû être détaché.

La plaie du periné répondoit à cette poche membraneuſe; & dans les mouvemens néceſſaires pour ſéparer ces parties, il ſortit par l'ouverture pluſieurs hydatides pareilles à celles qui furent tirées par l'inciſion, & qui me firent conjecturer que les poches attachées aux autres viſceres en contenoient de même eſpéce.

Pour en faire l'examen, connoître l'état de la veſſie, & déterminer quel obſtacle pouvoit s'être oppoſé à l'iſſue de l'urine par la ſonde, il falloit ouvrir les parties: mais comme je prévoyois qu'elles devoient préſenter bien des particularités, je crus que la démonſtration en devoit être faite en même temps que l'ouverture dans l'Académie même.

Pour ouvrir d'abord la veſſie, qui faiſoit mon objet princi-

pal, j'introduisis dans le canal de l'uretere une sonde creuse, qui ne trouva point les obstacles que je m'étois imaginé, & me conduisit dans l'intérieur de la vessie; à la faveur de cette sonde creuse, j'ouvris la vessie qui me parut bien plus petite qu'on n'auroit dû la croire : elle contenoit au plus environ deux cuillerées d'une urine sanguinolente; loin d'être fort distendue, elle étoit au contraire assez resserrée, & sa surface interne paroissoit garnie de grosses fibres charnues qui se croisoient en differens sens.

La poche attachée derriere le fond de la vessie fut ouverte ensuite; elle étoit pleine d'hydatides de différente grosseur, dont les unes pleines de liqueur, les autres vuides, & comme repliées dans les intervalles des hydatides pleines, auroient représenté par leur arrangement, les graines d'une grosse Grenade ouverte, si elles eussent été plus petites.

A la partie moyenne & postérieure de la vessie, ce sac membraneux avoit un fond qui le séparoit absolument d'un autre sac placé au-dessus, lequel étoit aussi plein d'hydatides, & qui repoussant la vessie du fond du bassin vers le pubis, éloignoit son col de l'incision au periné.

La grande quantité d'hydatides qu'il renfermoit, tenoit sa tunique tendue au point que la surface interne de la vessie, qui doit être concave, étant comprimée postérieurement, faisoit convexité en dedans, ce qui avoit sans doute fait la résistance remarquée avec la sonde du vivant du sujet.

Peut-être même cette partie moyenne du fond de la vessie avancée en devant, étoit-elle assez rapprochée de l'uretere pour s'opposer à la sortie de l'urine par la sonde, quoiqu'entrée dans la vessie, parce que cette éminence intérieure, faite par la compression d'une poche ronde, pouvoit avoir à ses côtés deux parties caves, où l'urine s'étant retirée, se trouvoit éloignée des yeux de la sonde, qui elle-même s'étendoit peu au-delà de l'ouverture de l'uretere.

La vessie entre ces deux sacs n'avoit de détaché que deux doigts de son fond; du reste on eût dit que ces trois parties étoient une & même; elles étoient à la vérité enveloppées d'une

d'une même tunique : mais leurs capacités étoient très-distinctes & sans aucune communication entr'elles, la tunique commune étoit très-épaisse. Il y a toute apparence que ces deux sacs étoient faits par différentes dilatations de la tunique extérieure que le peritoine fournit à la vessie, de façon que les hydatides étoient contenues entre elle & la seconde tunique.

Le foie ne me parut point schirreux, quant à sa substance glanduleuse : mais il attachoit cinq poches formées par des dilatations de sa tunique extérieure, dont deux étoient placées à sa partie convexe, adhérentes au diaphragme, & pleines d'hydatides, trois autres à sa partie cave, dont l'une renfermoit aussi des hydatides, la seconde une espéce de bouillie ou stéatôme, & la troisiéme creusée dans la substance même du foie, contenoit une matiere bilieuse très-épaisse & de couleur de safran, avec plusieurs petites concrétions que j'ai regardées comme autant de germes de pierres de fiel.

La rate étoit schirreuse, & son enveloppe devenue presque cartilagineuse en plusieurs endroits, comme il arrive assez souvent dans les embarras de ce viscere : outre les obstructions de son tissu celluleux, elle avoit aussi deux réservoirs d'hydatides sous sa tunique externe, l'un à la partie supérieure, l'autre dans sa propre substance.

L'épiploon & le peritoine sous les grands muscles du bas-ventre avoient aussi quelques poches d'hydatides, & j'en ai tiré du milieu de quelques tubercules que l'on auroit prises volontiers pour des ganglions ou des glandes endurcies.

Il paroît naturel qu'il y eût une plus grande quantité de ces vésicules lymphatiques où il y a une plus grande quantité de ces mêmes vaisseaux ; c'est pourquoi je ne suis pas surpris du prodigieux nombre qui s'est trouvé sous les enveloppes du foie, de la rate, & de la vessie, la plûpart des visceres du ventre étant recouverts d'une tunique que quelques Anatomistes nomment Réticulaire lymphatique, à cause du grand nombre de vaisseaux de cette espéce qui font sur ces visceres un rézeau sensible par certaines préparations.

De tout ce détail il eſt aiſé de déduire les cauſes de la mort de ce ſujet. On voit clairement que la veſſie n'étoit point tant fatiguée de la préſence de l'urine qui avoit été évacuée, & par une ponction & par le ſecours de la nature même, que de la compreſſion des deux ſacs, dont l'inférieur rapprochoit le col de la veſſie de ſon fond, & le ſupérieur ſon fond du col : tous deux enſemble devoient auſſi gêner conſidérablement le cours des liqueurs dans toutes les parties du bas-ventre, & même dans les extrémités inférieures.

Si la ſubſtance du foie n'etoit pas abſolument altérée, combien d'embarras & d'oppoſitions à la filtration naturelle de la bile, de la part de toutes ces tumeurs dont il étoit farci ! les vaiſſeaux biliaires en avoient été tellement comprimés, que la bile, au lieu de ſuivre la route des canaux excréteurs du foie, ayant fait un reflux vers le foie même, avoit crevé pluſieurs de ces vaiſſeaux : de-là cet amas de bile épaiſſie par ſon ſéjour, & renfermé dans un kiſt particulier.

Dans la rate, la compreſſion de ces vaiſſeaux par les hydatides qu'elle logeoit ſous ſa tunique, & la compreſſion des parties voiſines par le ſeul poids de la rate ſchirreuſe, ne pouvoit qu'augmenter les embarras précédemment détaillés : & une maladie ſi compliquée ne pouvoit que faire échouer tous les ſecours de l'art. Il y a toute apparence qu'elle étoit formée de longue main, & que le malade en avoit ſouffert l'accroiſſement ſans trop d'impatience, ne s'étant alité que quinze jours avant les derniers accidens, & ayant vécu ſoixante & onze ans.

Voici préſentement quelques remarques ſur les hydatides mêmes tirées de leurs capſules membraneuſes.

Les plus groſſes étoient comme des œufs de Canne, les plus petites comme des grains de bled ; & il y en avoit de tous les différens degrés de groſſeur entre ces deux eſpéces.

La plûpart étoient pleines d'une liqueur aqueuſe & aſſez claire ; en d'autres cette liqueur étoit de la nature de celles que l'on nomme en Médecine, crues, dans quelques-unes plus épaiſſe, & dans les plus groſſes elle rouloit avec elle

certains nuages, & des parties plus épaiſſes très-diſtinctes des fluides; enfin pluſieurs étoient opaques, & ne permettoient point de reconnoître la liqueur renfermée.

Celles qui ſe ſont trouvées vuides, & qui étoient telles dans les ſacs même, s'étoient ſans doute ouvertes par la compreſſion de leurs voiſines plus épaiſſes & plus fortes; ce qui étoit d'autant plus facile, que leurs tuniques étoient de différente épaiſſeur.

Je ne crois pas que les enveloppes de ces hydatides puiſſent être dites organiſées; elles ne m'ont point paru membraneuſes, mais d'une ſubſtance baveuſe, dénuée de vaiſſeaux, & qui ſe détruit aiſément entre les doigts: quelques hydatides n'en avoient qu'une, d'autres en avoient deux ſimplement appliquées l'une ſur l'autre; il y en avoit de très-larges, exactement fermées, qui dans leur capacité en contenoient de plus petites, que l'on voyoit nager dans la liqueur, & j'ai remarqué que la tunique de celles-ci avoit moins de conſiſtance que celle des hydatides contenues; ce n'étoit autre choſe qu'une eſpéce de gelée.

La figure ronde étoit la plus commune, quelques-unes étoient ovales, d'autres irrégulieres; la figure différente des intervalles qu'elles laiſſoient entre elles, devoit faire des moules très-irréguliers.

Leur ſurface extérieure étoit aſſez uniforme, hors en quelques-unes, dont le fond tranſparent paroît rayé de petites lignes blanches qui repréſentent des feuillages.

Il y en a une aſſez large, où l'on voit de petites tubéroſités ſur une partie de ſa ſurface, & ſur l'autre de petites véſicules ſemblables à celles d'un citron dont on a enlevé la pellicule jaune.

Elles étoient toutes détachées des parois des capſules qui les renfermoient; elles l'étoient auſſi les unes des autres, hors quelques-unes des plus petites qui ſe tiennent par de petits filets blancs.

Ces remarques me donneront lieu de faire des expériences

& des réflexions pour autoriser les conjectures que je pourrai donner dans la suite sur la formation de ces Hydatides.

# EXPLICATION DES FIGURES.

*La premiere Planche représente les Poches membraneuses en situation & ouvertes dans leur longueur, pour faire voir les Hydatides qu'elles renfermoient.*

*A*. Poche supérieure, qui par son volume, occupoit dans le ventre toute la région ombilicale.

*B*. Poche inférieure, qui remplissoit presque tout le bassin, & élevoit le col de la vessie.

*C*. La vessie affaissée & élargie sur les côtés par la compression de la poche supérieure, qui en ayant rapproché les fibres, avoit grossi considérablement leurs différens plans.

*D. D*. Les Uréteres.

*La seconde Planche représente les différentes espéces d'Hydatides qui étoient renfermées dans les Poches.*

*A*. Hydatide de l'espéce ordinaire, & dont la capsule est simple.

*B*. Hydatide dont la capsule est double.

*C*. Hydatide en grappe : il y en avoit peu de cette espéce.

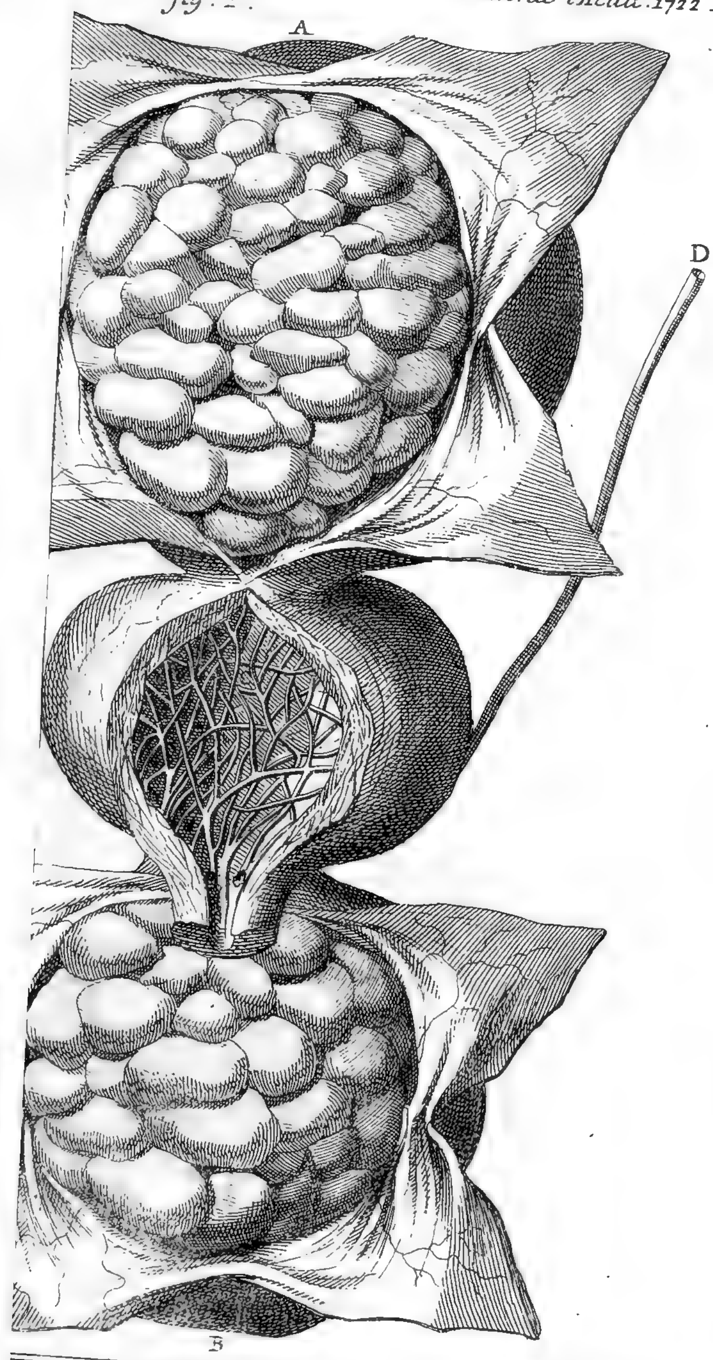
*D*. Hydatide, qui contenoit avec de la lymphe une matiere épaissie par filets.

*E*. Hydatide, dont la surface extérieure étoit ramifiée.

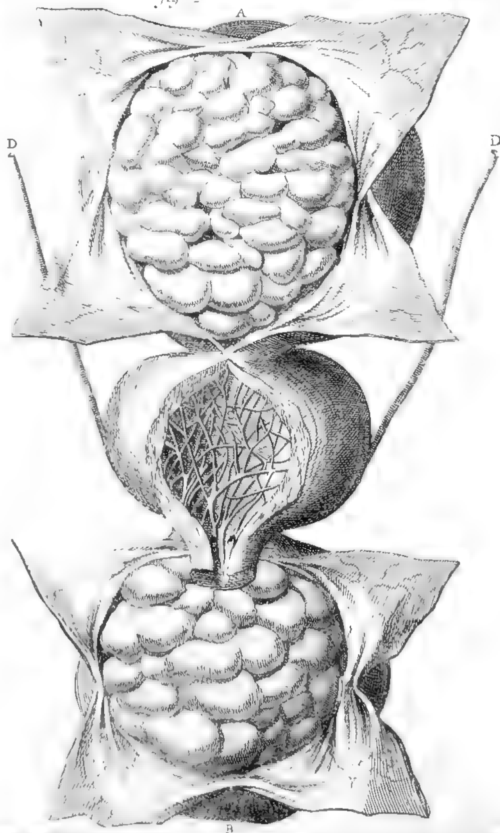
*F*. Hydatide dont la surface extérieure étoit chagrinée.

*G*. Sac membraneux particulier, qui renfermoit une Hydatide *H*, dans laquelle étoient contenues d'autres Hydatides qui flottoient dans la lymphe.

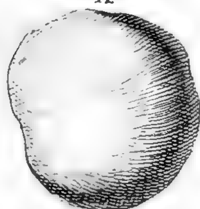





*Ph. Simonneau filius del.*

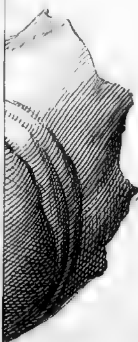

fig. 2
A
D
D
B

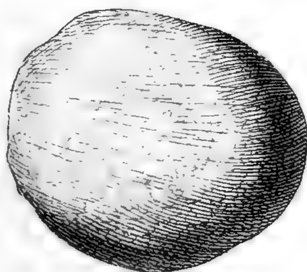
ig. 2.

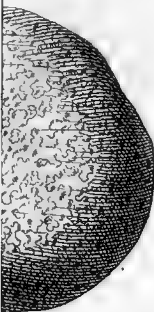






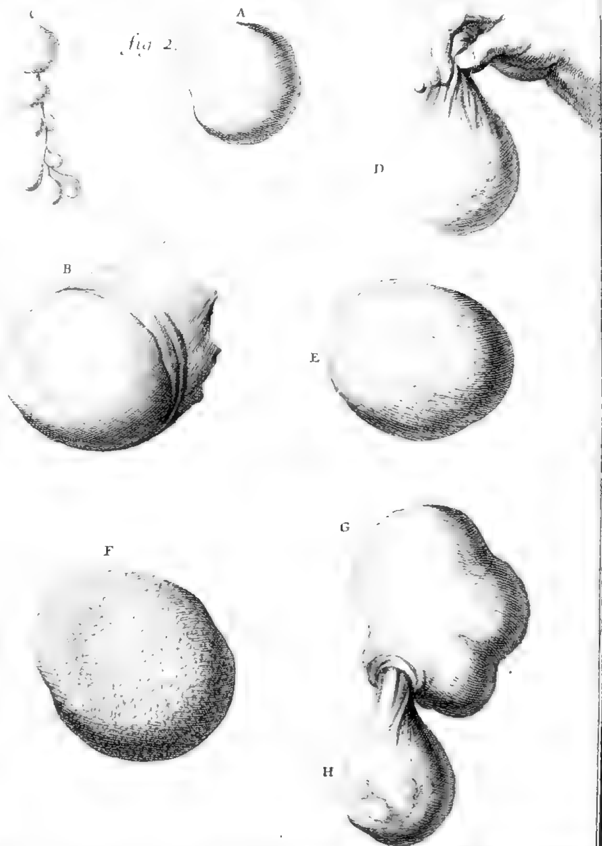







Ph. Simonneau filius del. et Sculp.


Mem. de l'Acad. 1711. Pl. 11.
pag. 164
fig. 2.
A
D
B
E
G
F
H
Ph. Simonneau filius del. et Sculp.

# OBSERVATION DE L'ECLIPSE DE LUNE,

## *Faite le 28. Juin après minuit, 1722.*

### Par M. MARALDI.

LEs nuages qui avoient couvert presque tout le Ciel depuis 6. heures du soir jusqu'à 11. heures & demie du 28. Juin, s'étant ensuite dissipés, on a eu le Ciel fort serein durant tout le temps de l'Eclipse, ce qui nous a donné la commodité de faire cette observation exactement, le terme de l'ombre ayant paru presque toujours assez bien marqué. On a observé avec une Lunette de 8. pieds, le passage de l'ombre par les Taches principales, & on a mesuré aussi par le moyen du Micrometre placé au foyer de la même Lunette, la partie du diametre de la Lune qui restoit éclairée. Cette partie étant comparée avec le diametre entier observé par le même Micrometre, un peu avant le commencement de l'Eclipse, on a conclu la partie de la Lune éclipsée. Voici l'Observation. 1. Juillet, 1722.

| | | | |
|---|---|---|---|
| A 12h | 11′ | 0″ | On voyoit la penombre assez forte sur le bord oriental de la Lune. |
| 12 | 15 | 0 | Le commencement de l'Eclipse n'est pas encore certain. |
| 12 | 16 | 20 | Le commencement de l'Eclipse est certain. |
| 12 | 20 | 16 | L'ombre arrive à Galilei, & au bord précédent de Grimaldi. |
| 12 | 24 | 30 | L'ombre à Aristarque. |
| 12 | 28 | 10 | L'ombre au milieu de Kepler. |
| 12 | 30 | 20 | L'ombre à Heraclides. |
| 12 | 33 | 20 | L'ombre arrive à Gassendi & à Hélicon. |
| 12 | 34 | 50 | L'ombre à Eratostenes, & au bord précédent de Copernic. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 12 | 36 | 28 | L'ombre au milieu de Copernic & à Bullialdus. |
| 12 | 39 | 0 | L'ombre au bord précédent de Plato. |
| 12 | 40 | 14 | Tout Plato couvert. |
| 12 | 40 | 14 | L'ombre arrive au bord précédent de Sckicardus. |
| 12 | 44 | 9 | Tout Sckicardus eſt couvert. |
| 12 | 47 | 19 | L'ombre au bord d'Ariſtote. |
| 12 | 48 | 9 | L'ombre au bord précédent d'Eudoxus. |
| 12 | 50 | 49 | Manilius. |
| 12 | 52 | 25 | L'ombre au bord précédent de Menelaüs. |
| 12 | 53 | 55 | Tout Menelaüs couvert. |
| 12 | 55 | 50 | L'ombre au premier bord de Tycho. |
| 12 | 57 | 10 | L'ombre à Dioniſius. |
| 12 | 58 | 50 | Tout Tycho dans l'ombre. |
| 13 | 4 | 53 | L'ombre à la Tache claire, qui eſt à *Promuntorium acutum.* |
| 13 | 6 | 50 | Proclus eſt tout couvert. |
| 13 | 11 | 50 | Tout *Mare Caſpium* couvert. |
| 13 | 19 | 50 | L'ombre à Snellius & Furnerius. |
| 13 | 22 | 0 | Je commence à douter de la fin. |
| 13 | 24 | 20 | Fin certaine, ou Immerſion totale de la Lune dans l'ombre. |

Durant l'Eclipſe totale, la Lune n'a point diſparu comme elle a diſparu quelquefois, mais depuis l'Immerſion totale juſqu'au commencement de l'Emerſion, elle a toujours été d'une couleur rougeâtre, avec cette différence que la partie ſeptentrionale de ſon diſque étoit plus obſcure que la méridionale, ce qui eſt conforme aux hypotheſes aſtronomiques; car dans cette Eclipſe, la Lune avoit un peu de latitude méridionale, & par conſéquent la partie ſeptentrionale de ſon diſque paſſoit dans l'ombre plus proche du centre où il y a moins de rayons rompus que loin du centre où étoit la partie méridionale du diſque de la Lune qui étoit plus rouge.

| | | | |
|---|---|---|---|
| A 14h | 25′ | 48″ | Le bord oriental de la Lune commence à s'éclaircir ; ce qui fait douter du commencement de l'Emersion. |
| 14 | 27 | 38 | Le commencement de l'Emersion est certain. |
| 14 | 39 | 12 | Tout Grimaldi découvert. |
| 14 | 46 | 0 | L'ombre éloignée de Galilei de tout son diametre. |
| 14 | 53 | 22 | L'ombre à Kepler. |
| 14 | 53 | 38 | Aristarque est découvert. |
| 15 | 1 | 34 | Tout Copernic découvert. |
| 15 | 7 | 48 | L'ombre à Eratosthenes. |
| 15 | 8 | 38 | Tout Hélicon découvert. |
| 15 | 14 | 8 | Le milieu de Tymocaris. |
| 15 | 15 | 56 | Manilius découvert. |
| 15 | 19 | 3 | Menelaüs découvert. |
| 15 | 21 | 18 | Plinius sur le bord de l'ombre. |
| 15 | 34 | 16 | L'ombre à Proclus. L'ombre est très-mal terminée ; ce qui vient peut-être de la grande clarté du jour, qui affoiblissant la lumiere de la Lune, étoit cause que le terme de l'ombre n'étoit pas si sensible, comme il l'auroit été, si la Lune avoit eu tout son éclat. |
| 15 | 36 | 45 | Fin entiere de l'Eclipse. |

Outre le passage de l'ombre par les Taches principales que nous avons observées, nous remarquions encore le progrès de l'Eclipse par les doigts éclipsés de la maniere suivante, autant qu'il nous a été permis par le temps.



## La grandeur de l'Eclipse.

| Lorsque la Lune entroit dans l'ombre. | | | | | Lorsqu'elle en sortoit. | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A 12h | 22′ | 26″ | — 1d | 24′ | 2h | 31′ | 18″ | — 11d | 30′ |
| 12 | 26 | 40 | — 2 | 13 | 2 | 33 | 40 | — 10 | 49 |
| 12 | 30 | 0 | — 2 | 42 | 2 | 37 | 20 | — 10 | 16 |
| 12 | 38 | 0 | — 4 | 25 | 2 | 41 | 10 | — 10 | 0 |
| 12 | 42 | 10 | — 5 | 5 | 2 | 44 | 30 | — 9 | 25 |
| 12 | 46 | 0 | — 5 | 54 | 2 | 56 | 45 | — 7 | 6 |
| 12 | 50 | 0 | — 6 | 15 | 2 | 59 | 20 | — 6 | 36 |
| 12 | 52 | 16 | — 7 | 0 | 3 | 12 | 48 | — 4 | 9 |
| 12 | 2 | 0 | — 8 | 38 | 3 | 19 | 0 | — 3 | 9 |
| 12 | 5 | 20 | — 9 | 17 | 3 | 24 | 34 | — 1 | 45 |
| 12 | 8 | 10 | — 9 | 42 | 3 | 27 | 30 | — 1 | 11 |
| 12 | 11 | 0 | — 10 | 14 | 3 | 30 | 0 | — 0 | 28 |
| 12 | 14 | 30 | — 10 | 38 | 3 | 33 | 0 | — 0 | 16 |
| 12 | 17 | 30 | — 11 | 12 | | | | | |

En comparant le commencement de l'Eclipse avec la fin de l'Immersion, on trouve 1h 8′ 0″ pour le temps que la Lune a employé à entrer dans l'ombre, & par la comparaison du commencement de l'Emersion avec la fin de l'Eclipse, on a 1h 9′ 7″ pour le temps que la Lune a employé à sortir de l'ombre; & par la comparaison de la fin de l'Immersion totale avec le commencement de l'Emersion, on a le temps que la Lune a été entierement éclipsée de 1h 3′ 18″, & le temps du commencement de l'Eclipse comparé à celui de la fin, donne la durée entiere de l'Eclipse de 3h 20′ 25″



OBSERVATION

# OBSERVATION DE L'ECLIPSE DE LUNE

## Du 29. Juin 1722.

*Faite à l'Observatoire Royal en présence de son Eminence Mgr. le Cardinal de Polignac.*

Par M. CASSINI.

NOus avons eu le temps très-favorable pour l'Observation de cette Eclipse, le Ciel qui étoit chargé de vapeurs le 28. Juin au coucher du Soleil, s'étant entierement éclairci vers le minuit. On appercevoit alors vers le bord oriental de la Lune, une penombre qui augmenta de densité, & on se prépara à observer l'Eclipse avec une Lunette de 8. pieds montée sur la machine parallactique, & garnie à son foyer de réticules paralleles entr'eux, pour déterminer la grandeur de l'Eclipse. 1. Juillet, 1722.

| | | | |
|---|---|---|---|
| A 0h | 16' | 37" | La Lune commence à s'éclipser. |
| 0 | 24 | 12 | L'ombre au commencement d'Aristarque. |
| 0 | 24 | 54 | Aristarque entierement dans l'ombre. |
| 0 | 33 | 37 | L'ombre au commencement de Gassendi & à Helicon. |
| 0 | 35 | 6 | L'ombre au commencement de Copernic. |
| 0 | 37 | 11 | Copernic entierement dans l'ombre. |
| 0 | 38 | 57 | L'ombre à Platon. |
| 0 | 44 | 22 | L'ombre à Capuanus. |
| 0 | 46 | 2 | L'ombre à Bouillaud. |
| 0 | 46 | 32 | L'ombre au commencement du sinus moyen. |
| 0 | 47 | 22 | L'ombre au commencement d'Eudoxe & d'Aristote. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 0 | 49 | 53 | L'ombre au commencement de Manilius. |
| 0 | 50 | 53 | Manilius entierement dans l'ombre. |
| 0 | 52 | 3 | L'ombre au commencement de Menelaüs. |
| 0 | 55 | 33 | L'ombre au commencement de Tycho. |
| 0 | 57 | 6 | L'ombre au milieu de Tycho & de Pline. |
| 0 | 58 | 9 | L'ombre à la fin de Tycho. |
| 1 | 3 | 44 | L'ombre au Promontoire aigu. |
| 1 | 6 | 31 | L'ombre au commencement de la Mer Caspienne. |
| 1 | 11 | 45 | L'ombre à la fin de la Mer Caspienne. |
| 1 | 16 | 16 | L'ombre à Langrenus. |
| 1 | 23 | 46 | Immersion totale de la Lune dans l'ombre de la Terre. |

On voyoit pendant l'Observation, la partie de la Lune éclipsée, d'un brun tirant sur le rouge à diverses nuances, la partie septentrionale étant beaucoup moins éclairée que la partie méridionale; ce qui provenoit de ce que l'Eclipse, quoique totale, n'étoit pas centrale: car la Lune étant alors plus méridionale que le centre de l'ombre de la Terre qui est sur l'Ecliptique, il suit que sa partie septentrionale étoit plus enfoncée dans l'ombre que sa partie méridionale, qui par conséquent devoit être plus éclairée. La lumiere qui étoit vers la partie occidentale de la Lune, où avoit paru l'Immersion, passa ensuite successivement vers le bord oriental, où devoit paroître l'Emersion, en parcourant le demicercle inférieur de la Lune; &

| | | | |
|---|---|---|---|
| A $2^h$ | $27'$ | $20''$ | Nous observames le commencement de l'Emersion de la Lune de l'ombre de la Terre. |
| 2 | 32 | 44 | Schikardi est entierement sorti de l'ombre. |
| 2 | 38 | 35 | Le milieu de Platon est sorti de l'ombre. |
| 2 | 39 | 35 | Grimaldi est entierement sorti de l'ombre. |
| 2 | 45 | 22 | Galilée & Tycho sont sortis de l'ombre. |
| 2 | 52 | 56 | Aristarque commence à sortir. |
| 2 | 53 | 57 | Aristarque est entierement sorti. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 | 59 | 41 | Copernic commence à ſortir |
| 3 | 1 | 6 | Copernic eſt entierement ſorti. |
| 3 | 4 | 16 | L'ombre à Heraclides. |
| 3 | 8 | 12 | L'ombre à Helicon. |
| 3 | 14 | 34 | Manilius eſt entierement ſorti de l'ombre. |
| 3 | 17 | 54 | Menelaüs commence à ſortir. |
| 3 | 21 | 55 | Pline commence à ſortir. |
| 3 | 35 | 41 | Fin de l'Eclipſe. |

On eut de la peine à diſtinguer la fin de l'Eclipſe, à cauſe que le crépuſcule étoit déja fort grand.

Suivant cette Obſervation la durée totale de l'Eclipſe a été de $3^h\ 19'\ 4''$, & la durée de l'Immerſion de la Lune dans l'ombre, de $1^h\ 3'\ 34''$.

Nous avons auſſi déterminé par le moyen des réticules, la grandeur de l'Eclipſe en différens temps, que nous avons réduite en doigts en cette maniere.

| | | | |
|---|---|---|---|
| A $0^h$ | 16' | 37" | Commencement. |
| 0 | 18 | 32 | Un demi-doigt. |
| 0 | 20 | 28 | Un doigt. |
| 0 | 26 | 18 | Deux doigts. |
| 0 | 28 | 40 | Deux doigts & demi. |
| 0 | 30 | 48 | Trois doigts. |
| 0 | 35 | 56 | Quatre doigts. |
| 0 | 41 | 2 | Cinq doigts. |
| 0 | 46 | 36 | Six doigts. |
| 0 | 52 | 8 | Sept doigts. |
| 0 | 57 | 48 | Huit doigts. |
| 1 | 3 | 54 | Neuf doigts. |
| 1 | 10 | 16 | Dix doigts. |
| 1 | 16 | 59 | Onze doigts. |
| 1 | 23 | 46 | Immerſion totale. |
| | | | |
| 2 | 27 | 20 | Commencement de l'Emerſion. |
| 2 | 33 | 45 | Un doigt. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 | 40 | 38 | Deux doigts. |
| 2 | 46 | 55 | Trois doigts. |
| 2 | 52 | 33 | Quatre doigts. |
| 2 | 58 | 8 | Cinq doigts. |
| 3 | 3 | 57 | Six doigts. |
| 3 | 9 | 14 | Sept doigts. |
| 3 | 14 | 34 | Huit doigts. |
| 3 | 20 | 28 | Neuf doigts. |
| 3 | 25 | 23 | Dix doigts. |
| 3 | 31 | 20 | Onze doigts. |
| 3 | 35 | 41 | Fin de l'Eclipſe. |

---

# *SUITE DE L'ECLAIRCISSEMENT DE NOUVEAUX CARACTERES DE PLANTES.*

Par M. VAILLANT.

## CLASSE *DES DIPSACE'ES.*

10. Decembre 1721.

LE terme de *Dipſacées*, duquel nous nous ſervons pour exprimer cette claſſe de Plantes, vient de *Dipſacus*, Διψακὸς, qui eſt le nom que porte le premier des vingt-ſept genres qu'elle renferme ſous quatre ſections.

### CARACTERE GENERAL.

Les Dipſacées ſont des Plantes dont la tige eſt, ou a été accompagnée de feuilles oppoſées; & quand il arrive que cette tige ſe diviſe, ſes diviſions gardent ordinairement entre elles, de même que les feuilles qui en ſortent, un ordre ou arrangement pareil à celui des feuilles de la tige. Toutes ces

Plantes portent des fleurs complettes & hermaphrodites, excepté toutefois certaines eſpéces d'un ſeul genre, où ces parties ſont effleurées*, c'eſt-à-dire, ſans petales. L'ovaire qui accompagne chaque fleur, ſoit qu'elle porte deſſus, ſoit qu'elle le contienne, devient, après qu'elle eſt paſſée, & quand il n'avorte pas, une capſule, une baie, ou un fruit monoſperme.

* Ananthopetalos.

## SECTION I.

*Des Dipſacées dont la fleur eſt complette, monopetale & irréguliere, & dont l'ovaire qui la porte, devient une capſule.*

### Dipſacus. *Chardon-à-carder, ou Cuvette-de-Venus.* Genre I.

Planche I.

La *Cuvette-de-Venus* porte des fleurs irrégulieres ramaſſées en maniere de tête, le plus ſouvent conique 2, dont la baſe eſt garnie d'une fraiſe à rayons ordinairement ſaillans *a, a, a, a.* Ces fleurs ſont ſéparées les unes des autres par de longues bales taillées en becquillon aigu 7; & ces bales qui hériſſent un placenta pyramidal, forment entr'elles des alvéoles. Chaque fleur 5, 8, eſt un tuyau dont le bout antérieur *a* s'évaſe & ſe découpe ordinairement en quatre parties inégales, diſpoſées de ſorte, qu'elles ſemblent repréſenter un oiſeau volant. Le bout poſtérieur du tuyau eſt emboêté dans un calice *b* à quatre pans, lequel ſurmonte un étui *c* où cet ovaire eſt enfermé. Cet étui, qui eſt plongé au fond d'un des alvéoles dont on a parlé, devient un quarré oblong *b Fig. 6.* ſur chaque côté duquel regnent, d'un bout à l'autre, deux ſillons. On peut ajouter que les feuilles qui partent de chaque nœud de la tige, forment par l'union de leur baſe & leur concavité, comme des gondoles ou petits batteaux enfilés & mâtés par cette tige.

*Dipſacus* vient du mot Grec διψάω ſitio, *j'ai ſoif;* parce que l'eau qui ſe ramaſſe dans les gondoles que forment les feuilles qui accompagnent la tige des Plantes de ce genre, ſemble être deſtinée à les déſaltérer. Etymologie.

Les especes de Cuvette-de-Venus & leurs variétés sont,

1. Dipsacus sativus. B. Pin. 385. *& I. R. H. 466. Labrum Veneris s. Dipsacus. Matth. 661. Gallicè* Chardon-à-carder ou à Bonnetier.
   j. Idem non spinosus.
   ij. Idem caule lato, contorto & concavo. R. Hist. 1. 381. 1.
2. Dipsacus folio laciniato. B. Pin. 385. *& I. R. H. 466.*
   j. Idem foliis ex adverso ternis.
3. Dipsacus silvestris. Dod. 735. *Silvest. aut Virga Pastoris major. B. Pin. 385.* & *I. R. H. 466.*
4. Dipsacus Indicus, maximus, pluribus capitulis racematim dispositis. Ambr. Phytol. 201.

Genre II. Succisa. *Mors-du-Diable, ou Remors.*

*Planche I.* Le *Remors* differe de la Cuvette-de-Venus, principalement en ce que les feuilles qui sortent de la tige, pour être à queue, ou trop étroites par le bas, ne forment point de gondoles. D'ailleurs il en differe encore, 1°. Par ses têtes qui, dans certaines especes, sont hémisphériques, & qui, dans d'autres especes, sont en toupie. 2°. Que dans celles-là, la base des têtes n'est que peu, ou point du tout débordée par les découpures ou rayons de la fraise dont elle est garnie; & que dans celles-ci, il ne se rencontre point de fraise, mais seulement quelques écailles qui plaquent le bas de leur tête. 3°. Que les bales qui hérissent le placenta, ne surpassent presque point le haut bout des étuis qu'elles séparent. 4°. Qu'enfin les semences étant mûres, l'étui 10 de l'ovaire est alors ordinairement renflé vers sa partie moyenne, excepté néanmoins celui de la premiere espece de ce genre, dans laquelle il faut aussi remarquer que le calice n'est point à quatre pans comme dans les autres espéces, mais que c'est une petite coupelle dont le bord est rayonné de quatre à cinq pointes.

Etymologie. On a donné le nom de *Succisa* à ce genre, parce que la racine de la premiere espece semble avoir été rongée, ou tronquée.

Les especes de Remors & leurs variétés sont :

1. Succisa officinarum, flore cæruleo. *Succisa glabra & hirsuta. B. Pin. 269. Scabiosa fol. integro, glabro & hirsuto, fl. cæruleo. I. R. H. 466.*

j. Eadem flore incarnato. *Scabiosa fol. integro, fl. incarnato. I. R. Herb. 466. Succisa fl. carneo. Scot. Illust. 2. 51.*

ij. Eadem flore albo. *Scabiosa fol. integro, fl. albo. I. R. H. 466. Succisa fl. albo. Scot. Illust. 2. 51. Succisa hirsuta, candida. Flor. Pruss. 263.*

iij. Eadem capite prolifero, flore cæruleo. *Scabiosa fol. integro, flore cæruleo, prolifero. I. R. H 466. Succisa s. Morsus Diaboli, fl. cæruleo, prolifera. Flor. Quasim. 47.*

iv. Eadem foliis profundè incisis. *Succisa glabra & hirsuta, foliis laciniatis. B. Pin. 269. Succisa hirsuta, cærulea, foliis incisis & laciniatis. Flor. Pruss. 263. Succisa angustifolia, palustris Triumf. Obs. 76.*

2. Succisa hirsuta, Lapathi folio, flore albo. *Dipsacus silvestris, capitulo minore, vel Virga Pastoris, minor. B. Pin. 385. Virga Pastoris vulgaris. J. B. 3. lib. 25. p. 75. Virga Pastoris. Matth. 663.*

3. Succisa annua, foliis oblongis dentatis, flore subcæruleo. *Scabiosa fruticans, latifolia, floribus ad cæruleum inclinantibus. B. Pin. 269.* & *I. R. H. 464.*

j. Eadem flore albo. *Scabiosa fruticans, latifolia, alba. B. Pin. 269.* & *I. R. H. 464. Scabiosa maxima, dumetorum, fol. non laciniato. J. B. 3. lib. 25. p. 10.* quoad Icon.

4. Succisa annua, Persicæ folia, flore amethystino. *Scabiosa Syriaca, annua, flore cæruleo,* Syvan *ex Syria dicta. Boerh. Ind. alt. 1. 129.*

5. Succisa Globulariæ folio, subtùs incano. *Scabiosa sicula, fruticans, Laureolæ folio, subtùs incano. I. R. H. 465. Scabiosa Cophanensis, fruticans, cærulea, Laureolæ fo-*

*lio, crasso, rotundo, lucido, molli, subtùs incano. H. Cath.* 196. *R. Hist.* 3. 238. *n°.* 53.

6. Succisa annua foliis Agrimoniæ nonnihil similibus. *Scabiosa altissima, annua, fol. Agrimoniæ nonnihil similibus. H. L. Bat.* 539. & *I. R. H.* 464. *Scabiosa Agrimoniæ foliis, elatior, Virginiana. Pluk. Alm.* 334. *Scabiosa altissima, cærulea, Agrimoniæ s. Centaurii majoris foliis Psyllii capitulis lævibus. H. Cath. Supp. alt.* 79.

7. Succisa Iberia, annua, flore ochroleuco. *Scabiosa Orientalis, maxima, hirsutissima, flore flavescente. Cor. I. R. Herb.* 35.

8. Succisa perennis, Fraxinellæ foliis. *Scabiosa Fraxinella foliis. I. R. H. App.* 666.

9. Succisa Alpina, perennis, amplissimo Valerianæ silvestris folio. *Scabiosa Alpina, fol. Centaurii majoris. B. Pin.* 270. & *I. R. H.* 464.

10. Succisa Iberia, Valerianæ folio, flore flavescente. *Scabiosa Orientalis fol. Centaurii majoris, subhirsutis, fl. maximo flavescente. Cor. I. R. H.* 34.

11. Succisa Armenia, Valerianæ folio, rigido, flore flavescente. *Scabiosa Orient. fol. Centaurii majoris, glabris & rigidis. Cor. I. R. H.* 34.

12. Succisa perennis, glabra, laciniata, flore albido, majore. *Scabiosa flore globoso niveo. B. Pin.* 270. *Scabiosa glabra, fol. rigidis viridibus. J. B.* 3. *lib.* 25. *p.* 8. *Scabiosa Calidarum Regionum similis, folio latiore. Boerh. Ind.* 1. 47. *n°.* 11.

13. Succisa perennis, glabra, laciniata, flore albido, minore. *Scabiosa fruticans, angustifolia, alba. B. Pin.* 270. & *I. R. H.* 464. *Scabiosa alba, Belgicorum hortorum. Clus. Hist.* iiij.

Genre III.

## Scabiosa. *Scabieuse.*

Planche I.

La *Scabieuse* porte des fleurs 11, 12, 13, semblables à celles du Remors & de la Cuvette-de-Venus 5, 8. Dans la plûpart

plûpart des espéces ces fleurs sont ramassées en têtes hemisphériques 1, 3, dont la base est garnie d'une fraise 9. découpée en rayons. Mais on peut dire que dans les autres espéces, les fleurs *a*, *a*, *a*, *a*, *Fig.* 4. sont disposées en pétales d'Oeillet, vû que leurs tuyaux sont plongés dans un fourreau oblong *b*. Le bas bout de chaque tuyau est engagé dans un calice frangé *a Fig.* 11, 12, 13, 14 & 15, ou découpé en pointes de couronne antique. Ce calice termine l'ovaire, & en surmonte l'étui *b Fig.* 14 & 15. Enfin cet étui devient oblong 16 : il est comme anguleux dans certaines espéces, applati dans les autres, & articulé avec ses semblables sur un placenta *a Fig.* 9. hérissé de poils.

*Scabiosa* vient de scabies, *gale*; parce qu'on prétend que la Scabieuse ordinaire guérit cette maladie, à laquelle ses feuilles sont quelquefois sujettes. Etymologie.

Les espéces de ce genre & leurs variétés sont,

1. Scabiosa officinarum, flore purpuro-cæruleo. *Scabiosa pratensis, hirsuta, quæ officinarum. B. Pin.* 269. & *I. R. H.* 464.

j. Eadem flore carneo. *Scabiosa Nebrodensis, Succisæ hirsutæ laciniatæ foliis, flore carneo. H. Cath.* 191. & *Supp. alt.* 79. *I. R. H.* 465.

ij. Eadem capitis basi amplissimis radiis circumvallata.

iij. Eadem flore albo. *Scabiosa pratensis. fl. albo. Flor. Jenens.* 211.

iv. Eadem capite prolifero.

v. Eadem integrifolia. *Scabiosa major, communior, hirsuto, folio non laciniato. J. B.* 3. *lib.* 25. *p.* 2.

2. Scabiosa hirsuta, multifida, Alpina, repens Bocc. Mus. 2. 22. Tab. 6. & *I. R. H.* 465. Item, *Scabiosa major, fl. ex cæruleo purpureo. I. R. H.* 464. & *Tabern. Icon.* 158.

3. Scabiosa glabra, Valerianæ sylvestris folio. *Scabiosa folio Sinapi sylvestris. B. Pin.* 270. *Scabiosa Pannonica,*

*laciniata, rubro flore. Hist. Oxon.* 3. 45. *n.° 6. Tab.* 13. *sect.* 6. *n.°* 6.

4. Scabiosa folio integro, Cæsalpini. J. B. 3. lib. 25. p. 2. Fig. 3. *Scabiosa montana, latifolia, non laciniata, rubra & prima. B. Pin.* 270. & *I. R. H.* 464.

5. Scabiosa Dipsaci folio. *Scabiosa latifolia, rubra, non laciniata secunda. B. Pin.* 270. & *I. R. H.* 464. Item, *Scabiosa Virgæ Pastoris folio. B. Pin.* 270. & *I. R. H.* 464.

6. Scabiosa annua, integrifolia, sive foliis Bellidis. Bot. Monsp. 231. & *I. R. H.* 465. Item, *Scabiosa minima, annua, erecta, semine anguloso. H. R. Bles.* 304. & *I. R. Herb.* 465.

7. Scabiosa cærulea, fistulosa, Centaurii majoris folio. R. Hist. 2. 234.

8. Scabiosa altissima, segetum, *H. Rom. Sapien. Triumf.* R. Hist. 3. 236. n.° 35.

9. Scabiosa Orientalis, Caryophylli flore. *D. Sherard. Scabiosa Orient. Pseudo-Melanthii flore. Petiv. Bot. Hort. Lychni-Scabiosa flore rubro, annua. Boerh. Ind. alt.* 1. 131.

Genre IV.

## Asterocephalus. *Tête-étoilée.*

*Planche* I.

La *Tête-étoilée* porte des fleurs ramassées en tête oblongue, ou hémisphérique 19, dont la base est garnie d'une fraise à rayons *a, a, a, a*. Chaque fleur 17 est un tuyau évasé & découpé par le haut bout en cinq parties, quatre desquelles sont opposées par paires d'inégale grandeur, & semblent représenter avec la cinquiéme, qui est la plus ample, un oiseau volant qui auroit deux têtes. Le bas bout du tuyau est engagé dans un calice *a* à cinq pointes, & qui, après que la fleur est passée, représente une étoile *a Fig.* 21. Cette étoile termine un ovaire *b Fig.* 21, & se trouve placée dans une tremie de gaze rayée 18, ou, si l'on veut, dans un pavillon *a* d'entonnoir 20 dont le tuyau *b* sert d'étui à l'ovaire *b Fig.* 21. On

peut ajoûter que dans la plûpart des espéces le haut bout de ce tuyau *b Fig.* 20, est canelé ou creusé dans son contour d'un rang de niches, ou fausses lucarnes; & que le placenta est chargé de bales, dans chacune desquelles *c Fig.* 20, un ovaire est niché.

*Asterocephalus* vient des mots Grecs ἀςὴρ, aster, *étoile*; & de κεφαλὴ, caput, *tête*: parce qu'après la chûte des fleurs, la tête des Plantes de ce genre est toute parsemée d'étoiles. Etymologie.

Les espéces de Tête-étoilée & leurs variétés sont,

1. Asterocephalus vulgaris, flore cæruleo. *Scabiosa capitulo globoso, major. Pin.* 270. & *I. R. H.* 465. Item, *Scabiosa mont. glabra, foliis Scabiosæ vulgaris. B. Pin.* 270. & *I. R. H.* 464. Item; *Scabiosa capitulo globoso, minor. Turnef. Hist. Par.* 141. *Phyteuma Dioscoridis. Col. Phytob.* 99. *Scabiosa glabra, carnosis foliis virentibus. Par. Bat. Icon.* 221. *Scabiosa n.°* 18. 20. & 21. *Hist. Oxon.* 3. *pag.* 47. & 48.
   j. Idem flore carneo. *Scabiosa minor, vulgaris, floribus carneis. Hist. Oxon.* 3. 48. *n.°* 21.
   ij. Idem flore cinereo. *Scabiosa tenuifolia, flore cinereo. H. Eyst.*
   iij. Idem flore albo. *Scabiosa minor, vulgaris, floribus albis. Hist. Oxon.* 3. 48. *n.°* 21.
   iv. Idem capite prolifero.
2. Asterocephalus folio molli, incano, laciniato, flore incarnato. *Scabiosa fol. melli, incano, fl. incarnato*, Amati. *Boerh. Ind. alt.* 1. 130. *n°.* 25.
3. Asterocephalus Orientalis, angustifolius, laciniatus, tomentosus. *D. Sherard.*
4. Asterocephalus subincanus, Sophiæ foliis. *Scabiosa minor, iiij. Tabern. Icon.* 162. *Scabiosa capitulo globoso, fol. in tenuissimas lacinias divisis. B. Pin.* 271. *Scabiosa capitulo globoso, minor.* C. B. Pin. *I. R. Herb.* 495. sed malè.
5. Asterocephalus minor, foliis variis, flore odorato. *Sca-*

*biosa minor, capitulo, odoro globoso. B. Pin.* 277. & *I. R. H.* 465. *Phyteuma Col. Phytob.* 2. 31. *Scabiosa mont. repens, Valerianæ æstivæ foliis, longiùs radicata; fl. dilutè rubro, odorato. Bocc. Mus.* 2. 51. *Tab.* 46.

6. Asterocephalus Rutæ caninæ foliis, flore ochroleuco. *Scabiosa multifido folio, flore flavescente. B. Pin.* 270. & *I. R. H.* 464. *Scabiosa maritima, Rutæ caninæ foliis. Barr. Obs. n.°* 1038. Item *Scabiosa sulfurea, incisis foliis, Polonica. Barr. Obs. n.°* 1036. Item, *Scabiosa angustifolia alba altera. B. Pin.* 270. & *I. R. H.* 464.

7. Asterocephalus minor, glaber, Nardi montani foliis. *Scabiosa capitulo globoso, minor. B. Pin.* 270. *Scabiosa j. ij. & iij. Tabern. Icon.* 160. & 161. *I. R. H.* 465.

8. Asterocephalus Alpinus, minimus, Globulariæ foliis. *Succisa Alpina, Globulariæ foliis. Triumf. Obs.* 78.

9. Asterocephalus tomentosus, cinereus, foliis dissectis. *Scabiosa Pyrenaïca, cinerea, villosa, magno flore. I. R. H.* 465. *Scabiosa Alpina, saxatilis, incana & tomentosa, fol. dissectis, fl. ex cæruleo purpurascente.* D. Micheli. *Scabiosa fruticans, Salviæ foliis.* H. S. J. Neapoli *R. Hist.* 3. 236. *n.°* 33. *Scab. incana, saxatilis, Salviæ folio, Neapolitana. Bocc. Mus. App. pag.* 12.

10. Asterocephalus Armenius, Artemisiæ foliis cinereis, flore flavescente. *Scabiosa Orient. tenuissime laciniata, flore magno flavèscente. Cor. I. R. H.* 35.

11. Asterocephalus Afer, frutescens, maximus. *Scabiosa Africana, arborescens maxima, fol. rugosis & crenatis, integris, major. Prod. Par. Bat.* 373. & *I. R. H.* 465. *Scab. Africana frutescens. Par. Bat. Icon.* 219. & *Boerh. Ind. alt.* 1. 128.

j. Idem capite prolifero.

12. Asterocephalus Afer, frutescens, maximus, foliis saturatè viridibus. *Scabiosa Africana, frutescens, maxima, fol. rugosis & crenatis, minor. Par. Bat. descr.* 220. & *Boerh. Ind. alt.* 1. 128. *Scabiosa minor, Æthiopica*

*frutesc. fol. lanuginosis, fl. cæruleo purpurascente Breyn. Prod.* 2. 88. cum Fig.

13. Asterocephalus Armenius, annuus, hirsutus, capite oblongo. *Scabiosa Orientalis, villosa, flore suaverubente, fructu pulchro oblongo. Cor. I. R. Herb.* 35.

j. Idem flore albo. *Scabiosa Orient. villosa, fl. albo, fructu pulchro oblongo. Cor. I. R. Herb.* 35.

14. Asterocephalus Armenius, hirsutus, tenuissimè laciniatus, flore candicante. *Scabiosa Orientalis, hirsuta, tenuissimè laciniata, flore parvo, candicante. Cor. I. R. H.* 34.

j. Idem flore purpureo. *Scabiosa Orient. hirsuta, tenuissimè laciniata, flore parvo, purpureo. Cor. I. R. H.* 34.

15. Asterocephalus perennis, argenteus, laciniatus, caule tenui eburneo. *Scabiosa Orient. argentea, fol. inferiorib. incisis. Cor. I. R. H.* 34. *Scabiosa tenuifolia, mont. caule eburneo. Bocc. Mus. App. pag.* 12.

16. Asterocephalus annuus, foliis imis Senecionis retusis. *Scabiosa Sicula, Cardiacæ folio. I. R. H.* 465. *Scabiosa Alpina, hirsuta, Hieracii folio, capsulis è geniculo prodeuntibus. Bocc. Mus.* 2. 167. *Tab.* 120.

17. Asterocephalus annuus, ruber, capite oblongo. *Scabiosa peregrina, rubra, capitulo oblongo. B. Pin.* 270. & *I. R. H.* 464.

j. Idem flore carneo. *Scabiosa peregrina, capitulo oblongo, fl. carneo. H. R. Par.* & *I. R. H.* 464.

ij. Idem flore albo. *Scabiosa Stœbes folio, flore albo. H. Cath. supp.* 3. *R. Hist.* 3. 238. *n.°* 54.

iij. Idem flore variegato. *Scabiosa peregrina, capitulo oblongo, flore variegato. H. R. Par.* & *I. R. H.* 464.

iv. Idem flore atropurpureo. *Scabiosa peregrina, capitulo oblongo, fl. atropurpureo. H. R. Par. Scabiosa peregrina, capitulo oblongo, nigricante, odore Zibethi. B. Pin.* 270. & *I. R. H.* 465.

v. Idem flore atropurpureo, capite prolifero. *Scabiosa Indica, prolifera. H. Edinb.* & *I. R. H.* 465.

vj. Idem flore atropurpureo, capite dupliciter prolifero. *Scabiosa Indica, dupliciter prolifera, Muntingii. Hist. Oxon.* 3. 48. *n.°* 28.

vij. Idem flore purpuro-cæruleo, capite prolifero. *Scabiosa prolifera, folio latiore. B. Pin.* 270. & *I. R. H.* 464.

18. Asterocephalus Lusitanicus, capite oblongo. *Scabiosa Cæsalpini. H. Sicc. Scabiosa Lusitanica, Indicæ similis. I. R. H.* 465. *Scab. peregrina, integris s. Bellidis, foliis, altera. Barr. Obs. n.°* 1040. *Icon.* 223.

19. Asterocephalus annuus, folio oblongo, capite pulchro, globoso. *Scabiosa Hispanica, amplissimo folio. I. R. H.* 465. *Scabiosa peregrina, integris & acutis foliis. Barr. Obs. n.°* 1039. & *Icon.* 224.

20. Asterocephalus major, annuus, laciniatus, capite pulchro, globoso. *Scabiosa stellata, folio laciniato, major. B. Pin.* 271. & *I. R. H.* 465.

21. Asterocephalus minor, annuus, laciniatus, capite pulchro, globoso. *Scabiosa stellata, fol. laciniato, minor, s. maritima. B. Pin.* 271. & *I. R. H.* 465. *Scabiosa cum pulchro semine, minor. J. B.* 3. *lib.* 25. 7.

22. Asterocephalus minimus, laciniatus, capite pulchro, globoso. *Scabiosa stellata, minima. B. Pin.* 271. & *I. R. H.* 465. Item, *Scabiosa maritima, parva. J. B.* 3. *lib.* 25. *p.* 7. & *I. R. H.* 465.

23. Asterocephalus annuus, humilis, integrifolius. *Scabiosa stellata, annua, prolifera. A. R. Par.* 109. & *I. R. H.* 465. *Scab. stellata, humilis, integrifolia, prolifera. Par. Batt.* 223. *Scabiosa Hispan. procumbens, fol. integris, prolifera. Pluk. Alm.* 334. *Scab. prolifera. foliacea, semine membranaceo, majore. Hist. Oxon.* 3. 50. *n.°* 41.

24. Asterocephalus frutescens, Leucoii folio. *Scabiosa stellata, folio non dissecto. B. Pin.* 271. & *I. R. H.* 465. Item, *Scabiosa cretica, frutescens, Auriculæ Ursifolio. Cor. I. R. H.* 34.

25. Asterocephalus, frutescens, Leucoii folio, longiore,

angusto. *Scabiosa stellata, frutesc. Leucoii folio minor, unâ, alterâve crenâ inciso. Flor.* 2. 56. *& Boerh. Ind. alt.* 1. 129. *n.°* 17. *Scabiosa frutesc. foliis Leucoii hortensis.* H. Cath. *I. R. H.* 465. & *R. Hist.* 3. 235. *n.°* 15.

26. Asterocephalus argenteus, Graminifolius, flore cæruleo. *Scabiosa argentea, angustifolia. B. Pin.* 270. & *I. R. H.* 464. *Scab. argentea, arborea, angustifolia, flore cæruleo. Schol. Bot.* 207.

j. Idem flore carneo. *Scabiosa arborea, angustifolia, fl. carneo. Schol. Bot.* 207.

ij. Idem Gramineis foliis glabris. *Scabiosa Gramineis foliis glabris. H. R. Blef.* 304. & *I. R. H.* 465.

27. Asterocephalus Iberius, Scorzoneræ folio. *Scabiosa Orientalis, Scorzoneræ folio, flore maximo, leucophæo. Cor. I. R. H.* 35.

## Pterocephalus. *Tête-aigrettée.*

Genre V.

*Planche* 1.

La *Tête-aigrettée* porte des fleurs qui, par leur structure, leur forme & leur disposition, ressemblent parfaitement, ou à celles de la Tête-étoilée, ou à celles de la Scabieuse. Chaque fleur est engagée par le bas, dans un calice qui termine l'ovaire, & qui est découpé jusques vers son fond en dix ou en un plus grand nombre de plumes, ou de rayons barbus *a Fig.* 23. *&* 24. L'étui de l'ovaire est à peu près le même que dans la Tête-étoilée. Il est articulé avec ses semblables sur un placenta qui se trouve ras dans certaines espéces, & qui, dans les autres, est chargé de bales, entre lesquelles ces étuis sont nichés.

Etymologie.

*Pterocephalus* vient des mots Grecs πτερὸν, pluma, *plume*, & de κεφαλὴ, caput, *tête*: parce qu'après la chûte des fleurs des Plantes de ce genre, la tête qui les portoit, est chargée d'aigrettes de plumes.

Les espéces de Tête-aigrettée sont,

1. Pterocephalus annuus, latifolius. *Scabiosa Cretica, capi-*

*tulo pappos mentiente. Cor. Inst. R. Herb.* 34.

2. Pterocephalus perennis, humilis, laciniatus & incanus. *Scabiosa Orient. frutescens, humillima, Bursæ Pastoris folio, incano, capite magno.* D. Sherard.

3. Pterocephalus Achilleæ foliis. *Scabiosa mont. fruticosa, reclinata Achilleæ nascentis foliis.* H. Cath. *I. R. H.* 465. *Scabiosa repens, Chamæmeli folio, montana. Bocc. Mus. App. p.* 12.

Genre VI.

## Diototheca. *Double-oreille.*

Planche 2.

La *Double-oreille* porte des fleurs irrégulieres & verticillées. Chaque fleur 1, 2, est un tuyau terminé par le haut en maniere de gueule béante, dont la babine supérieure est ordinairement découpée en deux parties, & l'inférieure en trois. Le bas bout du tuyau est engagé dans un calice *b Fig.* 2 *&* 9 fendu en deux lobes opposés & taillés comme en oreilles d'âne. Ce calice couronne un ovaire *a Fig.* 2 *&* 9 contenu dans une gaîne 8, *ou b Fig.* 1, en cornet bordé d'aiguillons, & dans laquelle cet ovaire devient une capsule solide & monosperme 10, *a ou b*.

Etymologie.

*Diototheca* vient des mots Grecs δὶς, bis, *deux*; de οὖς, ὠτος, auris, *oreille*: & de θήκη, theca, *ovaire*: parce que l'ovaire des Plantes de ce genre porte deux oreilles.

Nous ne connoissons qu'une espéce de Double-oreille.

1. Diototheca Carlinæ foliis ex adverso binis.

j. Eadem foliis ex adverso ternis. *Morina Orientalis, Carlinæ folio. Cor. I. R. H.* 48. & Voyage du Levant, 2. 181. *quoad descr.*

ij. Eadem foliis ex adverso quaternis. *Morina Orientalis, Carlinæ folio.* Voyage du Levant, *quoad Icon.*

Genre VII.

## Valeriana. *Valeriane.*

Planche 2.

La *Valeriane* porte des fleurs irrégulieres, éparpillées à la sommité de la tige, ou le long de ses menues branches & de leurs

leurs rameaux. Chaque fleur 3, 4, 5, est un tuyau évasé par le haut, & découpé en cinq parties, dont quatre sont opposées par paires d'inégale grandeur, lesquelles semblent représenter, avec la cinquiéme, qui est la plus ample, un oiseau volant qui auroit deux têtes. Le bas bout du tuyau est engagé dans un calice en bourrelet *a Fig. 6.* qui termine l'ovaire, & qui, après que la fleur est passée, devient une couronne de plumes 7. L'ovaire est contenu dans un étui ou une enveloppe en forme de poire ou de caraffe *a Fig. 3. ou 4. ou b Fig. 5, 6, 7*, un peu applatie d'un côté, & sillonnée de l'autre selon sa longueur.

*Valeriana* vient, dit-on, de *Valerius*, nom attribué à la personne, qui, la premiere, mit en usage quelque Plante de ce genre. Etymologie.

Les espéces de Valeriane & leurs variétés sont,

1. Valeriana hortensis. Dod. 349. *hortensis, flore albo. Riv. Icon. Valeriana hortensis; Phu folio Olusatri Dioscoridis. B. Pin.* 164. & *I. R. H.* 132. Item *Valeriana Orient. angustifolia, florib. & radice Valerianæ hortensis. Cor. I. R. H. 6.*
2. Valeriana tuberosa. J. B. 3. lib. 27. p. 307. *Imp. 656. Cor. I. R. H. 5. Valeriana tuberosa Imperati s. Telephii radice. Barr. Icon.* 825. Premier Nard de montagne; de Leon. *Lugd. Gall.* 805.
3. Valeriana Cretica, Filipendulæ radice. I. R. H. 131. *Nardus montana. Clus. Hist. lvj. Valeriana bulbosa. J. B. 3. lib. 27. p. 207. Imper. 659. Nardus Cretica, Belli. Pon. Pald.* 49.
4. Valeriana major, sylvestris, foliis latioribus. Mor. Umb. 68. *Valeriana sylvest. major. B. Pin.* 164. & *I. R. H.* 132. Item, *Valeriana sylvestris, major, altera, fol. lucido. H. R. Par.* & *I. R. H.* 132. *Valeriana Riv. Icon.* 1. *Phu Dioscoridis. Col. Phytob.* 113.
5. Valeriana major, sylvestris, foliis angustioribus. Mor. Umb. 50. *Valeriana sylvest. major, montana. B. Pin.*

164. *fylveftris. Dod.* 350. *foliis anguftioribus. Riv. Icon.*

6. Valeriana paluftris, minor. B. Pin. 164. *& I. R. H.* 132. *Valeriana minor. Riv. Icon.*

7. Valeriana aquatica, minor, flore minore. R. Hift. 1. 389. *& I. R. H.* 132. *Valeriana flore exiguo. Riv. Icon.*

j. Eadem flore albo minore.

8. Valeriana Orientalis, Syfymbrii Mathioli folio. Cor. I. R. H. 6.

9. Valeriana Alpina, prima. B. Pin. 164. *& I. R. H.* 131. *Valeriana Alpina, minor & minima. Pluk. Alm.* 380. *Tab.* 231. *Fig.* 7. *&* 8.

10. Valeriana Alpina, minor. B. Pin. 165. *& I. R. H.* 131. Item, *Valeriana Alpina, Nardo Celticæ fimilis. B. Pin.* 165. & *I. R. H.* 131. *Nardus montana, radice olivari. B. Pin.* 165. Item, *Nardus mont. radice oblongâ. Ejufd. Pin.* 165.

11. Valeriana Orientalis minima, flore leucophæo. Cor. I. R. H. 6.

12. Valeriana Alpina, Scrophulariæ folio. B. Pin. 164. *& I. R. H.* 131. Item, *Valeriana Alpina, altera. B. Pin.* 164. & *I. R. H.* 131.

13. Valeriana Alliariæ folio, flore albo. Cor. I. R. H. 6.

14. Valeriana montana, fubrotundo folio. B. Pin. 165. *& I. R. H.* 131, Item, *Nardo Celticæ fimilis, inodora. B. Pin.* 165. *Valeriana Alpina, fol. integris, rad. repente, inodora. R. Hift.* 1. 389. & *I. R. H.* 131. *Pluk. Alm.* 380. Item, *Valeriana Alpina, parva, Nardo Celticæ fimilis, inodora. Pluk. Alm.* 380. *Tab.* 232. *Fig.* 2.

15. Valeriana Alpina, minor, Spatulæ folio. *Valeriana Celtica. I. R. H.* 131. *Nardus Celtica Diofcoridis. B. Pin.* 165. Item, *Nardus Celtica, altera. Ejufd. ibid.* Itemque *Nardus ex Apuliâ. Ejufd. ibid.*

16. Valeriana maxima, Pyrenaïca, Carcaliæ folio. *D. D. Fagon.* I. R. H. 131. *Valeriana Canadenfis. Riv.*

*Icon.* Nard de montagne, second, de Leon. *Lugd. Gall.* 805.

17. Valeriana Lusitanica, latifolia, annua, laciniata. I. R. H. 132. *Valeriana annua, latifolia, ad Valerianam foliis Calcitrapæ accedens. Hist. Oxon.* 3. 102. *n.°* 8. *Valeriana annua, splendens, imis fol. integris, cæteris parùm laciniatis, flore minore Pluk. Alm.* 381.

j. Eadem foliis ex adverso ternis.

18. Valeriana foliis Calcitrapæ. B. Pin. 164. *& I. R. H.* 132. Item, *Valeriana sylvestris, fol. tenuissimè divisis. B. Pin.* 165.

j. Eadem flore albo.

## Valerianoïdes. *Eperonnée.*

Genre VIII.

L'*Eperonnée* ne différe de la Valeriane qu'en ce que le bas bout du tuyau de sa fleur 11, 12, est armé d'une pointe d'éperon *a*; & que les découpures de son haut-bout sont disposées de maniere que l'oiseau volant qu'elles semblent représenter, se trouve culbuté, ayant la queue où celui de la fleur de la Valeriane a ses deux têtes. Planche 2.

*Valerianoïdes* est comme si on disoit, *Plante qui a du rapport avec la Valeriane.* Etymologie.

Les espéces de ce genre & leurs variétés sont,

1. Valerianoïdes latifolia, flore rubro. *Valeriana rubra. B. Pin.* 165. & *I. R. H.* 131. *Valeriana marina. Riv. Icon.*

j. Eadem flore albo. *Valeriana marina, latifolia, s. major, alba. Mor. Umb.* 50. & *I. R. H.* 131. *flore candido. Pluk. Alm.* 379.

ij. Eadem foliis ex albo variis. *Valeriana folio ex albo & viridi vario. Cimel. Reg.*

2. Valerianoïdes angustifolia, flore rubello, capsulâ majore. *Valeriana marina, angustissimo Linariæ folio. Hist. Oxon.* 3. 102. *n.°* 17. *Valeriana rubra, angustifolia. B. Pin.* 165. & *I. R. H.* 131. *rubra, angustis &*

*longioribus foliis. Pluk. Alm.* 379.

j. Eadem flore albo.

3. Valerianoïdes anguſtifolia, flore rubello, capſulâ minore. *Valeriana marina, anguſtifolia, s. minor, rubra. Mor. Umb.* 50. *& I. R. H.* 131.

j. Eadem flore albo. *Valeriana marina, anguſtifolia, s. minor, alba. Mor. Umb.* 50. & *I. R. H,* 132.

Genre IX.

## Valerianella. *Mache.*

Planche 2.

La *Mache* porte des fleurs ſemblables à celles de la Valeriane, & qui ſont diſpoſées comme en ombelles, ou en forme de têtes au ſommet des branches & de leurs rameaux. Chaque fleur 3 *ou* 13 poſe ſur un ovaire contenu dans un étui, ou une enveloppe qui n'eſt pas uniforme dans toutes les eſpéces; mais de quelque figure qu'elle ſoit, elle eſt toujours terminée par pluſieurs pointes. *Voyez les Figures depuis* 14 *juſqu'à* 24, *en exceptant la* 16.me *qui eſt l'ovaire tiré de la* 15me. Cet ovaire devient enfin une capſule monoſperme qui reſte encloſe dans ſon étui.

Etymologie.

*Valerianella* eſt un diminutif de *Valeriana*; comme ſi on diſoit *petite Valeriane.*

Les eſpéces de Mache & leurs variétés ſont,

1. Valerianella vulgaris vel ſativa. *Valerianella arvenſis, præcox, humilis, ſemine compreſſo. Mor. Umb.* 55. *n.°* 9. *& I. R. H.* 132. *Albus olus. Dod.* 647.

2. Valerianella foliis ſerratis. *Valerianella arvenſis, præcox, humilis, fol. ſerratis. I. R. H.* 132. Item, *Valerianella ſemine, umbilicato, nudo, rotundo. Mor. Umb.* 55. *n.°* 5. *& I. R. H.* 132.

3. Valerianella ſerotina, altior. *Valerianella arvenſis, ſerotina, altior, ſemine turgidiori. Mor. Umb.* 55. *n.°* 10. *& I. R. H.* 132.

4. Valerianella ſemine umbilicato, nudo, oblongo. Mor. Umb. 55. n.° 6. *& I. R. H.* 133.

5. Valerianella ſemine umbilicato, hirſuto, Majore. Mor.

Umb. 55. n.° 7. & *Inst. R. Herb.* 133.

6. Valerianella semine umbilicato, hirsuto, minore. Mor. Umb. 55. n.° 8. & *I. R. H.* 133.

7. Valerianella calyce stellato, majore. *Valerianella semine stellato. B. Pin.* 165. & *I. R. H.* 133. Item, *Valerianella Scabiosæ semine, major, Lusitanica. Mor. Umb.* 55. *n.°* 3. & *I. R. H.* 133.

8. Valerianella calyce stellato, minore. *Valerianella arvensis, Scabiosæ semine, nostras. Mor. Umb.* 55. *n.°* 4. *Pseudovaleriana annua, arvensis, semine coronato, minore. Hist. Oxon.* 3. 104. *n.°* 30.

9. Valerianella vesicaria. *Valerianella Cretica, fructu vesicario. Cor. I. R. H. 6. & Boerh. Ind. alt.* 1. 75. cum Fig. *Pseudo-Valeriana, annua, Halepensis, vesicaria. Hist. Oxon.* 3. 105. *n.°* 38.

10. Valerianella Orientalis, fructu parvo, corniculato. Cor. I. R. H. 6.

11. Valerianella Cornucopioïdes, echinata. Col. 1. 206. & *I. R. H.* 133. *Valerianella echinata. B. Pin.* 165.

12. Valerianella flore rubro, capsulâ mitratâ. *Valerianella Cornucopioïdes, flore galeato. Mor. Umb.* 55. *n.°* 1. & *Inst. R. Herb.* 133. *Valerianella Cornucopioïdes. Riv. Icon.*

j. Eadem flore albo, capsulâ mitratâ. *Valerianella Cornucopioïdes, flore albo. Barr. Obs. n.°* 135.

## SECTION II.

*Des dipsacées dont la fleur est complette, monopetale & réguliere; & dont l'ovaire devient une capsule monosperme.*

### Antanisophyllon. *Patagon.* Genre I.

Le *Patagon* porte ses fleurs ordinairement en bouquets, ou en forme d'ombelles à l'extrêmité des tiges & des branches. Chaque fleur *a Fig.* 25. est découpée en cinq parties Planche 2.

égales dont le bout eſt le plus ſouvent échancré. Cette fleur poſe ſur un ovaire *b* en forme de cône renverſé, lequel devient une capſule 26 ſolide, monoſperme, & de la même forme, relevée de cinq angles ſelon ſa longueur. On peut ajoûter que les feuilles des eſpéces ſont oppoſées par paires, & qu'une des feuilles de chaque paire eſt toujours plus grande que l'autre.

Etymologie. *Antaniſophyllon* eſt composé des mots Grecs ἀντὶ, contra, *vis-à-vis*; de ἄνισος, inæqualis, *inégal*: & de φύλλον, folium, *feuille*; parce que les feuilles qui naiſſent l'une vis-à-vis de l'autre, ſont d'inégale grandeur.

*Patagon* eſt le nom que les habitans des Iſles de l'Amérique ont donné à la premiere eſpéce de ce genre, par la reſſemblance qu'ils ont cru trouver entre ſes feuilles & cette ſorte de monnoie de Flandre qu'on nomme *Patagons*.

Les eſpéces d'*Antaniſophyllon* ſont,

1. Antaniſophyllon Solanifolium, majus. *Valeriana humilis, folio rotundo, ſubtùs argenteo. Plum. Cat.* 3. *Boerhavia Solanifolia, major.* Diſcours ſur la ſtructure des Fleurs, p. 50. *Plumbaginoïdes fol. Spinachiæ ſpinoſæ, floſculo rubro. Boerh. Ind. alt.* 2. 264. *Valerianella fol. ſubrotundo, flore purpureo, ſemine oblongo, ſtriato, aſpero. Cat. Jam.* 91. *R. H.* 3. 244. *Talu-Dama. H. Malab.* 7. 105.
2. Antaniſophyllon ſcandens, Alſines majoris folio. *Valerianella Alſines folio, ſcandens, florib. pallidè luteis, pyxidatis in Umbellæ modum diſpoſitis, ſemine aſpero. Cat. Jam.* 91. *R. Hiſt.* 3. 244. *Solanum bacciferum, Americanum, fructu corymboſo. Pluk. Alm.* 349. *Tab.* 226. *Fig.* 7.
3. Antaniſophyllon Nubicum, minus. *Boerhavia Nubica, minor.* Diſc. ſur la ſtruct. des Fleurs, p. 53.
4. Antaniſophyllon Nubicum, minimum. *Boerhavia Nubica, minima.* Diſc. ſur la ſtruct. des Fleurs, p. 55.

## Platanocephalus. *Bois-à-boutons.*

Le *Bois-à-boutons* porte des fleurs regulieres ramaſſées en têtes ſphériques. Chaque fleur eſt un tuyau dont le bout antérieur s'évaſe & ſe découpe ordinairement en quatre ou cinq parties diſpoſées en croix, ou en étoile. Le bout poſtérieur de ce tuyau eſt emboîté dans le calice qui couronne la tête de l'ovaire. Après que la fleur eſt paſſée, cet ovaire devient une capſule articulée, ainſi que ſes ſemblables, ſur un placenta commun. On peut ajoûter que les eſpéces ſont des Arbres ou des Arbuſtes dont les feuilles ſont entieres.

*Platanocephalus* vient des mots Grecs πλάτανος, Platanus, *Plane* ou *Platane*; & de κεφαλὴ, caput, *tête*; parce que les Plantes de ce genre portent des têtes ou boutons ſphériques qui reſſemblent aſſez bien à ceux du Platane. Etymologie.

Les eſpéces de Bois-à-boutons ſont,

1. Platanocephalus Tini foliis ex adverſo ternis. *Scabioſa dendroïdes, Americana, ternis foliis circà caulem ambientibus, floribus ochroleucis. Pluk. Alm.* 336. *Tab.* 77. *Fig.* 4. Item, *Arbor Americana, triphylla, fructu Platani quodammodò æmulante, lignum fibularium* [i. e.] Buttonvvood *noſtratibus dicta. Ejuſd. Alm.* 47. *Valerianoïdes Americana, fl. globoſo, Piſhaminis folio. Muſ. Petiv. n.°* 293.
2. Platanocephalus Citri foliis bijugis, capite majore. *Katou-Tsjaca. H. Malab.* 3. 29. *Tab.* 33. *Arbor Indica, fr. aggregato globoſo* Katu-Tsjaka *dicta. R. Hiſt.* 2. 1441.
3. Platanocephalus Citri foliis bijugis, capite minore. *Jaca Madraſpatana, fr. Sparganii.* D. Petiv. An, *Acrochordodendros s. Arbor Indica, prægrandis, fol. integris, Platani fructu verrucoſo minore, &c. Pluk. Mant.* 4. *Tab.* 361. *Fig.* 5.

Genre III.

## Pentagonotheca. *Roncine.*

*Voyez* Pisonia Plum. Nov. Gen. Tab. 11.

La *Roncine* porte ses fleurs en grappes. Chaque fleur *a* est un tuyau terminé par une espéce de pavillon découpé ordinairement en cinq parties égales. Le calice *b* qui est fendu en autant de parties, pousse de son fond un ovaire *c*, lequel s'emboîte dans le tuyau de la fleur. Cet ovaire devient une capsule monosperme oblongue pour l'ordinaire, & relevée de cinq côtes selon sa longueur.

Etymologie.

*Penthagonotheca* vient des mots Grecs πέντε, quinque, *cinq*; de γώνια, angulus, *angle*: & de θήκη, theca, *ovaire* ou *capsule*; parce que la capsule des Plantes de ce genre est relevée de cinq angles.

Nous ne connoissons qu'une espéce de Roncine.

1. Pentagonotheca Americana, spinosa. *Pisonia aculeata, fructu glutinoso & racemoso. Plum. Nov. Gen. 7. Plumbago Americana, scandens, aculeata, Betæ folio minori. Plum. I. R. H.* 141. *Paliuro affinis Arbor spinosa, fl. herbaceo, pentapetaloïdes, fr. sicco, nudo, cannulato, lappaceo. Cat. Jam.* 137. *& R. Hist.* 3. *lib.* 30. *n.°* 95. *Rhamus an potius Lycium Fingrego Jamaicensibus dictum. Pluk. Alm.* 318. *Tab.* 108. *Fig.* 2.

Genre IV.

## Jalapa. *Jalap, ou Belle-de-nuit.*

*Planche* 2.

Les fleurs de la *Belle-de-nuit* sont éparpillées à la sommité de la tige & des branches. Chaque fleur 27 pourroit être comparée à une Trompette parlante, vû que c'est un tuyau dont le bas forme un bocal *a Fig.* 28, & que le haut est un large pavillon régulier. Ce pavillon est plissé selon sa longueur, & légérement découpé par le bord. Le calice *a Fig.* 27 de cette fleur, est ordinairement fendu en cinq parties. De son fond s'éleve un ovaire *a Fig.* 29 qui s'emboîte dans le bocal *a Fig.* 28 de la Trompette, où venant à grossir, il se colle si fortement aux parois de ce bocal, qu'il ne

fait

fait plus qu'un corps avec lui. Ce corps devient une capsule
30 monosperme, solide, ovale, ou presque sphérique.

*Jalapa* est un des noms que les Americains ont donnés aux espéces de ce genre dont la racine est en usage. Etymologie

Les espéces de Belle-de-nuit & leurs variétés sont;

1. Jalapa officinarum, flore magno purpureo. *Jalapa fl. purpureo. I. R. H.* 129. *Solanum Mexiocanum, flore magno purpureo s. Kermesino. B. Pin.* 168. Item, *Bryonia Mechiocana, nigricans. Ejusd. Pin.* 298. *Mirabilis Peruviana.* Park. Th. *Pluk. Alm.* 252.

*Hujusce speciei varietates sunt,*

j. Jalapa flore obsoletè rubente. I. R. H. 129.
ij. Jalapa flore ex albido. I. R. H. 129.
iij. Jalapa flore ex albo & purpureo dimidiatim commixtis notato. I. R. H. 129.
iv. Jalapa fl. albo, purpureis maculis inæqualibus vel latis, vel minutis, tam punctatim quam virgatim asperso. I. R. H. 129.
v. Jalapa flore flavo. I. R. H. 129.
vj. Jalapa flore ex purpureo & luteo mixto. I. R. H. 129.
vij. Jalapa flore ex rubro luteo & albo mixto. I. R. H. 129.
viij. Jalapa officinarum, radiis flavis distincto I. R. H. 129.

2. Jalapa officinarum, fructu rugoso. I. R. H. 130. & *Plum. Cat.* 3.
3. Jalapa parvo flore. I. R. H. 130. *Mirabilis Peruviana, fl. minore. Park.* Th. *Pluk. Alm.* 252. *Atzoyatl. s. Mirabilis Mexicana. Hernand. lib.* 5. *cap.* 47.

## Caraxeron. *Tête-aride.*

Genre V.

La *Tête-aride* porte des fleurs régulieres ramassées en maniere de tête *A*, ou d'épi. Chaque fleur *E* est un tuyau cylindrique terminé par une espéce de pavillon découpé, non pas en dix ou onze parties, ainsi qu'il est representé dans les Institutions de Botanique, mais seulement en cinq pointes, de

*Voyez* Amaranthoïdes. I. R. H. Tab. 429.

même que ſon calice *F*. Du fond de ce calice s'éleve un ovaire *G* qui s'emboîte dans le tuyau de la fleur, & qui devient, après qu'elle eſt paſſée, une capſule *K* membraneuſe, dans laquelle eſt contenue une ſemence *I*. On peut ajoûter que le placenta *B* où ſont attachées les fleurs de chaque tête, eſt chargé de bales *D* creuſées en goutiere, & diſpoſées par paires *C* qui repréſentent comme autant de mors de tenette, ou de becs entr'ouverts, dans chacun deſquels eſt engagée une des fleurs avec ſon calice.

Remarque. Ce genre eſt celui que les Auteurs ont appellé *Amaranthoïdes* d'*Amaranthus*; mais comme ſes eſpéces n'ont nul rapport avec celles de l'Amarante, nous avons cru le devoir exprimer par un terme plus convenable.

Etymologie. *Caraxeron* eſt compoſé des mots Grecs κάρα, caput, *tête*; & de ξηρὸν, aridum, *aride* : parce que les têtes, ou les épis des Plantes de ce genre ſont ſecs & arides.

Les eſpéces de Tête-aride & leurs variétés ſont,

1. Caraxeron Ocymaſtri folium, capitulis majoribus purpureis. *Amaranthoïdes Lychnidis folio, capitulis purpureis. I. R. Herb.* 654. *Amaranthoïdes Indicum, foliis Ocymaſtri, capitulis purpureis. Par. Bat.* 14. *Wadapu. H. Malab.* 10. 73.

j. Idem capitulis majoribus, albis. *Amaranthoïdes Lychnidis folio, capitulis argenteis, majoribus. I. R. H.* 654. *Wadapu capitulis albicantibus. H. Malab.* 10. 73.

2. Caraxeron Ocymaſtrifolium, capitulis minoribus, albis. *Amaranthoïdes Lychnidis folio, capitulis argenteis, minoribus. I. R. H.* 654. *Amaranthoïdes Americ. capitulis parvis, albis. Par. Bat.* 15.

3. Caraxeron repens, Hyſſopifolium, capitulis argenteis. *Amaranthoïdes marina, repens, Polygoni folio, capitulis argenteis.* Plum. *I. R. H.* 654.

4. Caraxeron humile, Polygonifolium, capitulis candicantibus. *Amaranthoïdes humile, Maderaſpatanum, ca-*

*pitulis candicantibus fol. molli. Pluk. Alm.* 27. *Tab.* 133. *Fig.* 1. *Amaranthoïdes humile Coraſſavicum, foliis Polygoni. Par. Bat.* 17. cum Fig.

5. Caraxeron humile, Polygonifolium, capitulis ferrugineis. *Amaranthoïdes humile, Coraſſovicum, ferrugineum. Par. Bat.* 18. cum Fig.

6. Caraxeron humile, Cepeæ foliis, capitulis albis. *Amaranthoïdes humile, Coraſſavicum, Cepeæ foliis lucidis, capitulis albis. Par. Bat.* 15. cum Fig. *& Pluk. Alm.* 27. *Tab.* 75. *Fig.* 9. *Trifolii ſpica Crithmum marit. non ſpinoſum, Braſilienſe. R. Hiſt.* 2. 1331.

7. Caraxeron Camphoratæ foliis, capitulis Pſyllii incarnatis, *Amaranthoïdes ſpicatum, Indic. ramoſiſſimum, Spergulæ foliis, ſpicâ Alopecuroïde, incarnatâ. Pluk. Amalt.* 13. *Tab.* 357. *Fig.* 4. *Perexil Champaccenſis, capitulis carneis, capillaceo folio. Muſ. Petiv. n.º* 447.

j. Idem capitulis Pſyllii albis. *Amaranthoïdes ſpicatum, Indicum, ramoſiſſim. Spergulæ foliis, ſpicâ Alopecuroïde, candidâ. Pluk. Mant.* 11. *Tab.* 334. *Perexil Champaccenſis, humilis, polyphyllus, albus, capillaceo folio. Muſ. Petiv. n.º* 446.

Le *Pee-coipa. H. Malab.* 10. 133. paroît être de ce genre.

## SECTION III.

*Des Dipſacées dont la fleur eſt complette, monopétale, réguliere dans certaines eſpèces, irréguliere d'autres; & dont l'ovaire devient un fruit ou une baie monoſperne.*

### Olea. *Olivier.*

Genre I.

Voyez I.R.H. Tab. 370.

Les fleurs de l'*Olivier* naiſſent par paires qui ſe croiſent & forment des épis, leſquels partent chacun de l'aiſſelle d'une feuille. Chaque fleur *A* eſt découpée pour l'ordinaire en quatre quartiers égaux oppoſés en croix. Le calice *C* dont le

bord est dentelé, pousse de son fond un ovaire *D* qui devient une baie ou un fruit rond, ou oblong *E*, contenant un noyau monosperme à peu-près de la même figure. On peut ajoûter que les espéces d'Olivier sont des Arbres toujours garnis de feuilles, & que ces feuilles sont ordinairement entieres.

Etymologie. *Olea*, Olivier, se nomme chez les Grecs ἐλάια; le nom Latin est dérivé du Grec, changeant αἰ diphtongue en *e*; *oleum*, huile, s'appelle aussi chez les Grecs ἔλαιον: car ἐλάια est tiré de λεῖον, *læve vel lubricum*, c'est-à-dire poli ou glissant: ou il est dérivé de λειω, *lævigo*, *lubrico*, je polis, j'adoucis, je rends glissant; parce qu'il produit ce qui polit, adoucit, & rend glissant, à savoir l'huile.

*N'ayant pas eu occasion de vérifier toutes les Plantes que quelques Auteurs modernes rapportent à ce genre comme autant d'espéces distinctes, ce n'est que sur la garantie de ces Messieurs que nous les donnons ici pour telles.*

1. Olea sylvestris fructu parvo, mucronato, parùmque curvato- *Olea sylvest. fol. duro, subtus incano.* B. Pin. 472. *I. R. H. 599.*

j. Eadem fructu parvo Sphæroïde, mucronato. *Olea sylvestris, Hispanica, fol. duro, subtus incano, fructu obtuso, mucronato. I. R. H. 599.*

2. Olea fructu maximo. I. R. H. 599. Item, *Olea fructu maximo subrotundo. I. R. H. 599. Olea major, subrotunda. Bot. Monsp.* 189.

3. Olea fructu majori, carne crassâ. I. R. H. 599.

4. Olea fructu majusculo & oblongo. I. R. H. 599.

5. Olea fructu majusculo, rotundo, viridiore. *Olea media, rotunda, viridior. H. R. Monsp.* 147. *I. R. H. 599. Bot. Monsp.* 190.

6. Olea fructu præcoci, majusculo, rotundo. *Olea media, rotunda, præcox. H. R. Monsp.* 147. *I. R. H. 599. Bot. Monsp.* 190.

7. Olea fructu Corni, oblongo, majusculo. *Olea media, oblonga, fructu Corni figura. Bot. Monsp.* 189. *Olea*

*media, oblonga, fructu Corni. H. R. Monsp.* 147. *I. R. H.* 599.

8. Olea fructu oblongo, minori. I. R. H. 599.
9. Olea fructu oblongo, atrovirente. I. R. H. 599.
10. Olea fructu minore, rotundiore. I. R. H. 599. Item. *Olea minor, rotunda, racemosa. H. R. Monsp.* 147. *I. R. H.* 599. *Bot. Monsp.* 190.
11. Olea fructu minore, rotundo, rubro-nigricante. *Olea minor, rotunda, rubro-nigricans. H. R. Monsp.* 147. *I. R. H.* 599. *Bot. Monsp.* 190.
12. Olea fructu minore, rotundo, ex rubro & nigro variegato. *Olea minor rotunda, ex rubro & nigro variegata. H. R. Monsp.* 147. *I. R. H.* 599. *Bot. Monsp.* 190.
13. Olea minor, Lucensis, fructu odorato. I. R. H. 599.
14. Olea fructu albo. I. R. H. 599.
15. Olea fructu majore, oblongo, anguloso, Amygdali formâ. *Olea sativa, major, oblonga angulosa, Amygdali formâ. H. R. Monsp.* 147. *I. R. H.* 599. *Bot. Monsp.* 189.
16. Olea fructu majusculo, oblongo, anguloso. *Olea oblonga, media, angulosa. H. R. Monsp.* 147.

Si, à ces Oliviers, on pouvoit confronter les douze premiers de l'*Hortus Catholicus, p.* 155. peut-être trouveroit-on que ceux-ci & un pareil nombre de ceux-là ne sont que les mêmes.

## Phillyrea. *Filirée.* Genre II.

*Planche* 2.

La *Filirée* porte ses fleurs en grappillons qui partent des aisselles des feuilles. Chaque fleur 35 est ordinairement découpée en quatre quartiers égaux dispofés en croix. Le calice 36 qui est fendu en autant de parties, pousse de son fond un ovaire. Cet ovaire s'emboîte dans la fleur; & lorsqu'elle est passée, il devient une baie sphérique, ou en toupie 37, contenant une coque monosperme à peu près de la même

figure. On peut ajoûter que les Plantes de ce genre ſont des Arbres ou des Arbuſtes toujours garnis de feuilles.

Etymologie. *Phillyrea* vient peut-être de *Phillyra*, mere du Centaure Chiron, ou de *Phillyrius* [épithete qu'Ovide donne à ce Centaure] ſoit parce que la mere ou le fils aimoit, ou avoit découvert quelques Plantes de ce genre; ſoit que l'une ou l'autre fit quelque uſage de ces Plantes.

Les eſpéces de Filirée ſont,

1. Phillyrea latifolia, non ſerrata. *Phillyrea latifolia, lævis. B. Pin.* 476. & *I. R. H.* 596.
2. Phillyrea folio, leviter ſerrato. B. Pin. 476. & *I. R. H.* 596.
3. Phillyrea latifolia, ſerrata. *Phill. latifolia, ſpinoſa. B. Pin.* 476. & *I. R. H.* 596.
4. Phillyrea folio Buxi. H. R. Par. & *I. R. H.* 596.
5. Phillyrea Hiſpanica, Lauri folio, ſerrato & aculeato. I. R. H. 596.
6. Phillyrea Hiſpanica, Nerii folio. I. R. H. 596.
7. Phillyrea anguſtifolia, minus ſerrata. *Phill. anguſtifolia, ſpinoſa H. R. Par.* & *I. R. H.* 596. *Phill. anguſtifol. rigido, peracuto folio.* D. Micheli. *Illatrum Cæſ.* 74.
8. Phillyrea folio Liguſtri. B. Pin. 476. & *I. R. H.* 596. *Philyca Dalechampii Lugd.* 258. *Phillyrea Pervincæ folio longiori.* D. Micheli.
9. Phillyrea Oleæ folio. *Phillyrea anguſtifolia, prima. B. Pin.* 476. & *I. R. H.* 596.
10. Phillyrea Linariæ folio. *Phill. anguſtifolia, ſecunda. B. Pin.* 476. & *I. R. H.* 596.

Remarque. Il faut exclure de ce genre les deux dernieres Plantes qui y ſont rapportées dans les Inſtit. de Botanique p. 596. d'autant que les fleurs en ſont tetrapetales, & qu'elles portent ſur les ovaires, dit le P. Plumier. *Hiſt. manuſc. tom.* 6. *p.* 6. & 7.

## Tinus. *Laurier-tin.*

Genre III.

Planche 2.

Le *Laurier-tin* porte ses fleurs en maniere d'ombelles à l'extrémité de la tige & de ses branches. Chaque fleur 38, 39, 40 est ordinairement découpée en cinq parties égales, formant une espéce de rosette. Cette fleur pose sur un ovaire couronné à l'antique, & qui devient une baie ovale 46, ou en toupie renversée, dans laquelle est contenue une coque 47 monosperme de la même figure. Ajoûtez que les espéces sont des Arbres ou des Arbustes dont les feuilles sont parfaitement entieres.

Etymologie.

*Tinus*, ou *Tynnus*, comme l'écrit Lobel, vient peut-être du Grec τύνος, ou τύννος, parvus, *petit*; parce que les Plantes de ce genre ne sont que des Arbustes.

Les espéces de Laurier-tin sont,

1. Tinus Corni fœminæ foliis subhirsutis. *Tinus prior. Clus. Hist.* 49. & *I. R. H.* 607. *Laurus sylvest. Corni fœminæ foliis subhirsutis. B. Pin.* 461.
2. Tinus foliis venosis. *Laurus sylvest. foliis venosis. B. Pin.* 461. *Tinus alter. Clus. Hist.* 49. & *I. R. H.* 607.
3. Tinus folio minore. *Laurus sylvest. folio minore. B. Pin.* 461. *Tinus tertius. Clus. Hist.* 50. & *I. R. H.* 607.
4. Tinus amplo Citri folio. *D. Micheli.*

## Viburnum. *Viorne.*

Genre IV.

Planche 2.

La *Viorne* différe du Laurier-tin, & par sa baie 44 qui est un peu applatie, ainsi que la coque 48 monosperme qu'elle contient, & par ses feuilles qui sont dentellées.

Etymologie.

*Viburnum* vient, dit-on, de *viere*, lier : parce que les nouveaux jets de la Viorne étant souples & flexibles comme de l'Osier, peuvent servir de liens.

Les espéces de Viorne sont,

1. Viburnum vulgare. *Viburnum. B. Pin.* 429. *Matth.* 217. & *I. R. H.* 607.

j. Idem foliis ex adverſo ternis. *Viburnum vulgare, foliis ad nodos ternis & ternis. Ponted. Comp.* 153.

2. Viburnum Canadenſe, glabrum. D. Sarrazin. *Meſpilus Prunifolia, Virginiana, non ſpinoſa fructu nigricante. Pluk. Alm.* 249. *Tab.* 46. *Fig.* 2.

Genre V.

## Opulus. *Obier.*

Planche 2.

L'*Obier* différe de la Viorne, principalement en ce que ſes feuilles ſont découpées en trois parties dentelées : car, il n'eſt pas vrai de dire qu'il porte deux ſortes de fleurs, puiſque les giganteſques 41, 42, ou celles qu'on rencontre ſur les ovaires qui avortent, ſont de même forme & de même genre que celles 38, 39, 40, qu'on trouve ſut les ovaires qui profitent & deviennent des baies. Chaque baie 44 contient une coque 45. monoſperme, applatie, & taillée en forme de cœur renverſé.

Remarque.

L'Auteur des Inſtitut. de Botanique dit que les fleurs qui occupent le milieu & le centre du paraſol de l'Obier, & qu'il compare à des godets & à des baſſins, reçoivent par le trou de leur fond la pointe de leur calice. Il en dit autant des fleurs du Laurier-tin & de celle de la Viorne; mais ce qu'il prend dans les fleurs des Plantes de ces trois genres, pour l'extrémité ou la pointe de leur calice, eſt la trompe de l'ovaire à laquelle il auroit dû, en ſe ſervant de ſes termes ordinaires, donner le nom de *piſtile.*

Etymologie.

*Opulus, quod Viti ferat opem*, diſent quelques Auteurs.

Les eſpéces d'Obier & leurs variétés ſont,

1. Opulus vulgaris, fructifera. *Opulus Ruell.* 281. & *I. R. H.* 607.

j. Eadem florifera, nec fructifera. *Opulus flore globoſo I. R. H.* 607.

ij. Eadem florifera, nec fructifera, flore purpuraſcente. *Opulus flore globoſo purpuraſcente.* Lemery Traité des Drogues. 552. *Sambucus roſea, flore purpureo Ger. emac.* 1425.

2. Opulus

2. Opulus Cappadoca, ampliſſimo folio. *Opulus Orientalis, folio ampliſſimo tridentato. Cor. I. R. H.* 42.

## Agnanthus. *Agnante.*

Genre VI.

L'*Agnante* porte ſes fleurs en maniere de grappes à la ſommité de la tige & de ſes branches. Chaque fleur *a* qui reſſemble aſſez bien à celle de l'*Agnus caſtus*, eſt un tuyau *b* dont le bout antérieur s'évaſe, & ſe découpe ordinairement en ſix parties inégales, ſavoir, trois ſupérieures diſpoſées en trefle, & trois inférieures, dont la moyenne eſt la plus grande des ſix, les deux latérales étant les plus petites. Le calice *c* qui eſt denté, pouſſe de ſon fond un ovaire. Cet ovaire s'emboîte dans le tuyau de la fleur; & lorſqu'elle eſt paſſée, il devient, à ce que dit le P. Plumier, une baie *d* monoſperme.

*Voyez* Cornutia Plum. Nov. Gen. Tab. 17.

*Agnanthus* vient des mots Grecs ἄγνος, caſtus, *chaſte*; & de ἄνθος, flos, *fleur*: parce que la fleur des Plantes de ce genre, reſſemble à celle de l'*Agnus caſtus*, ou *Vitex*.

Etymologie.

Nous ne connoiſſons qu'une eſpéce d'Agnante.

1. Agnanthus Viburni folio. *Cornutia flore pyramidato, cæruleo, foliis incanis. Plum. Nov. Gen.* 32. *Calychirichibou Caraïbœorum.* Surian. *Hort. Sicc.*

## Loranthus. *Lanierante.*

Genre VII.

La fleur de la *Lanierante a* eſt, pour ainſi dire, un tuyau évaſé par le bout antérieur, & découpé juſques vers l'autre bout, en cinq lanieres. Ce dernier bout *b* eſt emboîté dans un calice *c* qui couronne l'ovaire. Cet ovaire, ſelon le P. Plumier, devient une baie *d* monoſperme. On peut ajoûter que les feuilles ſont entieres, & que la côte qui les partage en deux feuillets égaux, eſt accompagnée à droit & à gauche de nervures longitudinales.

*Voyez* Lonicera Plum. Nov. Gen. Tab. 37.

*Loranthus* vient des mots Grecs λῶρος, lorum, *laniere*, & de ἄνθος, flos, *fleur*: parce que la fleur des Plantes de ce genre eſt découpée en lanieres.

Etymologie.

Les eſpéces de Lanierante ſont,

1. Loranthus racemoſus flore coccineo, baccis nigris. *Lonicera flore coccineo, baccis nigris. Plum. Nov. Gen.* 17.
2. Loranthus nodiflorus, baccis rubeſcentibus. *Valli-itti-canni. H. Malab.* 10. 5.

*Genre VIII.*

## Morinda. *Mûrier-d'Inde.*

*Voyez Roioc. Plum. Nov. Gen. Tab. 26.*

Le *Mûrier-d'Inde* porte des fleurs ramaſſées en maniere de tête. Chaque fleur *a* eſt un tuyau *b*, dont le bout antérieur eſt évaſé & découpé en quatre ou cinq, & quelquefois en un plus grand nombre de parties égales diſpoſées en rond. Cette fleur poſe ſur un ovaire qui devient une baie *f* monoſperme, attachée à un placenta commun, où elle forme avec ſes ſemblables une eſpéce de Mûre *e*.

*Etymologie.* *Morinda* vient de Morus, *Mûrier*; & de Inda, *Inde*; comme ſi on diſoit *Mûrier d'Inde*; parce que les plantes de ce genre croiſſent aux Indes, & qu'elles portent des amas de bayes qui reſſemblent aſſez à des Mûres.

Les eſpéces de Mûrier d'Inde ſont,

1. Morinda Americana, humifuſa, Laurifolia. *Roïoc humifuſum, fructu Cupreſſino Plum. Nov. Gen.* 11. *Rubi ſeu Mori fructu Americana, Arbor, foliis Laurinis. P. B. Prod.* 372. Morillie *vulgò. R. Hiſt.* 3. *lib.* 28. *p.* 76. *n°.* 4. *Lauri facie Curaſſavica, volubilis, fructu Mori, radice croceâ, è qua atramentum conficiunt Americani quibus* Morilie *dicitur. H. Beaum.* 26.
2. Morinda Malabarica, ampliſſimo Citri folio. *Cada-Pilava. H. Malab.* 1. 97. *Arbor Indica, fr. aggregato conoïde,* Cada Pilava. *R. Hiſt.* 2. 1442. & *Flor. Malab.* 7.

La *Pada-Vara. H. Malab.* 7. 51. paroît être de ce genre.

*Genre IX.*

## Morobatindum. *Morobatier-d'Inde.*

*Voyez Camara Plum. Nov. Gen. Tab. 2.*

Le *Morobatier d'Inde* porte ſes fleurs ramaſſées en maniere de tête ronde, ou oblongue. Chaque fleur *a* eſt un tuyau,

dont le bout antérieur est évasé & découpé ordinairement en quatre parties opposées par paires inégales, en forme de croix, ou qui semblent représenter un oiseau volant. Cette fleur porte sur un ovaire qui devient une baie *d* monosperme, attachée à un placenta commun, où elle forme, avec ses semblables, une espéce de Framboise *c*, dont les grains sont entremêlés de bales.

*Morobatindum* est composé de μῶρον, Morum, *Mûre*; de βάτος, Rubus, *Ronce*; & de Indum, *Inde*: parce que les Plantes de ce genre croissent aux Indes, & qu'elles portent des amas de baies qui ne ressemblent pas mal à des Framboises ou Mûres de Ronces. Etymologie.

Les espéces de Morobatier-d'Inde & leurs variétés sont,

1. Morobatindum Viburnifolium, floribus coccineis. *Viburnum Americ. Urticæ foliis, Lamii odore, florib. miniatis. H. Amtel.* 1. 151. *Viburnum Americ. non spinosum, Melissæ foliis, florib. coccineis.* P. B. Brod. *Pluk. Alm.* 385.
2. Morobatindum Viburni folium, spinosum, floribus coccineis. *Viburnum Americ. odoratum, Urticæ foliis latioribus, spinosum, florib. miniatis* P. B. Prod. *Pluk. Alm.* 385. *Tab.* 233. *Fig.* 5.
j. Idem floribus variegatis. *Camara spinosa, fl. variegato. Plum. Nov. Gen.* 32.
3. Morobatindum spicatum, Viburni foliis ex adverso ternis. *Camara trifolia, purpurascente flore. Plum. Nov. Gen.* 32.
4. Morobatindum Melissæ folio, flore variegato. *Camara alia, flore variegato, non spinosa. Plum. Nov. Gen.* 32. Fortè *Viburnum Americanum, folio Urticæ, florib. ex aureo & roseo mixtis. Boerh. Ind. alt.* 2. 225. *n°.* 9.
5. Morobatindum Melissæ folio, floribus luteis. *Viburnum Americanum, Cisti fœminæ s. Salviæ foliis mucronatis, floribus luteis.* Par. Bat. Prod. & *Boerh. Ind. alt.* 2. 225.

6. Morobatindum Salviæ folio rotundiore, flore purpureo. *Viburnum Americ. odoratum, folio parvo, orbiculato, floribus & baccis foliolis interceptis.* P. B. Prod. *Pluk. Alm.* 386. *Tab.* 114. *Fig.* 5. *Camara arborescens, Salviæ folio. Plum. Nov. Gen.* 32. *Caliriba* 4ª. *Caraïbæorum.* Surian. *H. Sicc.*

7. Morobatindum Salviæ folio, longiore, flore roseo. *Salvia Indica, fruticosa, latifolia, dulcis, fl. roseo, Polyanthos, vulgo* Sauge de bois à grandes feuilles. Surian. *H. Sicc.* an *Viburnum Cisti fœminæ s. Salviæ fol. mucronatis, Americ. odoratum, minus, florib. incarnatis.* P. B. Prod. *Pluk. Alm.* 386.

8. Morobatindum folio Origani, mucronato & serrato. *Couaïcou* 4ª. *Caraïbæorum.* Surian. *H. Sicc.*

9. Morobatindum foliis minimis, rotundioribus, serratis flore roseo. *Cistus fruticosa, polyanthos, flore roseo, Salviæ folio, vulgò* Bois de Sauge à petites feuilles. Surian. *H. Sicc.*

## SECTION IV.

*Des Dipsacées dont la plûpart portent des fleurs polypétales ; & dont les autres ne produisent que des fleurs effleurées.*

Genre I.

### Stachyarpagophora. *Dard barbelé, ou Epi-à-crochets.*

L'*Epi-à-crochets* porte ses fleurs en épi. Chaque fleur est ordinairement à cinq pétales égaux, frangés & disposés en rond dans un calice découpé en plusieurs pointes. L'ovaire qui s'éleve du fond de ce calice devient une capsule pyramidale, aiguë, pendante & monosperme. Cette capsule & ses semblables, rendent l'épi tout hérissé de pointes renversées; ce qui le fait ressembler en quelque maniere, à un dard barbelé.

Etymologie. *Stachyarpagophora* vient des mots Grecs στάχυς, spica, *épi*; de ἅρπαξ, αγος, harpago, *harpon*, ou *crochet*; & de φέρω,

porto, *je porte* : parce que les Plantes de ce genre portent des épis armés de harpons ou crochets.

Les espéces d'Epi-à-crochets sont.

1. Stachyarpagophora Bliti foliis pubescentibus, subtùs argenteis. *Amaranthus Siculus, spicatus, radice perenni. Bocc. Rar. Pl.* 16. & *I. R. H.* 235. *R. Hist.* 1. 203. *Pluk. Alm.* 26. *Tab.* 260. *Fig.* 2. *Cadelari Sicula, Parietariæ folio.* D. Petiv. *Act. Phil. Lond. ann.* 1713. *p.* 181.
2. Stachyarpagophora Amaranti foliis utrimque viridibus. *Jacou-couatim altera, Caraïbæorum.* Surian. *H. Sicc.*
3. Stachyarpagophora Bliti foliis rotundioribus. *Amaranthus spicatus*, Coromandeliens. *Bliti majoris crispato folio, rad. perenni. Pluk. Mant.* 11. *Cadelari H. Malab.* 10. 155.
4. Stachyarpagophora Origani folio *Scheru-cadelari. H. Malab.* 10. 157. *Amaranthus spicatus, Dictamni Creticæ folio*, Maderaspatensis. *Pluk. Alm.* 26. *Tab.* 10. *Fig.* 4.
5. Stachyarpagophora folio rotundiore. *Cadelari Malabarica, folio rotundiore, pubescens.* D. Petiv.

## Fraxinus. *Frêne.*

Genre II.

Le Frêne est un genre d'Arbre, dont les fleurs naissent en grappe *Fig. A I.* Dans certaines espéces, ces fleurs sont effleurées, n'ayant chacune que deux étamines *C D* qui, d'abord, servent d'enveloppe à l'ovaire *E.* Dans les autres espéces, les fleurs *K L* sont à quatre pétales égaux disposés en rond dans un calice fendu en quatre quartiers, & du fond duquel s'éleve un ovaire accompagné de deux étamines. Cet ovaire, ainsi que celui de la fleur effleurée, devient une capsule *F G* solide, membraneuse, taillée en forme de langue, dans laquelle est renfermée une semence oblongue *H.* On peut ajoûter que les feuilles des espéces sont aîlées ou emprennées, c'est-à-dire, formées de plusieurs lobes ou petites feuilles opposées

*Voyez* I.R.H. Tab. 343.

en aîles étendues sur les côtés d'une queue simple, terminée par un seul lobe.

*Sur notre seconde Planche*, Fig. 31. 32. 33. & 34., *sont représentées la fleur* a, *les étamines* b, *le calice* c, *le jeune ovaire* d, *& le même* e *en sa maturité, le tout fait d'après les mêmes parties de la huitiéme espéce de ce genre.*

Etymologie. *Fraxinus*, selon quelques-uns, vient du mot Grec φρᾶξις *sepimentum*; parce qu'on se sert quelquefois du Frêne pour faire des clôtures de hayes; mais cette étymologie ne paroît pas recevable.

Les espéces de Frêne sont,

1. Fraxinus vulgatior. J. B. 1. lib. 8. p. 174. *Fraxinus excelsior. B. Pin.* 416. & *I. R. H.* 577.
2. Fraxinus rotundiore folio. B. Pin. 416. *J. B.* 1. *lib.* 8. *p.* 177. & *I. R. H.* 577. *Fraxinus Alepensis. H. L. Bat.* 261. *Pluk. Tab.* 182. *Fig.* 4. *Mannæ arbor vulgò, Gallicè* Mannier.
3. Fraxinus Pimpinellæ folio. *Fraxinus humilior, s. altera Theophrasti, minore, & tenuiore folio. B. Pin.* 416. & *I. R. H.* 577.
4. Fraxinus Orientalis, longissimo folio, profundè serrato. Cor. I. R. H. 40.
5. Fraxinus Hispanica, folio argenteo. *D. Goiffon.*
6. Fraxinus minor, folio longiore & angustiore, ad oras undulato. *D. Micheli.*
7. Fraxinus major, Juglandis folio, fructu retuso. *D. Micheli.*
8. Fraxinus anthopetalos, Juglandis folio. *Fraxinus florifera, botryoïdes. H. R. Bles.* 265. & *I. R. H.* 577.
9. Fraxinus anthopetalos, alis Cerasi foliis æmulis. *Fraxinus major, folio latiore ex rotunditate acuminato, fructu breviori.* D. Micheli.
10. Fraxinus anthopetalos, capsulis retusis & veluti cordatis. *Fraxinus major, fol. latiore, fructu obtuso, & veluti cordato.* D. Micheli.
11. Fraxinus anthopetalos, Terebinthi vulgaris folio, cap-

ſulâ anguſtâ. *Fraxinus fol. tenuiore, fructu anguſtiſſimo.* D. Micheli.

12. Fraxinus anthopetalos, alis ſubrotundis mucronatis, ſubtùs ſubrufâ lanugine obductis. *Fraxinus fol. ſubrotundo, ſubtùs ſubrufâ lanugine obducto, fr. anguſtiore.* D. Micheli.

13. Fraxinus anthopetalos, Staphylodendri folio minùs ſerrato, capſulâ peramplâ. *Fraxinus Italica, florida, fol. anguſtioribus, fr. majore, longiore, & minùs acuto.* D. Micheli.

14. Fraxinus anthopetalos, Rhoïs folio, argutè dentato, capſulâ peramplâ. *Fraxinus Italica, florida, fol. anguſtiorib. fr. lato, breviore & acutiore.* D. Micheli.

## Kalophyllodendron. *Arbre au beau-feuillage.*

Genre III.

L'*Arbre au beau feuillage* porte ſes fleurs en épi. Chaque fleur *a* eſt ordinairement à quatre pétales diſpoſés en croix, & ſoutenus d'un calice *e* fendu en quatre quartiers, ou formé d'autant de piéces. L'ovaire qui s'éleve du fond de ce calice, devient un fruit ſphérique *f* & monoſperme. On peut ajouter que les feuilles ſont entieres; & que de la côte qui les partage en deux feuillets égaux, partent de chaque côté des nervures ſimples, rangées en barbillons de plume.

*Voyez* Calaba, Plum. Nov. Gen. Tab. 18.

Etymologie.

*Kalophyllodendron* eſt composé des mots Grecs καλὸς pulcher, *beau*; de φύλλον, folium, *feuillage*, & de δένδρον, arbor, *arbre*; parce que les feuilles des arbres de ce genre ſont d'une grande beauté, par rapport à la multitude & à la diſpoſition de de leurs nervures.

Les eſpéces d'Arbre au beau feuillage ſont,

1. Kalophyllodendron Americanum, folio oblongo. *Calaba folio Citrii, ſplendente. Plum. Nov. Gen. 39. Anona Americana, foliis oblongis, ex adverſo binis, plurimis conſpicuis venis, in parallelos ſecundùm latitudinem venuſtè diſcurrentibus. Pluk. Alm. 32. Tab. 135. Fig. 3.*

2. Kalophyllodendron Indicum, folio ſubrotundo. *Ponna*

*H. Malab.* 4. 79. *Fooraha* Flacourt, *Hist. Madag.* 139. *n°.* 115. *Prunifera seu Nucifera Malabarica, foliis Nymphææ, fructu rotundo cortice pulvinato. R. Hist.* 2. 1525. & *Flor. Malab.* 56.

3. Kalophyllodendron Indicum, folio & fructu minori. *Tsjerou-Ponna. H. Malab.* 4. 81. *Fig.* 39. *Cornus Malabarica, foliis Nymphææ. R. Hist.* 2. 1537. & *Flor. Malab.* 23.

Genre IV.

## Phillyreastrum. *Filireastre.*

Le *Filireastre* porte ses fleurs en grapillons dans les aisselles de ses feuilles. Chaque fleur, selon le P. Plumier *, est à quatre pétales égaux disposés en croix. Après que cette fleur est passée, l'ovaire sur lequel elle portoit, devient une baie à noyau monosperme. On peut ajouter que les feuilles sont dentelées.

* *Hist. manuscr. tom.* 6. *p.* 6. *&* 7.

Etymologie. *Phillyreastrum* est comme si on disoit, *Plante qui a du rapport au Phillyrea.* Ce rapport se tire de la disposition des feuilles & des fleurs; à quoi on peut encore ajouter la forme & la structure de la baie.

Les espéces de Filireastre sont,

1. Phillyreastrum foliis rotundioribus, radice roseâ. *Phillyrea Americana, humilis, radice crassâ, roseâ, foliis rotundioribus. Plum. Cat.* 17. & *I. R. H.* 596. *Cornus fol. subrotundo, & rotundè crenato, Phillyreæ facie. Plum. Hist. manusc. Tome* 6. *pag.* 6.

2. Phillyreastrum foliis acuminatis, radice luteâ. *Phillyrea Americana, humilis, radice crassâ, luteâ, fol. acuminatis. Plum. Cat.* 17. & *I. R. H.* 596. *Cornus alia, fol. acuminato, acutè dentato, Phillyreæ facie. Plum. Hist. manusc. Tom.* 6. *p.* 7.

Caryophyllo-

## Caryophyllodendron. *Giroflier*. Genre V.

Le *Giroflier* porte ses fleurs en maniere d'ombelles. Chaque fleur *A* est pour l'ordinaire à quatre petales égaux disposés en croix dans un calice *C* fendu en quatre quartiers, & qui couronne la tête de l'ovaire. Cet ovaire devient un fruit ordinairement ovale *D* & monosperme. On peut ajouter que les feuilles sont parfaitement entieres.

*Voyez* Caryophyllus aromaticus. I. R. H. Tab. 432.

*Caryophyllodendron* est composé des mots Grecs χαρύα *Noyer*, de φύλλον, folium, *feuille*, & de δένδρον, arbor, *arbre*: parce que le Giroflier est un arbre dont les feuilles ne ressemblent pas mal aux aîles qui forment la feuille du Noyer. Etymologie.

Nous ne connoissons qu'une espece de Giroflier.

1. Caryophyllodendron officinarum. *Caryophyllus aromaticus, fructu oblongo. B. Pin.* 410. & *I. R. H.* 661. *Caryophyllus aromat. Ind. Orient. fructu clavato, monopyrene. Pluk. Alm.* 88. *Tab.* 155. *Fig.* 1.

j. Idem fructu abortivo. *Caryophyllus Regius, aromaticus. Pluk. Alm.* 88. *Tshinka-Popoua. Pison. Mant. Arom.* 179.

Des 181. especes de Dipsacées distribuées sous les genres de cette classe, lesquelles se présentent dans les Auteurs pour 230. ou environ, il y en a 50. qui n'ont point été rapportées dans les Institutions de Botanique, où parmi celles qui s'y rencontrent, on en remarque 27. multipliées jusqu'au nombre de 67. Ainsi de 130. especes, l'Auteur de ces Institutions en a fait 173.

Si l'Auteur de l'*Hortus Malabaricus* nous eût paru exact dans ses Observations, nous aurions rapporté à nos Dipsacées les 19. Plantes suivantes.

| | |
|---|---|
| 1. Appel. H. Malab. 1. 99. | 4. Oepata. 4. 95. |
| 2. Nedum-Schetti. 2. 21. | 5. Rava-Poù. 4. 99. |
| 3. Katou-Theka. 4. 59. | 6. Courondi. 4. 103. |

7. Kari-Vetti. 4. 111.
8. Pavetta, seu Malleamothe. Tome 5. 19.
9. Kare-Kandel. 5. 25.
10. Kasjavo Moram. 5. 37.
11. Belluta-Kannelli. 5. 39.
12. Njara. 5. 53.
13. Valli-Kara. 7. 35.
14. Pu-Pal-Valli. 7. 81.
15. Pul-Colli. 9. 135.
16. Pee-Tardavel. 9. 153.
17. Belutta-itti, canni. 10. 7.
18. Kanneli-itti-Kanni. 10. 9.
19. Pee-Coipa. 10. 133.

## *EXPLICATION DES FIGURES appartenantes aux Plantes Dipsacées.*

### PLANCHE I.

1. Tête fleurie de la 2de espece de *Scabiosa.*
2. Tête du 1er *Dipsacus* commençant à fleurir. *a a a a*, rayons de la fraise dont le bas de cette tête est garni.
3. Tête fleurie de la 7me espéce de *Scabiosa.*
4. Tête fleurie de la 9me espéce de *Scabiosa.*
5. Une fleur du 1er *Dipsacus.* *b* est son calice. *c* est l'étui contenant l'ovaire. Cette fleur, de même que celle de toutes les Plantes des cinq premiers genres de cette classe, est garnie de quatre étamines, & enfilée d'une trompe.
6. *b*, enveloppe, ou étui contenant l'ovaire du 1er *Dipsacus.* Cette Figure est plus grande que nature. *a* représente une trémie quarrée qui a servi de calice à la fleur.
7. Une des bales qui hérissent la tête du 1er *Dipsacus*, & dans le creux de laquelle étoit enchassé l'étui Fig. 6.
8. La même fleur Fig. 5. vûe de côté.
9. Est le fourreau *l* Fig. 4. tel qu'il devient après la chûte des capsules séminales. *a* est le placenta.
10. Est l'étui contenant l'ovaire de la 7me espéce de *Succisa.* Cette partie est trois ou quatre fois plus grande que nature.

11. Une des fleurs de la Figure 4.

12. La même fleur Fig. 11. vûe de côté.

13. Fleur de la 3me espéce de *Scabiosa.*

14. *a*, calice de la fleur Fig. 11. & 12. surmontant l'étui *b* où est contenu l'ovaire. Cette Figure & celle qui suit, sont plus grandes que nature.

15. *a*, est le même calice *a* Fig. 14. séparé de l'ovaire contenu dans l'étui *b*.

16. Etui contenant l'ovaire mûr de la 9me espéce de *Scabiosa.*

17. Fleur de la 19me espéce d'*Asterocephalus.* *a* est le calice surmontant l'ovaire contenu dans l'étui *b*.

18. Etui contenant l'ovaire *b* Fig. 21.

19. Tête fleurie de la 13me espéce d'*Asterocephalus.* *aaaa*, sont les rayons de la fraise dont le bas de cette tête est garni.

20. Est la trémie de gaze qui termine l'étui *b*, & dans laquelle se trouve l'étoile *a* Fig. 21. *c* est une des bales qui hérissent le placenta, & dans le creux de laquelle l'étui *b* étoit enchassé.

21. *b* est l'ovaire de la 19me espéce d'*Asterocephalus* dépouillé de son étui Fig. 18. *a* est une étoile qui a servi de calice à la fleur Fig. 17.

22. Est la semence qui se trouve dans l'ovaire *b* Fig. 21. Cette semence étant dépouillée de sa peau, s'entr'ouvre de la base à la pointe, & laisse voir une plantule renversée, ou dont la radicule aboutit à cette même pointe.

23. Etui contenant l'ovaire du 1er *Pterocephalus*, & dans la trémie duquel est placé un calice à rayons barbus.

24. Est le même étui Fig. 23. vû de côté.

## PLANCHE II.

1. Fleur de la *Diototheca.* *b* est l'étui ou la gaîne Fig. 8. contenant l'ovaire *a* Fig. 2. *aa* sont les deux oreilles du calice de cette fleur, laquelle n'a que deux étamine.

2. Eſt la même fleur Fig. 1. vûe de côté. *a* eſt l'ovaire ſurmonté du calice *b*.

3. Fleur de la 1re eſpéce de *Valeriana*. *a* eſt l'étui de l'ovaire.

4. Eſt la fleur Fig. 3. vûe par derriere.

5. Fleur de la 16me eſpéce de *Valeriana*. *a* eſt un jabot ou une tétine qui ſe trouve au-deſſous de la découpure inférieure. *b* eſt l'étui de l'ovaire.

6. Etui de l'ovaire de la 1re eſpéce de *Valeriana*, lequel eſt chargé d'un bourlet *a* qui a ſervi de calice à la fleur, & qui devient, après qu'elle eſt paſſée, une couronne de plume *a* Fig. 7.

7. Ovaire de la 1re eſpéce de *Valeriana*, chargé d'une couronne de plume.

8. Gaîne dans laquelle étoit contenu l'ovaire *a* Fig. 2.

9. *a*, ovaire de la *Diototheca* ſurmonté du calice *b*.

10. *a*, le même ovaire *a* Fig. 9 deſtitué du calice *b* Fig. 9. & vû par ſa partie convexe. *b* eſt le même ovaire vû par ſa partie plate.

11. Fleur de la 1re eſpéce de *Valerianoïdes*. *a* eſt l'éperon de cette fleur.

12. eſt la même fleur Fig. 11. vûe de côté. Cette fleur, ainſi que celle des deux autres eſpéces, n'a ordinairement qu'une étamine. *a* eſt l'éperon de cette fleur. *b* eſt l'étui de l'ovaire.

13. Fleur de la 12me eſpéce de *Valerianella*, garnie du calice *a*.

14. L'étui où eſt renfermé l'ovaire de la 12me eſpéce de *Valerianella*. *a* eſt ce qui a ſervi de calice à la fleur, *c* eſt le pédicule.

15. Eſt le même étui Fig. 14. duquel on a découvert la cavité *b* où étoit contenu l'ovaire.

16. la ſemence tirée de l'ovaire *b* Fig. 15.

17. L'étui où eſt contenu l'ovaire de la 11me eſpéce de *Valerianella*.

18. Etui plus gros que nature, repréſentant celui de la 3me eſpéce de *Valerianella*.

19. Le même étui à peu près gros comme nature, & vû par sa partie convexe.

20. Le même étui Fig. 19. vû par sa partie concave.

21. Etui contenant l'ovaire de la 1re espéce de *Valerianella*.

22. Etui contenant l'ovaire de la 7me espéce de *Valerianella*. Il est vû de côté.

23. Le même étui Fig. 22. duquel on ne voit que l'étoile qui a servi de calice à la fleur.

24. Vessie contenant l'ovaire de la 9me espéce de *Valerianella*.

25. Cette Figure, qui est beaucoup plus grosse que nature, représente la fleur de la 1re espéce d'*Antanisophyllon*. *b* est l'ovaire.

26. Ovaire de la 1re espéce d'*Antanisophyllon*, beaucoup plus gros que nature.

27. Fleur de la 1re espéce de *Jalapa*. *a* est le calice.

28. La même fleur Fig. 27. vûe en-dessous. *a* est le bocal dans lequel l'ovaire *a* Fig. 29. se trouve renfermé.

29. *a* est le jeune ovaire de la premiere espéce de *Jalapa*. Cet ovaire est surmonté de cinq filets ou petites cornes, & de sa trompe *b*.

30. Ovaire mûr de la 2de espéce de *Jalapa*.

31. Fleur tétrapetale, & qui est celle de la 8me espéce de *Fraxinus*. *b* marque ses deux étamines. *c* est le calice.

32. *c*, calice séparé de la fleur Fig. 3. du fond duquel s'éleve l'ovaire *d*.

33. Ovaire de la 8me espéce de *Fraxinus*, surmonté de sa trompe, & du bas duquel on a détruit le calice *c* Fig. 31. & 32.

34. *e*, capsule séminale provenant de l'ovaire *a* Fig. 33. & au bas de laquelle se voit encore le calice *c* de la fleur Fig. 31.

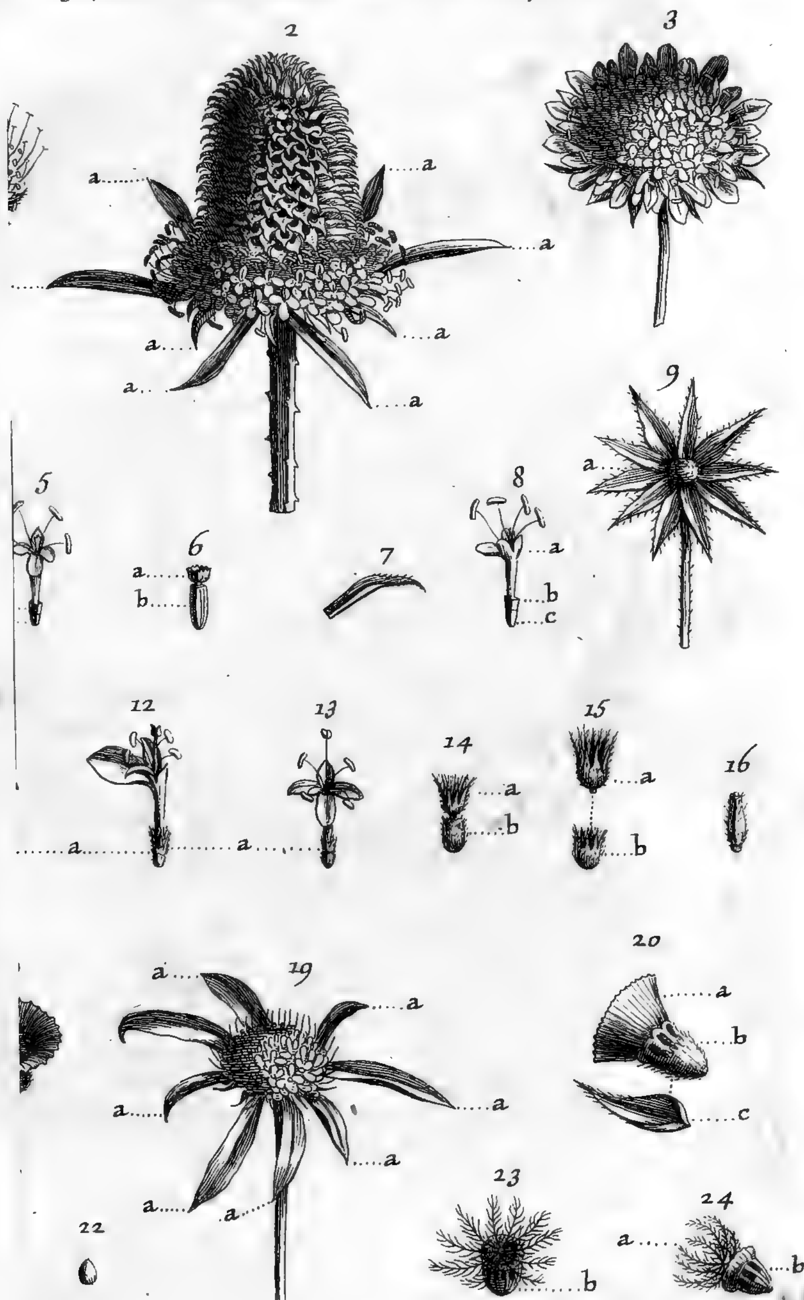
35. Fleur de *Phillyrea*. Les fleurs de toutes les espéces de ce genre n'ont ordinairement que deux étamines, ainsi que celles de l'Olivier.

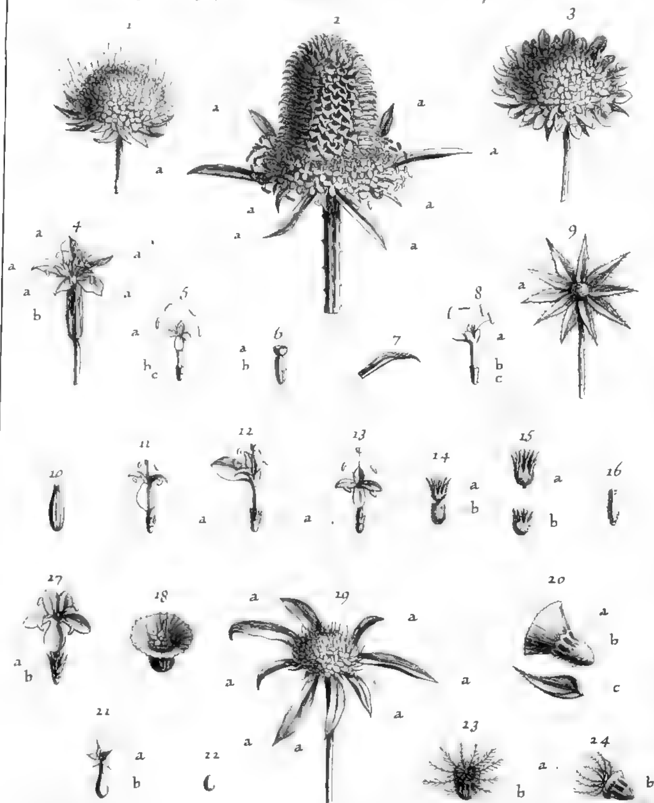
36. Calice de la fleur Figure 35. du fond duquel s'éleve l'ovaire ſurmonté de ſa trompe *a*.
37. Baie de *Phillyrea*.
38. Fleur de la 1re eſpéce d'*Opulus*.
39. La même fleur Fig. 38. vûe de côté & garnie de ſon calice.
40. La même fleur Fig. 38. & 39. dénuée de ſon calice, & vûe par derriere.
41. Une des fleurs giganteſques qui ſe trouvent à la circonférence de l'ombelle ou du bouquet de la 1re eſpéce d'*Opulus*.
42. La même fleur Fig. 41. vûe par derriere.
43. Calice des fleurs Fig. 38. 40. & 41.
44. Baie de la premiere eſpéce d'*Opulus*.
45. Coque monoſperme tirée de la baie Fig. 44.
46. Baie du *Tinus*.
47. Coque monoſperme tirée de la baie du *Tinus* Fig. 46.
48. Coque monoſperme tirée de la baie de la 1re eſpéce de *Viburnum*.

# TABLES

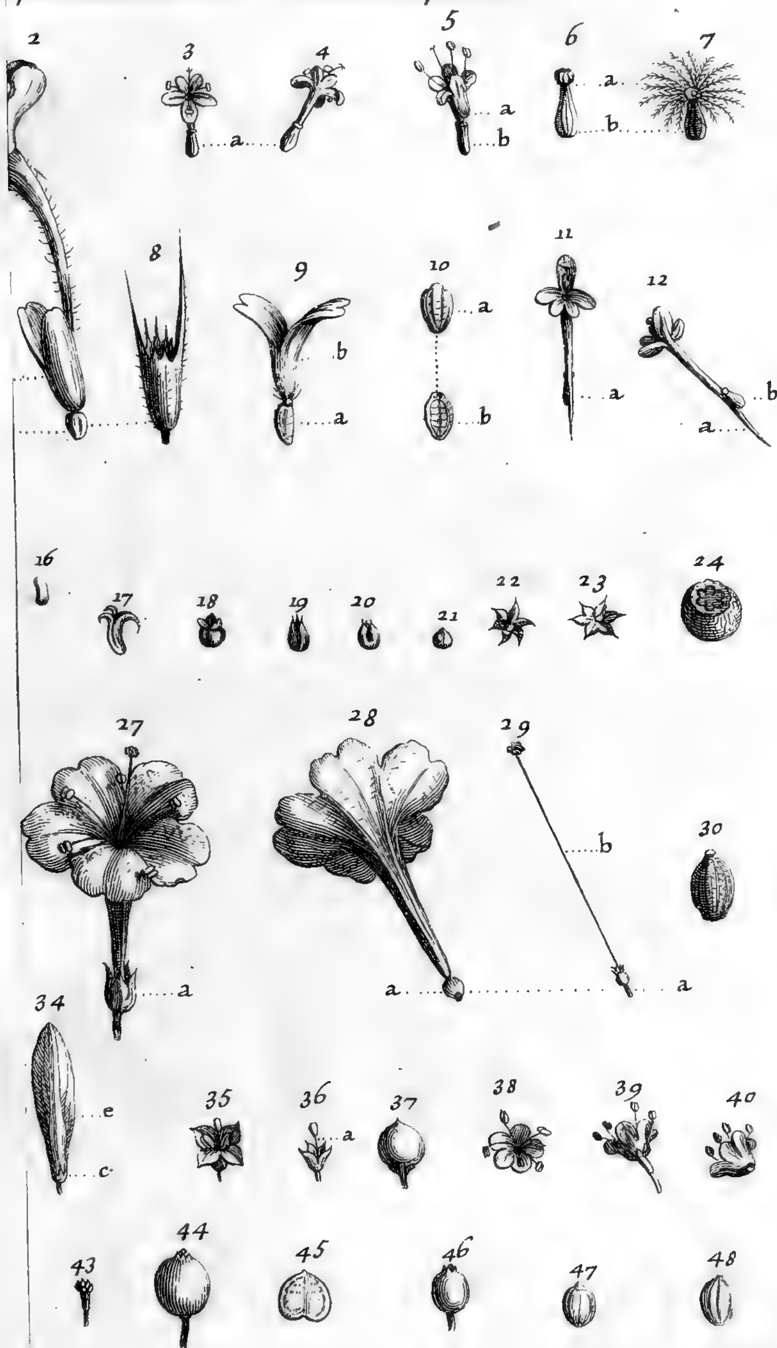
## DES GENRES DE PLANTES DIPSACE'ES.

res appartenantes aux Plantes Dipsacées.

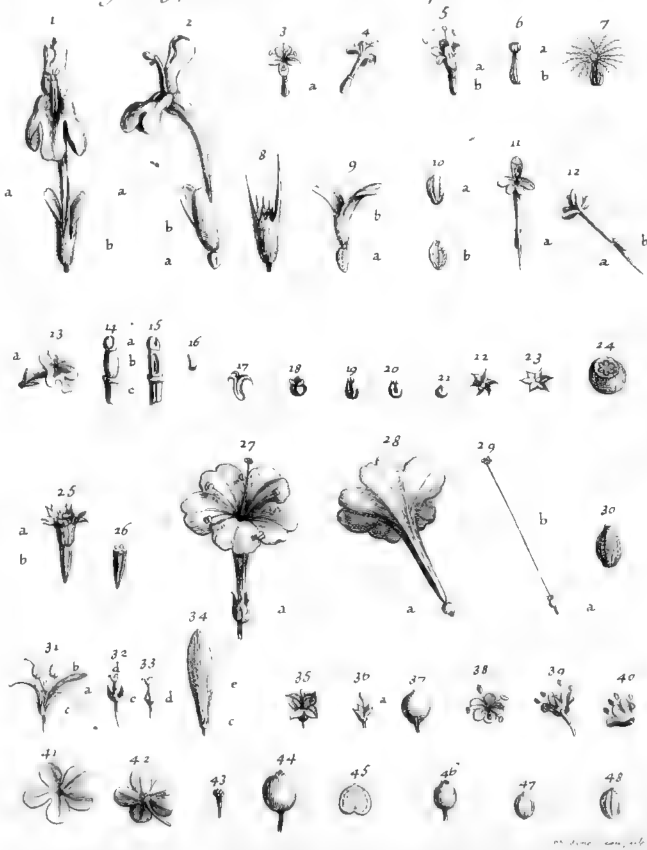


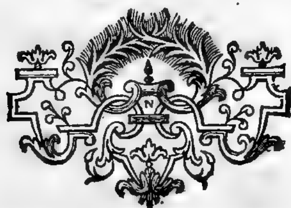

Planche I
Mem. de l'Acad. 1722. Pl. 13 pag. 214
Figures appartenantes aux Plantes Dipsacées.
Ph. Simonneau Sculp

npartenantes aux Plantes Dipsacées.




Ch. Simonneau, sculp.


Planche 2.
Mem. de l'Acad. 1712 Pl. 14 pag. 214
Figures appartenantes aux Plantes Dipsacées



# DE LA PARALLAXE DE MARS.

Par M. MARALDI.

24. Mars. 1722.

TOUS les Astronomes demeurent d'accord que le Cercle de la révolution que Mars décrit environ en deux ans, comprend le Soleil & les Orbes des autres Planetes principales, à la réserve de Jupiter & de Saturne qui sont au-dessus de Mars.

Cette situation n'a pas été déterminée des anciens Astronomes par aucune Observation qu'ils aient faite de cette espéce de Parallaxe, qui consiste dans la différence qu'il y a dans la situation apparente du même objet céleste vû de différens endroits de la Terre, car nous sçavons que cette voie est trop difficile; c'est pourquoi il n'a pas été possible aux Anciens, qui n'avoient pas les moyens que nous avons présentement, de la pratiquer qu'à l'égard de la Lune, cette Planete, suivant Ptolemée, étant la seule dont la Parallaxe soit évidente. Pour ce qui est de la Parallaxe des autres Planetes, suivant le même Astronome, elle est presque imperceptible, à cause que le diametre de la Terre n'a point de proportion sensible au diametre de leurs Cercles; c'est pourquoi ce grand Astronome n'a point entrepris de déterminer leurs distances à la Terre.

Il se rapporta en cela aux conjectures des Anciens qui avoient supposé que les Planetes qui mettent plus de temps à achever leur révolution par le Zodiaque, sont aussi les plus éloignées de nous. Cette conjecture étoit fondée sur ce que la Lune qui, par les Observations très-évidentes, est la plus proche, acheve aussi plûtôt sa révolution autour de la Terre. C'est donc sur cette hypothese que les Anciens, tous d'un commun consentement, ont donné la place la plus élevée à Saturne,

Saturne, à cauſe que ſa révolution qui eſt de 30. ans, eſt plus longue que celle des autres Planetes; qu'au-deſſous de Saturne ils ont ſuppoſé Jupiter, dont la révolution qui eſt de douze ans, eſt la plus longue après celle de Saturne, & qu'on a placé enſuite Mars qui fait la ſienne en deux ans.

L'ordre où ces trois Planetes furent ſuppoſées par les Anciens ſur le fondement qui vient d'être rapporté, a été trouvé le même dans la ſuite des temps par les nouvelles connoiſſances qu'on a eues dans l'Aſtronomie.

Mais leurs opinions furent partagées par rapport à l'ordre, ſuivant lequel il falloit diſpoſer les autres Planetes placées au deſſous de Mars, parce qu'ils voyoient que Vénus & Mercure parcouroient le Zodiaque tantôt plus vîte que le Soleil, & quelquefois plus lentement; mais en prenant un milieu entre les plus longs intervalles & les plus courts, on trouvoit qu'elles le parcouroient en une année comme le Soleil.

L'égalité donc que l'on trouva dans les périodes moyennes du mouvement de ces deux Planetes, à l'égard de la révolution du Soleil, fut la cauſe de l'incertitude où les Anciens ſe trouverent dans la ſituation des unes à l'égard des autres.

Ptolémée, après avoir rapporté qu'il y avoit des Anciens qui mettoient Vénus & Mercure au-deſſous du Soleil, & d'autres qu'ils appellent Modernes, qui les ſuppoſoient au-deſſus, jugea l'opinion des Anciens plus vraiſemblable, & ſuppoſa le Soleil placé entre les Planetes qui s'éloignent de cet Aſtre dans le Zodiaque à toutes ſortes de diſtances, de celles qui ne s'en éloignent qu'à certaines diſtances déterminées. Cette regle cependant n'eſt pas générale, & ne ſe vérifie pas à l'égard de la Lune qui s'en éloigne juſqu'à l'oppoſition, comme font les trois Planetes ſupérieures, quoiqu'elle ſoit la plus proche de toutes. Mais malgré cette déférence qu'il eut pour les Anciens, de placer Vénus & Mercure au-deſſous du Soleil, il ne laiſſa pas de ſuppoſer inſenſible la Parallaxe de ces deux Planetes, ainſi qu'il le déclare plus d'une fois dans ſon Almageſte.

Puiſque donc les diſtances de Vénus & de Mercure à la

Terre ſont ſi grandes ſuivant Ptolémée, que leurs Parallaxes ſont imperceptibles, l'ordre & la ſituation des trois Planetes ſupérieures ne ſauroient avoir été déterminées par aucune Parallaxe, mais ſeulement tirées par conjecture, & concluës de la longueur de leurs périodes.

Il eſt vrai que Ptolémée a déterminé la diſtance du Soleil à la Terre en diametres de la Terre; mais cette recherche a été faite indépendamment de la Parallaxe, & par une méthode particuliere qui ne peut convenir qu'au Soleil. Cet Aſtronome conſidere que les rayons qui partent des extrémités du Soleil, & vont toucher la Terre, occupent dans l'orbe de la Lune par où ils paſſent, un eſpace plus grand que les rayons qui partent des mêmes extrémités, & vont ſe réunir au centre de la Terre où ils déterminent le diametre apparent du Soleil; il trouve la différence entre cet eſpace plus grand, & le plus petit, par celui que le demi-diametre de l'ombre de la Terre prend à l'oppoſite à la même diſtance de la Terre dans l'orbe de la Lune; & comme il ſuppoſe la même proportion entre cette différence & le demi-diametre de la Terre, qu'entre la diſtance de la Lune au Soleil, & celle de la Lune à la Terre, qui eſt connue en demidiametres de la Terre par le moyen de la Parallaxe de la Lune, il en a conclu la diſtance du Soleil en demi-diametres de la Terre, & par cette diſtance il a calculé la Parallaxe horiſontale du Soleil.

Cette méthode eſt très-ingénieuſe, mais elle ſuppoſe trop de principes qui ſont ſujets à des grandes difficultés; car le diametre apparent du Soleil & la Parallaxe de la Lune ne ſont pas connus avec la préciſion qui ſeroit néceſſaire pour les employer à chercher la diſtance du Soleil; & le diametre de l'ombre de la Terre dans l'orbe de la Lune, qui eſt auſſi un des principes que cette méthode ſuppoſe, ne peut pas ſe déterminer avec beaucoup d'exactitude, comme il faudroit l'avoir dans une recherche auſſi délicate, telle qu'eſt la Parallaxe du Soleil, à cauſe que dans les Eclipſes de Lune il eſt difficile de diſtinguer la vraie ombre de la penombre.

Cependant presque tous les Astronomes, depuis Ptolemée jusqu'au siecle passé, faute d'autre méthode, ont suivi celle-ci, ou une autre peu différente, dans la recherche qu'ils ont faite de la distance du Soleil à la Terre, & de sa Parallaxe horisontale; & quoiqu'ils ne soient pas tous d'accord dans les principes qui servent à la calculer, ils ne s'éloignent pas beaucoup de celle que Ptolémée avoit trouvée, & qu'il dit être conforme à la distance qu'Hyparque avoit établie; ce qui a donné lieu de croire que cette méthode est d'Hyparque, & que Ptolémée & la plûpart des autres Astronomes n'ont pas osé s'éloigner sur ce point de ce qui avoit été déterminé par Hyparque même.

Pour ce qui est des distances des autres Planetes qui, comme nous avons dit, n'avoient point été déterminées par les Anciens, Copernic & les Astronomes qui l'ont suivi, ont employé une méthode particuliere pour trouver le rapport que ces distances avoient entr'elles.

Il considéra que le mouvement que Ptolémée avoit connu être commun à la plûpart des Planetes, & qu'à l'égard des trois supérieures, il avoit expliqué par un Epicicle, & par un Excentrique à l'égard des inférieures, pouvoit être représenté par le mouvement de la Terre autour du Soleil, & qu'ainsi ce mouvement annuel de la Planete par l'Epicicle, n'étoit qu'une apparence causée par la différente situation de l'œil sur l'orbe annuel. Copernic appella cette apparence de mouvement, commutation, ou Parallaxe de l'orbe; & comme dans la Lune la diversité d'apparences qu'elle fait en même temps de divers endroits de la Terre, sert de moyen pour trouver sa parallaxe & sa distance en demi-diametres de la Terre, la diversité d'apparences que les trois Planetes supérieures font en même temps à l'égard du Soleil & à l'égard de la Terre, qui est la parallaxe de l'orbe, a servi à faire connoître leurs distances au Soleil en parties du demi-diametre de l'orbe annuel. A l'égard des deux Planetes inférieures, on se sert de leurs plus grandes digressions au Soleil pour déterminer la proportion de leur cercle au cercle annuel de la

Terre, le demi-diametre de ce cercle ſervant de baſe pour meſurer les diſtances que les Planetes ont à l'égard du Soleil & de la Terre; ainſi ſachant la proportion des diſtances que chaque Planete a à l'égard du Soleil en parties du diametre de l'orbe annuel, on a la proportion des diſtances qu'elles gardent entr'elles.

Comme les angles qui ſervent à déterminer cette proportion des diſtances, ſont grands à l'égard de la plûpart des Planetes, & que celui qui ſe fait à Saturne, quoique le plus petit de tous, peut monter à 5. ou 6. degrés, on trouve dans la même Planete cette proportion toujours la même, ou à peu-près, par différentes Obſervations, lorſqu'elles ont été faites avec ſoin, & dans les ſituations les plus avantageuſes: & cet accord fait voir qu'on la peut ſavoir aſſez exactement.

Cette proportion des diſtances que les Planetes ont entr'elles, étant déterminée, on peut les trouver en raiſon du vrai diametre du Soleil; car par le moyen de ſon diametre apparent vû de la Terre, qui dans les moyennes diſtances eſt de 32′ 45″, on connoît que la diſtance du Soleil à la Terre eſt de 210. diametres du Soleil, & ſachant par la parallaxe de l'orbe annuel le rapport entre cette moyenne diſtance & celle de chaque Planete, on peut connoître les diſtances de toutes les Planetes en diametres du Soleil.

Cette maniere de conſidérer les diſtances des Planetes en diametres du Soleil peut avoir ſes utilités dans la Phyſique.

On ne ſe contente pas de connoître en parties du diametre de l'orbe annuel & en diametres du Soleil, les diſtances que les Planetes ont entr'elles, on les cherche encore en diametres de la Terre, parce que cette meſure eſt plus propre que les autres à nous donner une idée de ces diſtances, à cauſe que le diametre de la Terre qui ſert à les meſurer, nous eſt connu en lieues & en toiſes après la meſure qui en a été faite par l'Académie. Pour chercher donc les diſtances des Planetes dans ces meſures qui nous ſont connues, il eſt néceſſaire de ſavoir le rapport que le diametre de la Terre a avec la diſtance d'une Planete, ce qui ſe connoît par le moyen

de sa parallaxe horisontale. La connoissance de la parallaxe est encore très-nécessaire pour réduire les lieux apparens des Planetes à leur véritable situation, afin de trouver les regles de leurs mouvemens, ainsi que l'on l'enseigne dans les Institutions astronomiques.

Avant le siecle précédent, les Astronomes avoient cherché la parallaxe du Soleil par la distance du Soleil à la Terre trouvée en raison des diametres de la Terre par la méthode d'Hyparque que nous avons indiquée, ou bien par celle d'Aristarque, qui consiste à connoître la différence qu'il y a entre le temps que la Lune paroît coupée par la moitié, & le temps que son centre fait à notre égard avec le centre du Soleil, un angle de 90. degrés; mais comme ces deux méthodes sont sujettes dans la pratique à des grandes difficultés, pour être employées dans une recherche aussi fine qu'est la parallaxe du Soleil, feu M. Cassini en trouva une autre beaucoup plus exacte & beaucoup plus facile dans la pratique.

Il l'a expliquée également dans les deux hypotheses de la Terre fixe & mobile autour de son centre, & on peut l'employer à l'égard des Planetes les plus proches de la Terre, & dont la parallaxe est un peu sensible.

La théorie & la pratique de cette méthode sont expliquées dans le Livre de la Comete de 1681. La pratique consiste à observer pendant plusieurs jours de suite au Méridien, le passage de la Planete & celui d'une Etoile fixe qui se rencontre dans le même parallele, & qui tient lieu d'un autre Observateur, pour avoir la différence journaliere d'ascension droite de la Planete à l'égard de l'Etoile fixe, & la variation qui arrive d'un jour à l'autre à cette différence, dont il faut tenir compte, pour la distribuer dans les différentes heures du jour au mouvement de la Planete en ascension droite. On observe aussi la différence du passage par un cercle de déclinaison entre la Planete & la même Etoile fixe le plus loin du Méridien qu'il est possible.

On compare cette différence observée avec celle qui résulte de la différence journaliere pour l'heure de l'observa-

tion. Si le mouvement qui réſulte des Obſervations faites dans l'hémiſphere oriental & dans l'occidental, eſt plus grand que celui qui réſulte dans le même intervalle de temps par les Obſervations faites au Méridien, la différence entre l'un & l'autre eſt l'argument de la parallaxe qui convient à l'intervalle obſervé.

On fait enſuite les calculs convenables, en réduiſant la parallaxe à un grand cercle, ſi elle a été obſervée dans un parallele & loin de l'Equinoxial; on la réduit encore au cercle de ſix heures, ſi elle a été obſervée loin du même cercle: & enfin par la parallaxe connue dans le demi-diametre du parallele terreſtre où elle a été obſervée, on trouve celle qui convient à tout le diametre de la Terre, ce qui eſt la parallaxe horiſontale; & par ſon moyen on trouve en diametres de la Terre, la diſtance de la Planete dont on a obſervé la parallaxe.

Feu M. Caſſini pratiqua cette méthode pour trouver la parallaxe de Mars au mois de Septembre de 1672. lorſque cette Planete étoit en oppoſition avec le Soleil proche de la Terre, & qu'elle ſe trouva en même temps dans le parallele d'une Etoile d'*Aquarius*, toutes circonſtances favorables pour cette recherche. Dans cette ſituation il trouva cette parallaxe horiſontale de 25. ſecondes, & par la proportion des diſtances qu'il y avoit alors de la Terre à Mars, & de Mars au Soleil, il calcula la parallaxe du Soleil de 10. ſecondes, c'eſt-à-dire, preſque inſenſible & beaucoup plus petite que celle qui avoit été ſuppoſée juſques alors.

Quoique les Obſervations qu'il fit euſſent toute la préciſion qu'on peut deſirer, cependant il n'a pas négligé depuis, les autres occaſions qui ſe ſont préſentées pour la vérifier, parce qu'une recherche auſſi fine & auſſi délicate merite d'être confirmée par un grand nombre d'Obſervations, & de toutes les manieres qu'il eſt poſſible; c'eſt pourquoi il ne s'eſt pas contenté de trouver ſeulement celle de Mars, mais il l'a cherchée auſſi dans Vénus, qui ſont les ſeules Planetes au-deſſus de la Lune, dont on peut entreprendre cette recher-

che avec quelque apparence de ſuccès, lorſqu'elles ſont dans les ſituations les plus favorables & plus proches de la Terre.

Mais ces occaſions ſont rares, & depuis 1672. il n'y en a pas eu à l'égard de Mars une plus propre que celle de 1704. dont nous profitames. Les Obſervations qu'on fit alors avec tout le ſoin poſſible, ſont rapportées dans les Mémoires de l'Académie.

Nous avons eu encore une autre occaſion favorable dans la derniere oppoſition de Mars avec le Soleil arrivée au mois d'Août de 1719.

Par les hypotheſes aſtronomiques qui repréſentent aſſez bien les mouvemens de cette Planete, elle ſe trouva à peu de degrés de ſon perihelie, lorſqu'elle étoit dans ſon oppoſition avec le Soleil, & par conſéquent le plus proche de la Terre qu'elle ait été depuis très-longtems.

Voici les Obſervations que nous avons faites à cette occaſion, lorſque Mars s'eſt rencontré proche du parallele de quelque Etoile fixe.

Nous l'avons premierement comparé pendant pluſieurs jours avec l'Etoile de la cinquiéme grandeur qui eſt dans la jambe orientale d'*Aquarius*, en obſervant le paſſage de l'une & de l'autre par le Méridien toutes les fois que le Ciel a été ſerein.

Le 11. Août à $1^h\ 14'\ 37''$ après minuit l'Etoile paſſa par le Méridien; Mars qui étoit pour lors plus oriental, y paſſa à $1^h\ 28'\ 21''$; donc la différence du paſſage entre l'un & l'autre fut de $13'\ 44''$.

Le 12. au matin le Ciel fut couvert.

Le 13. on ne put pas obſerver le paſſage de l'Etoile fixe par le Méridien à cauſe des nuages; mais on trouve par les Obſervations précédentes, & par celles qui furent faites les jours ſuivans, qu'elle devoit arriver au Méridien à $1^h\ 6'\ 24''$ après minuit; on y obſerva le paſſage de Mars à $1^h\ 18'\ 50''$; donc la différence entre ces deux paſſages devoit être de $12'\ 26''$.

Le 14. au matin l'Etoile arriva au Méridien à $1^h\ 2'\ 18''$,

& Mars s'y trouva ensuite à $1^h\ 14'\ 1''$; donc la différence du temps entre un passage & l'autre a été de $11'\ 43''$.

Le 15. le Ciel fut couvert. Le 16. au matin l'Etoile arriva au Méridien à $0^h\ 54'\ 8''$. Mars y passa à $1^h\ 4'\ 16''$; donc la différence est $10'\ 8''$.

Comme le 15. Août, Mars se rencontra à deux ou trois minutes près du parallele de l'Etoile qui est dans la jambe orientale d'*Aquarius*, avec laquelle nous l'avions comparé depuis le 10. nous observames ce jour-là, la différence du passage par un Cercle horaire environ trois heures avant & trois heures après son arrivée par le Méridien pour la recherche de sa parallaxe; ce que l'on fit par le moyen d'une Lunette de 11. à 12. pieds qui avoit à son foyer les fils qui se croisent à angles de 45 degrés. On a préféré une Lunette de 11 pieds à une plus courte, à cause du mouvement plus rapide des Etoiles qui se fait au foyer de la plus longue, ce qui sert à déterminer plus précisément leurs passages par les fils de la Lunette, & par conséquent la parallaxe de Mars.

Lors donc que l'Etoile & Mars étoient dans l'hémisphere oriental, nous dirigeames la Lunette à l'Etoile, de sorte qu'elle parcouroit un des fils qui dans cette situation représentoit son parallele. Un autre fil qui étoit perpendiculaire au premier représentoit un cercle de déclinaison. Nous observames le passage de l'Etoile par ce fil à $9^h\ 7'\ 17''$. Ayant laissé la Lunette immobile dans cette situation, Mars passa par le même fil à $9^h\ 17'\ 34''$; donc la différence entre ces deux passages fut de $10'\ 17''$. Sept heures après, lorsque l'Etoile & Mars avoient passé dans l'hémisphere occidental, on leur dressa la Lunette, & l'ayant dirigée de sorte que l'Etoile parcouroit un fil, comme dans l'Observation précédente, elle arriva à celui qui lui étoit perpendiculaire à $4^h\ 11'\ 8''$ après minuit du 15, Mars arriva au même fil à $4^h\ 21'\ 9''$; donc la différence est $10'\ 1''$.

Entre l'Observation du 15. faite à $9^h\ 17'\ 34''$ du soir, & celle qui a été faite à $4^h\ 21'\ 9''$ après minuit du même jour, il y a un intervalle de $7^h\ 3'\ 35''$, pendant lequel le mouvement

ment rétrograde de Mars à l'égard de l'Etoile fixe, a été par l'Observation, de 16. secondes de temps; mais le mouvement de Mars qui se trouve dans le même intervalle de $7^h$ par les Observations des jours précédens faites au Méridien, est de 14. secondes; la différence de deux secondes de temps, dont le mouvement observé est plus grand que celui qui se tire des Observations faites au Méridien, est l'argument de la parallaxe de Mars dans l'intervalle de 7 heures.

Le Ciel ayant été couvert le 15. & le 16. Août, on ne put pas observer Mars au Méridien, & par conséquent trouver par les Observations des mêmes jours, sa variation journaliere que nous avons employée dans les Observations du 15. pour la recherche de la parallaxe; c'est pourquoi nous avons été obligés de la tirer des Observations du 13. & du 14. Août.

Mars s'étant éloigné du parallele de l'Etoile fixe avec laquelle on l'avoit comparé jusqu'au 16. Août, à cause que sa déclinaison méridionale alloit en augmentant, il approcha ensuite du parallele des Etoiles qui sont dans l'eau d'*Aquarius* marquées $\omega$, & il s'y trouva le 26. d'Août; mais ce jour-là le Ciel ayant été couvert, on ne put faire aucune Observation. Comme il s'en trouva encore fort proche le 27. jour de son opposition avec le Soleil, & de sa plus grande proximité à la Terre, nous profitâmes de cette rencontre.

Par les Observations faites le 27. & les deux jours suivans, au Méridien, on trouve le mouvement de Mars en ascension droite entre le 27. & le 28. de 64 secondes, & de 63′ entre le 28. & le 29. d'où il paroît que ce mouvement étoit pour lors assez uniforme, comme il doit arriver aux jours correspondans avant & après l'opposition; ainsi on peut supposer la variation d'ascension droite de 63″, & égale dans les 24 heures.

On observa le 27. Août à $8^h\ 34'\ 33''$ le passage de Mars par un cercle de déclinaison. L'Etoile marquée $\omega$ dans l'eau d'*Aquarius*, arriva au même cercle à $9^h\ 29'\ 12''$; donc la différence du passage fut de $0^h\ 54'\ 39''$. Le même jour Mars arriva au Méridien à $11^h\ 58'\ 7''$. L'étoile fixe y arriva à $12^h\ 52'\ 57''$; donc la différence du passage est de $54'\ 50''$.

Le même jour 27. Mars étant dans l'hémisphere occidental passa par un cercle de déclinaison à $3^h$ 18′ 50″ après minuit; l'Etoile y arriva à $4^h$ 13′ 49″; donc la différence du temps entre ces deux passages est de $0^h$ 54′ 59″.

Depuis huit heures 34′ 33″ du soir, temps de la premiere Observation, jusqu'à $3^h$ 18′ 50″, temps de la troisieme Observation, il y a un intervalle de $6^h$ 44′, pendant lequel la variation d'ascension droite de Mars à l'égard de l'Etoile fixe a été de 20″. Mais la variation qui convient à Mars par les Observations faites au Méridien, est de 18 secondes dans le même intervalle de $6^h$ 44′; la différence entre une variation & l'autre est l'argument de la parallaxe, à cause que le mouvement apparent qui résulte des Observations faites avant & après le Méridien, est plus grand que le mouvement vrai qui résulte des Observations faites au Méridien.

On a continué des Observations semblables pendant le mois de Septembre: & par celles que l'on fit le 20. du même mois à $7^h$ du soir, & à deux heures du matin, dans un intervalle de sept heures, on trouva 2″ $\frac{1}{2}$ pour argument de parallaxe, au lieu de deux qu'on avoit trouvé le 15. & le 27. d'Août. Cette petite différence peut venir de la grande difficulté qu'il y a de déterminer le passage de deux Etoiles, toujours précisément dans la même seconde de temps, une demi-seconde d'erreur dans chaque détermination, qui est presque imperceptible, pouvant faire une seconde dans la détermination de deux passages. Cela peut venir aussi d'un peu de variation qui se rencontroit dans le mouvement journalier de Mars, qui pour lors n'étoit pas si uniforme que proche de l'opposition; ainsi nous nous arrêtons à la détermination qui a été trouvée par les Observations du 15. Août & du 27. du même mois, étant plus certaine & plus évidente, dans lesquelles on a trouvé la parallaxe de deux secondes dans l'intervalle d'environ sept heures.

Présentement pour déduire de la parallaxe observée le 15. Août la parallaxe totale qui convient au demi-diametre de la Terre, il faut considérer la distance de Mars au Méridien,

qui dans la même Obſervation étoit de 3ʰ 17′, que ſa déclinaiſon méridionale étoit de 14° 58′, & que la diſtance de Paris au Pole eſt de 41° 10′; par tous ces élémens on calcule la parallaxe horiſontale de Mars de 26 ſecondes.

De même dans la premiere Obſervation du 27. Août, Mars étant éloigné du Méridien de 3ʰ 28′, avec une déclinaiſon méridionale de 16° 16′, & avec la diſtance de Paris au pole, on trouve la parallaxe horiſontale de Mars de 27″; & dans la ſeconde Obſervation du même jour, elle réſulte de 28″ avec la différence de deux ſecondes entre la plus grande & la plus petite; en prenant un milieu, on aura 27. pour parallaxe horiſontale, telle qu'elle réſulte auſſi par une Obſervation immédiate.

Pour trouver la parallaxe horiſontale du Soleil de la parallaxe horiſontale de Mars, il faut conſidérer que dans l'Obſervation du 27. Août, Mars étoit plus proche de la Terre que n'en étoit le Soleil; & que le rapport de la diſtance de Mars à la Terre à celle du Soleil à la Terre, étoit comme 37. à 100. faiſant donc comme 100 à 37, ainſi réciproquement 27. ſecondes parallaxe horiſontale de Mars, à 10″ parallaxe horiſontale du Soleil, telle qu'elle a été déterminée par les Obſervations de la parallaxe de Mars faites en 1672. où cette Planete étoit un peu plus éloignée de la Terre qu'elle ne s'eſt trouvée dans l'oppoſition derniere.

Nous avons donc trois Obſervations différentes faites dans les circonſtances les plus favorables qui ſe ſont rencontrées depuis 50 ans, par leſquelles on trouve toujours la même parallaxe de Mars & du Soleil. Ainſi malgré la grande difficulté qu'il y a de la déterminer à cauſe de ſa petiteſſe, cet accord lui donne l'évidence qu'on peut deſirer.

Je ne me ſuis pas contenté de trouver la parallaxe de Mars, j'ai encore cherché celle de Vénus toutes les fois qu'il s'eſt préſenté une occaſion favorable.

Lorſque cette Planete ſe trouve dans la partie inférieure de ſon cercle en conjonction avec le Soleil; elle approche de la Terre un peu plus que ne fait Mars dans ſon périgée,

ce qui doit rendre la parallaxe de Vénus un peu plus ſenſible, & par conſéquent plus facile à déterminer. Mais d'autres circonſtances qui ſe trouvent dans cette rencontre, ſont la cauſe qu'on ne peut pas tirer de cette plus grande proximité de Vénus, tout l'avantage qu'on en pourroit attendre; car lorſque cette Planete eſt le plus proche de la Terre qu'elle puiſſe être, elle ſe trouve en même tems en conjonction avec le Soleil : & quoiqu'on la puiſſe ſuivre avec nos Lunettes pendant toute la journée, on ne peut pas la comparer avec les Etoiles fixes qui lui ſont proches, comme il ſeroit néceſſaire, parce qu'elles ſont effacées par la lumiere du Soleil : on eſt donc obligé dans cette occaſion de la comparer avec les Etoiles fixes qui paſſent par la même ouverture de la Lunette pendant la nuit, c'eſt-à-dire, dix ou douze heures après le paſſage de Vénus. Or dans cet intervalle il n'eſt pas ſûr que les Lunettes dont on ſe ſert dans cette Obſervation reſtent toujours dans une ſituation fixe, comme il eſt néceſſaire, & le moindre mouvement qui peut être cauſé par l'agitation de l'air, ôte l'évidence & la préciſion néceſſaire ; ainſi cette maniere de déterminer la parallaxe de Vénus n'eſt pas la plus ſûre ni la plus exacte, ainſi que nous en avons fait l'expérience.

Il eſt vrai qu'au lieu de comparer Vénus avec les Etoiles fixes, on peut ſe ſervir du Soleil, comme nous avons fait lorſque ces deux Planetes avoient la même déclinaiſon : mais dans cette circonſtance Vénus ſe trouve plus éloignée de la Terre qu'elle n'en étoit dans ſa conjonction, ce qui ôte un peu de l'avantage que l'on auroit, ſi on pouvoit la comparer au Soleil dans ſa plus grande proximité à la Terre.

Outre cette difficulté il y en a une autre qui eſt, qu'en la comparant au Soleil, on ne peut pas avoir la parallaxe totale de Vénus, mais ſeulement leur différence de parallaxe ; parce que le Soleil avec lequel on compare Vénus, n'eſt pas ſans parallaxe, comme les Etoiles fixes ; ainſi pour avoir la parallaxe totale de Vénus par cette méthode, il faut ſuppoſer celle du Soleil même, qu'on ne peut trouver que par celle de Vénus & de Mars.

Dans les recherches que nous en avons faites en différentes rencontres favorables, nous avons trouvé par la derniere méthode, la différence de parallaxe de Vénus à l'égard du Soleil, de 33″, comme elle résulte de celle que nous avons trouvée dans Mars, ayant eu égard au rapport des distances qu'il y avoit pour lors entre ces Planetes.

L'occasion la plus favorable qui se puisse présenter pour chercher la parallaxe de Vénus, sera lorsque cette Planete n'ayant point de latitude, & étant en conjonction avec le Soleil, sera vûe dans son disque comme une tache noire, & éclipsera en partie le Soleil. Pour lors on pourra comparer facilement Vénus avec le Soleil plusieurs fois dans le même jour, tant au Méridien que loin du Méridien; mais une telle Observation, qui est extrêmement rare, est réservée à ceux qui viendront après nous.

---

# *PLUSIEURS OBSERVATIONS SUR UNE MALADIE DES OS NOUVELLEMENT CONNUE.*

Par M. PETIT.

DANS cette maladie la substance des os est entierement changée : elle perd sa dureté, ses fibres ne paroissent plus fibres osseuses; les os ont la consistance de chair, & l'on pourroit dire qu'ils sont devenus chair, prenant ce mot dans sa signification générale pour toutes les substances de notre corps, qui sont saignantes quand on les coupe, & se laissent couper avec facilité: j'appellerai cette maladie la *carnification des os*; j'en rapporte ici quelques observations, espérant d'en donner plusieurs autres dans la suite, lesquelles ne sont point encore en état. 15. Avril, 1722.

1re *Observation.* Il y a environ 25. ans que dans l'Hôpital de Dinan je pansai un Soldat qui avoit une tumeur de la grosseur d'un œuf sur le tarce, près de l'articulation du pied avec la jambe, elle faisoit saillie sous la plante du pied, la membrane tendineuse qui couvre les muscles lui ayant résisté, l'avoit contrainte de s'étendre sur les côtés: cette tumeur s'ouvrit d'elle-même, & fut long-temps pansée sans fruit: on fut contraint de couper la jambe; parce que la jointure s'étoit abreuvée; & que les deux os tibia & peroné n'avoient pû être à l'abri du progrès rapide de cette tumeur. L'opération étant faite, je disséquai le membre pour m'instruire. Dans toute l'étendue de la tumeur, je ne trouvai de partie solide que les cartilages qui couvroient les surfaces par lesquels les os s'entretouchoient, tous les os étoient de même consistance que la chair sans aucune fibre osseuse, si ce n'est à quelqu'un des os les plus éloignés, où je trouvai quelques endroits qui n'étoient pas encore carnifiés, mais qui l'auroient été, pour peu qu'on eût tardé de faire l'opération.

2de *Observation.* M. Morand mon confrere fit une amputation de la cuisse à laquelle j'assistai. Après l'opération, nous disséquames l'articulation du genou, siege de la maladie qui l'avoit engagé à couper le membre; nous trouvames que les condiles du fémur, l'épiphise du tibia, & la rotule avoient la consistance de chair molle; les cartilages avoient conservé leur dureté naturelle, ils étoient seulement émincés, & même fendus en quelques endroits à force de s'étendre, parce que les os qu'ils recouvroient avoient augmentés de volume en se carnifiant.

3me *Observation.* Une tumeur au carpe près de la racine du pouce, se manifestoit sous la forme de loupe: on appliqua des fondans & des résolutifs pendant un temps considérable sans aucun succès: au contraire la tumeur augmenta. M. Maréchal, premier Chirurgien du Roi, m'assista & m'honora de ses conseils. Il fut d'avis que j'attaquasse la tumeur avec les caustiques; par ce moyen on découvrit que les os du carpe étoient altérés, le reste des os de la main s'altéroient de mê-

me : & pour conſerver la vie du malade, je lui coupai le poignet en préſence de M. Morand, je diſſéquai la main; les os du carpe étoient carnifiés, excepté deux qui font la jonction avec l'avant-bras, leurs cartilages avoient conſervé leur dureté naturelle, j'ai même conſervé cette piéce.

4^me^ *Obſervation.* Un Chirurgien de Province vint à Paris pour ſe faire traiter d'une tumeur qui occupoit le dedans de la main, & paſſoit au-dehors entre le pouce & l'os du métacarpe, qui ſoutient le doigt indicateur; elle paroiſſoit à l'endroit de l'os du métacarpe qui ſoutient le doigt *medius* : on lui conſeilla l'amputation de la main; mais le beſoin qu'un Chirurgien a d'un tel organe l'empêcha d'y conſentir : il aima mieux, au plus grand riſque de ſa vie, ſouffrir que je lui diſſéquaſſe la main, pour ſéparer la tumeur des tendons dont elle étoit comme lardée. Dans l'opération je reconnus que l'os du métacarpe qui ſoutient le doigt *medius*, étant devenu chair, formoit le centre de la tumeur; M. Winſlow, M. la Peyronie, M. Thibault, & quantité d'autres confreres étoient préſens à cette opération.

5^me^ *Obſervation.* Il y a deux ans que M. Léauté mon confrere m'appella pour aſſiſter à une opération qu'il fit d'une tumeur au-deſſous de l'œil, à l'endroit où ſe joignent l'os de la machoire ſupérieure & celui de la pomette. Cette tumeur, qui en apparence n'étoit pas plus groſſe qu'une noix, s'étendoit dans la bouche, dans le ſinus maxillaire, & dans l'orbite d'où elle avoit éloigné l'œil, lui faiſant faire ſaillie en dehors d'un grand travers de doigt, on emporta ce que l'on put de cette tumeur ſans trouver aucune réſiſtance de la part des os, ſoit pour trouver la communication dans la bouche, ou pour la ſuivre dans l'orbite: les os planum & unguis, ceux de la pomette & les maxillaires avoient la conſiſtance de chair. On entroit dans le crâne en pouſſant le doigt un peu fort à travers les os cribleux & ſphénoïdes, qui ayant perdu leur dureté, ne réſiſtoient que comme de la chair.

6^me^ *Obſervation.* Un jeune homme âgé de vingt ans, avoit l'œil gauche proéminent, & jetté en dehors de plus d'un

travers de doigt, en conséquence d'une tumeur qui paroissoit au grand angle de l'œil accompagnée de douleur de tête, d'étourdissement, de larmoyement & de séchéresse de la narine du même côté. Cette tumeur fut attaquée avec un grain de cautere proportionné à sa grandeur, l'escarre fut coupée jusqu'au fond, il sortit deux ou trois cuillerées de lymphe un peu roussâtre, l'œil se remit presque dans son lieu naturel: huit ou dix jours après la chûte des escarres, il parut dans le milieu de l'ouverture une éminence qui sembloit être une vessie par sa molesse, sa polissure & la facilité à rentrer. Elle fut ouverte avec une lancette, l'humeur qui en sortit étoit semblable à la premiere, un peu plus abondante. Deux jours après il en parut une troisieme qui fut ouverte de même, il en sortit peu de chose, l'œil s'éloigna du nez, redevint saillant en dehors, comme il l'avoit été dans le commencement, la tête devint pesante, la fiévre s'alluma, & en peu de temps le malade mourut dans l'assoupissement léthargique. J'ouvris le crâne, & ne trouvai rien de particulier dans la substance du cerveau; mais je remarquai que la partie de la dure-mere, qui est sous le lobe moyen & inférieur du cerveau, étoit soulevée considérablement; ce qui m'engagea d'enlever tout le cerveau pour examiner plus aisément la cause de l'élévation de la dure-mere: je détachai peu à peu cette membrane, en la séparant des os du crâne jusqu'environ le milieu de la partie écailleuse de l'os des tempes, où je la trouvai d'une adhérence qui la confondoit avec la base du crâne devenue chair depuis l'apophise pierreuse jusqu'à la portion du coronal qui forme la voute de l'orbite. Je trouvai trois idatides ou vessies pleines d'eau roussâtre, l'une dans l'orbite, l'autre, moitié dans l'orbite & moitié dans le crâne, & une troisiéme dans la partie de la cavité du crâne formée par l'os des tempes, la base de l'os sphénoïde, & la moitié de l'apophise pierreuse. Toutes ces portions d'os & celles qui forment le trou optique, avoient la même consistance de chair, plus ferme en certains endroits, & plus molle en d'autres. Toutes ces observations qui jusqu'alors ne m'avoient pas été fort utiles, me furent d'un grand

secours

ſecours pour rendre raiſon des faits que nous allons examiner dans l'obſervation ſuivante.

Un homme âgé de 50. ans ſe plaignoit depuis dix-huit mois de douleurs de tête & ſaignement de nez. Il fut à Forge pour y prendre les eaux qui le ſoulagerent. Quelque temps après l hémoragie & les douleurs revinrent; il parut deux polipes dans le nez, des rougeurs aux paupiéres de l'œil gauche à la conjonctive & au grand angle près du nez; l'œil gauche étoit d'un pouce plus éloigné de la racine du nez que l'œil droit; cet œil étoit ſaillant en dehors d'un travers de doigt plus que l'autre; il paroiſſoit une petite tumeur molle au grand angle de l'œil gauche, qui ne cauſoit preſque point de douleur, & qui diminuoit quand on la preſſoit avec le doigt, parce qu'elle ſe vuidoit en partie dans le nez par le canal nazal, & en partie dans la cavité des paupieres par les points lacrymaux. Lorſque cette tumeur étoit affaiſſée, on en ſentoit une autre au-deſſous plus dure, réſiſtant au toucher, & qui loin de s'effacer par la compreſſion,paroiſſoit beaucoup plus lorſque l'on avoit vuidé le pus de la premiere. Je remarquai que cette tumeur avoit une pulſation ſemblable à celle d'une artere dilatée. Cette pulſation s'appercevoit de même, en mettant le doigt ſur le grand angle de l'autre œil,ſur les deux polipes du nez, & ſur le fond du palais; elle étoit ſi conſidérable qu'on l'appercevoit à la vûe, elle répondoit parfaitement au battement des arteres, de maniere qu'en touchant le pouls & la tumeur en même temps, on trouvoit une conformité ſi parfaite, qu'une intermiſſion de dix en dix battemens, s'appercevoit en même temps au pouls & à la tumeur. Tout le monde convint que cette maladie étoit un carſinome: mais les ſentimens furent partagés ſur la cauſe du battement pulſatif dont elle étoit accompagnée. Les uns l'attribuoient aux arteres voiſines qui ſe trouvoient preſſées entre la tumeur & les os; les autres le regardoient comme le battement pulſant d'un anevriſme ou dilatation d'arteres. Dans l'un & dans l'autre ſentiment je trouvois des difficultés; je ne pouvois croire que d'auſſi petites arteres que celles qui ſont en ce lieu,

quoique preſſées, puſſent communiquer un battement ſi conſidérable, les arteres carotides n'en communiquoient pas un plus fort. Je pouvois encore moins croire que cette tumeur fut un anevriſme, parce que l'anevriſme eſt une tumeur molle, & que celle-ci étoit dure; l'anevriſme rentre, & cette tumeur ne rentroit point; l'anevriſme eſt accompagné de ſifflement & bruiſſement apperçûs par l'ouie, & même par le toucher, cette tumeur n'avoit ni l'un ni l'autre; d'ailleurs des arteres auſſi petites que celles qui ſont à cette partie malade, ne peuvent former un anevriſme conſidérable, ou ſi elles en produiſent d'auſſi gros, ils ont ſi peu de pulſation, qu'on ne la ſent point au toucher. Il ne ſuffiſoit pas de prouver que cette tumeur n'étoit point un anevriſme, il falloit démontrer ce qu'elle étoit. Mon ſentiment fut que les os de la baſe du crâne étoient devenus mous, & par conſéquent au point de recevoir les impreſſions du battement du cerveau, qui, comme on ſait, eſt le même que celui des arteres; ce battement ſe tranſmettoit à la tumeur, & celle-ci le communiquoit à toutes les parties où la pulſation ſe manifeſtoit. Ce ſentiment ſurprit tous les aſſiſtans: mais je l'appuyai ſur de fortes raiſons, & ſur tant d'obſervations, qu'il ne fut contrarié que par ceux qui n'oſerent pas ſe rendre.

L'amolliſſement des os fut bien prouvé par l'opération que je fis, puiſque je coupai avec un biſtouri dans le grand angle de l'œil pour établir une communication dans le nez, ſans trouver la moindre réſiſtance de la part des os, & que de plus, en y portant le doigt, toutes ces parties cédoient comme de la chair molle, & je ne trouvai aucune portion d'os qui me réſiſtât. Cette obſervation qu'on trouvera ſinguliere, eſt entierement fondée ſur ce que la tumeur polipeuſe avoit ſes racines à la baſe du crâne, & ſur ce que les os de cette baſe étoient devenus mous; je dis plus, ils étoient devenus chair.

Je n'entreprends pas de rendre raiſon de cette métamorphoſe: quand on ſait comme les chairs ſe convertiſſent en os, par la raiſon des contraires, on ſait pourquoi les os ſe convertiſſent en chair.

# DE L'ORIGINE ET DE LA FORMATION *d'une ſorte de Pierre figurée que l'on nomme* CORNE D'*AMMON.*

Par M. DE JUSSIEU.

SI je croyois que pour la recherche de l'origine des Pierres figurées que l'on appelle *Cornes d'Ammon*, il importât de conſulter l'antiquité, j'entrerois dans l'examen de pluſieurs queſtions auxquelles les Hiſtoriens, qui ont parlé de ces Pierres, ont donné lieu. 5. Août, 1722.

La premiere ſeroit de ſavoir ſi la Lybie & l'Ethiopie ſont encore aujourd'hui auſſi fertiles en ces ſortes de Pierres que Pline & Solin le rapportent.

La ſeconde, ſi celles qui, du temps de ces Auteurs ſe trouvoient dorées, comme ils les décrivent, étoient de véritables Pierres précieuſes ou par leur rareté, ou par leur reſſemblance aux Cornes que portoit la tête de la Statue de Jupiter Ammon, ou par leur vertu merveilleuſe.

La troiſieme, ſi c'eſt la reſſemblance des Cornes de cette Statue avec ces Pierres qui leur en a fait donner le nom; & s'il y en a quelques-unes de celles qui ſe trouvent aujourd'hui fréquemment en divers Pays de l'Europe qui reſſemblent parfaitement aux Cornes que l'on voit ſur les monumens des têtes de ce Dieu exprimées ſur des Bas-reliefs & ſur des Médailles antiques.

Mais comme il me paroît que ces queſtions ont plus de curioſité que de ſolide, & qu'elles ne conduiſent point à la connoiſſance de la véritable origine de ces Pierres, qui ſeule ſeroit ſuffiſante pour déſabuſer ceux qui s'imagineroient, comme les Anciens, qu'elles ont quelque vertu merveilleuſe; je me contente de profiter des obſervations des Naturaliſtes modernes ſur cette matiere, & d'y ajouter les miennes, pour

donner une idée plus exacte & plus parfaite de la nature & de la formation de cette ſorte de Pierre.

Du temps que l'on étoit dans l'opinion que toutes les Pierres figurées ſont des jeux de la Nature & des effets du concours de quelques particules terreſtres & métalliques raſſemblées au hazard, les Cornes d'Ammon pouvoient paſſer pour une de ces productions, & il n'étoit pas plus ſurprenant qu'on leur attribuât des vertus extraordinaires, telles que celle de procurer pendant le ſommeil des ſonges myſtérieux.

Mais depuis qu'on a fait attention à l'uniformité qui ſe trouve dans la figure de ces ſortes de Pierres que l'on découvre tous les jours dans tant de Pays différens, & que l'on en voit en certains endroits de très-prodigieux amas dans leſquels cette figure eſt toujours conſtante, il a fallu leur chercher, de même qu'à toutes les autres Pierres figurées, une origine fondée ſur une cauſe naturelle plus raiſonnable.

Comme l'on a donc vû dans celles-ci une reſſemblance parfaite avec des parties de certains Animaux, il n'a plus été queſtion que de juger quels étoient ces Animaux, & comment ces mêmes parties d'animaux avoient été pétrifiées.

Les uns ſe fondant ſur l'idée attachée au nom de Cornes, ſe ſont imaginé qu'elles avoient été véritablement celles de quelques eſpéces de Belier : les autres s'attachant à la diſpoſition en volutes coupées d'eſpace en eſpace par des interſections qui ſe font diſtinguer dans quelques-unes de ces Pierres par autant d'éminences, ont regardé ces Pierres comme des queues d'Animaux terreſtres, qui ſont ordinairement ſuſceptibles de cette figure, & ont pris ces interſections pour les endroits des articulations des vertebres de ces queues, d'autant plus que de même que les vertebres de ces Animaux ſe ſéparent entr'elles, les pieces dont ſont formées ces volutes, ſe peuvent auſſi ſéparer.

Il y en a qui faiſant réflexion ſur cette même forme de volute, laquelle depuis une de ſes extrémités juſqu'à l'autre va en diminuant, ont penſé que ce pourroient être autant de ſqueletes de Serpens ou de Vers marins, des replis de la peau

desquels les impressions sont restées sur l'extérieur des volutes.

On s'est insensiblement désabusé de ces opinions depuis que dans divers voyages faits aux Indes par quelques curieux, on a découvert des Nautiles, sorte de coquillage dont la forme extérieure & intérieure répond assez à quelques-unes de nos Cornes d'Ammon. Mais comme dans le genre de ces Pierres il y a plusieurs espéces marquées par des différences très-considérables, ce n'étoit pas encore assez d'avoir trouvé une ou deux espéces de Nautiles pour tirer la conséquence générale que ces Pierres n'étoient autre chose que des Coquillages de ce genre pétrifiés. Le hasard m'ayant fait tomber entre les mains trois autres espéces de Nautiles, qui par leur figure & par la disposition de leurs volutes, se trouvent semblables à d'autres espéces de Corne d'Ammon, qu'il auroit été très-difficile de rapporter à leurs vrais genres, je crois avoir aujourd'hui plus de raison qu'on en ait encore eu d'assûrer que chaque variété de ces Cornes d'Ammon qui se trouvent en tant d'endroits différens de l'Europe, sont autant d'espéces de Nautiles des Indes qui se sont pétrifiés dans nos terres.

Aristote[a] chez les Grecs, & Pline[b] chez les Latins, sont les premiers que nous connoissions qui aient parlé du Nautile : & par la description que ce dernier fait de l'industrie avec laquelle ce Poisson se sert de la forme de sa coquille pour nager sur l'eau, il n'y a pas de doute que ce nom de Nautile n'ait été donné à ce coquillage à cause de cet usage, ou de la ressemblance qu'il a avec une galere ; aussi est-ce le nom dont nos François l'appellent dans nos Isles de l'Amérique.

[a] *Lib. de Generat. Anim. cap.* 10.
[b] *Lib.* 9. *cap.* 29.

Les observations qui sont venues depuis Belon, ont enrichi l'Histoire naturelle de plusieurs autres espéces de Nautiles, & sur-tout celle du *Papyracé* dont les variétés se distinguent, tantôt par des stries ou rides plus ou moins inégales & profondes, ou par un dos plus ou moins épineux : espéces qui toutes viennent des Mers des Indes, comme il paroît par les descriptions qu'en a données *Rumphius* dans son Histoire Hollandoise des raretés de l'Isle d'Amboine.

La ſeconde des deux eſpéces de Nautiles de Belon a été non-ſeulement reconnue par Rondelet, Geſner, Aldrovan, Jonſton, Bonanni, Lyſter, & ceux qui l'ont ſuivi, mais ils y ont encore obſervé cette différence notable qu'elle a avec la premiere eſpéce, d'être diviſée intérieurement par pluſieurs interſections ou cloiſons qui forment autant de cellules dont la capacité va en augmentant ou en diminuant, à proportion que les volutes s'éloignent ou s'approchent du centre de la coquille, & qui ont une communication réciproque par un canal qui les perce toutes.

La volute de cette eſpéce de Nautile paroît à l'extérieur être ſimple: & je n'en ai vû qu'une à volute double qui eſt dans le Cabinet de S. A. S. Monſeigneur le Duc de Bourbon. Lyſter la nomme *Nautilus umbilicatus*.

*Hiſtor. Conchylior.*

De quelques Mers que viennent ces eſpéces de Nautile, il eſt à préſumer que la premiere, qui eſt celle qui ſe trouve dans la Mer Adriatique, au rapport de Belon, & qu'on rencontre, mais rarement, près des Iſles de Maiorque & de Minorque, eſt le *Nautilus* que nous appellons *Papyraceus*, & la plus connue de Pline; & il eſt certain, l'on ne peut même en douter par l'inſpection, qu'une bonne partie des Pierres figurées que l'on appelle Cornes d'Ammon, qui ſe trouvent dans diverſes terres de l'Europe & en pluſieurs endroits de la France, reſſemble parfaitement au Nautile par leur forme extérieure & intérieure

Indépendamment de celles qui exiſtent dans tous les Cabinets, & de celles qu'on peut ramaſſer dans divers territoires, nous avons dans les ouvrages des Auteurs qui ont fait des recueils de Pierres figurées qu'ils ont vûes, des moyens faciles de faire une comparaiſon des Nautiles dont ils y ont donné les Figures avec les Coquilles de ce genre, dont j'ai remarqué que les Hiſtoriens des Poiſſons & des Teſtacées nous ont auſſi laiſſé les Figures.

Rien, par exemple, n'eſt ſi reſſemblant au Nautile de la ſeconde eſpéce de Belon, que la Corne d'Ammon figurée dans la 29$^{me}$ planche de l'Hiſtoire des Pierres figurées de

Suisse de *Langius*. Toutes les cellules se voient dans la face intérieure qu'il en représente. Aussi cet Auteur lui a-t-il donné le nom de *Nautilites*.

Les environs de Boulogne en Picardie, & les falaises de Dive en Normandie, nous en fournissent de tous semblables.

Dans les Carriéres du Village d'Issy, situé entre Paris & Meudon, & dans celles de Ste Catherine près Rouen, on trouve la variété que nous avons fait remarquer, distinguée par ses volutes apparentes.

Nous avons dans la seconde planche de l'Histoire des Fossiles du Territoire de Nuremberg par M. Bayer, une figure de Corne d'Ammon qui peut être comparée avec une des variétés de la premiere espéce de Nautile de Belon; j'en ai observé à Dive d'une forme approchante.

Si j'entreprenois de suivre ma comparaison pour une quantité d'autres espéces de Cornes d'Ammon qui se trouvent en toute sorte de pays, je pourrois dans le nombre des Coquillages de ce genre dont nous avons des Figures, ou d'autres qui, quoique placées dans un genre approchant, se rapportent véritablement à celui des Nautiles; je pourrois, dis-je, beaucoup multiplier les espéces de ces Pierres figurées.

Je rapporterois, par exemple, à leur genre toutes celles qui, quoique d'une forme un peu dissemblable, sont remarquables par ces intersections que j'ai données pour un des principaux caracteres de la seconde espéce de Nautile. Et la comparaison en seroit d'autant mieux établie, que j'ai trouvé dans un envoi que l'on m'a fait de S. Malo de plusieurs Coquillages des Indes, une petite Coquille blanche extérieurement, & intérieurement argentée, d'une volute & demie, & qui est une vraie espéce de Nautile. Le R. P. Bonnani, dans ses observations faites au Microscope, donne la figure & la description d'un pareil Coquillage, pag. 325. Fig. 47. Il doute même si c'est une Huitre, ou une espéce de Nautile.

Une autre à peu-près semblable, figurée par Rondelet, & rapportée aux genres des Limaçons plats, serviroit encore de piece de comparaison pour des Cornes d'Ammon de même figure.

Et la démonſtration ſera encore plus parfaite, ſi l'on examine le morceau de pétrification dont je donne ici la Figure d'après l'original que j'ai trouvé à Dive en Normandie, dans lequel on voit une de ces Cornes d'Ammon encore couverte de preſque tout le teſt extérieur du Coquillage originaire, qui, quoique ne faiſant plus qu'un corps très-dur avec la pierre qu'il couvre, a conſervé ſa couleur de gris d'ardoiſe, & ſes rides ou replis qui rendent ſa ſurface godronnée.

Fig. 4.

Celles de ces Pierres qui repréſentent l'intérieur des Nautiles de la ſeconde eſpéce, c'eſt-à-dire, de ceux dont les volutes ſont entrecoupées, & dont les interſections ont paſſé juſqu'ici pour des articulations de vertebres, ſervent auſſi à établir cette opinion, puiſque ſoit que les cellules qui ſe trouvent dans les interſections de ces volutes n'aient pas été remplies de terre, comme Mercati, Luyd & Langius en donnent des Figures, & comme je l'ai moi-même obſervé; ſoit que ces cellules ſe trouvent remplies, elles ſont toujours les empreintes de l'intérieur de cette eſpéce de Nautile.

Fig. 1. 2. & 3.

Mais nous avons quelque choſe de plus que les moules ſolides de la capacité intérieure de ces Nautiles, puiſqu'il ſe trouve même de ces moules pétrifiés, dont la furface a conſervé les empreintes des interſtices des articulations différentes, par leſquelles les parois de chaque cellule de ces Nautiles ſont unis ou par couche en maniere d'écaille, ou par engrainure, ou en queue d'aronde; ce qui, dans cette derniere façon de s'articuler, repréſente un feuillage cizelé.

Fig. 1.

Auſſi doit-on conclure de l'obſervation de cette ſurface extérieure de ces moules ſolides, que ces veſtiges de différentes figures qui y ſont imprimés, déſignent préciſément la figure des cellules intérieures de ces Nautiles; au lieu que ſi l'on ne voit ſur cette ſurface que des eſpéces de ſtries ou des godrons, c'eſt une preuve que c'eſt l'empreinte de l'écaille ſupérieure qui recouvre la lame intérieure propre aux cellules.

La différence des couleurs & du poids des Cornes d'Ammon ſont des phénomenes qui n'ont point de rapport avec la Coquille de laquelle cette ſorte de Pierre figurée tire ſon

origine : ce ne ſont que des accidens qui dépendent des fleurs métalliques des différens terrains dans leſquels elles ſe rencontrent. Car ſi ces terres ſont ferrugineuſes, ces ſortes de pétrifications y ont pris la couleur de la rouille de Fer qui les pénétre ſi intimement, qu'elles ont preſque acquis toute la peſanteur de ce métail.

Si c'eſt le Vitriol qui domine dans ces terres : ou la partie bitumineuſe dont il ſera chargé, ſe répandant inſenſiblement ſur ces pétrifications, aura été retenue par la chaux en laquelle ſe ſera réduit le teſt interne & externe de la Coquille, & en s'y accumulant formera diverſes couches bronzées & dorées plus ou moins épaiſſes, qui à la place du teſt ſerviront de croûte ou d'enveloppe à chaque partie de la pétrification, enveloppe que nos Naturaliſtes modernes appellent *armure* : où la partie ſaline & terreſtre de ce Vitriol, ayant pénétré toute la pétrification dans un temps auquel ſa ſubſtance n'eſt pas encore fort endurcie, lui aura communiqué le poids & la couleur de ce minéral calciné en jaune.

Il y a une obſervation à faire ſur l'un & l'autre de ces degrés, dont le Vitriol a pénétré les Cornes d'Ammon. Dans le premier de ces degrés, cette partie bitumineuſe que j'ai remarquée n'être autre choſe que cette eſpéce de crême qui a coutume de nager ſur les eaux acidules ferrées, étant appliquée ſur une ſubſtance terreuſe & compacte, y conſerve ſa couleur dorée ou bronzée, & quelquefois changeante comme celle de la gorge de pigeon ; ce que j'ai expérimenté aux Fontaines minérales ferrées de Rouen & de Coutance, où j'ai ramaſſé de cette crême dans une taſſe de grès qui depuis plus de douze ans conſerve cette couleur bronzée dans les endroits où cette crême a reſté attachée.

Dans le ſecond degré, qui eſt celui où ces Cornes d'Ammon ont été pénétrées de la partie ſaline & terreuſe du Vitriol, il leur arrive la même choſe qu'aux autres ſubſtances que ce minéral a pénétrées, qui eſt que d'abord qu'elles ſont expoſées à l'air, ſon humidité venant à diſſoudre les ſels, ce qui paroît par leurs fleurs blanches & verdâtres qui en couvrent

la ſurface extérieure, toutes les parties de ces Pierres ſe gercent & ſe déſuniſſent inſenſiblement, à moins que la matiere ſaline mêlée avec la bitumineuſe qui la retient, ayant par un long eſpace de temps penetré la pétrification, ne lui ait communiqué une ſolidité plus à l'épreuve de l'humidité de l'air.

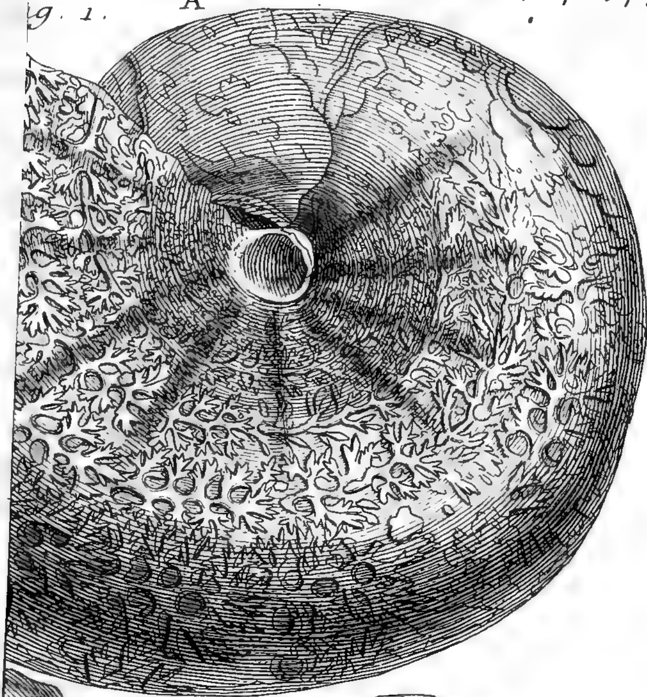
Toutes ces obſervations donnent lieu à deux réflexions curieuſes.

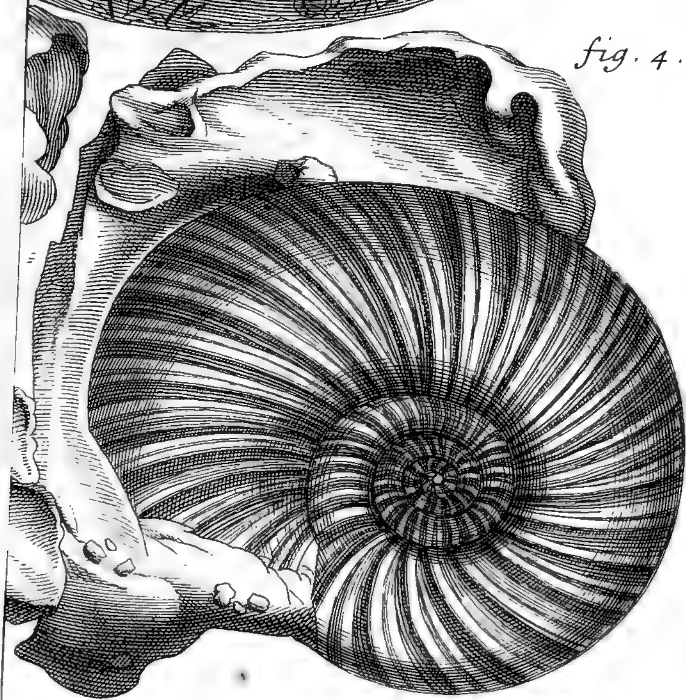
La premiere, que la multitude d'eſpéces différentes de Cornes d'Ammon qui ſe trouvent en France aux environs de Paris, de Rouen, de Dive & de Lyon, dans les Sevennes, en Provence & en Poitou, en Angleterre, en Suiſſe, en différens endroits de l'Allemagne, & dans pluſieurs autres terres de l'Europe, nous fait voir qu'il y a peu de genres de Coquillage dont il y ait tant d'eſpéces que le Nautile; puiſqu'on pourroit déja compter plus de cent eſpéces de celles que l'on a remarquées, ſans avoir égard à des variétés qui ſont propres à certaines de ces eſpéces.

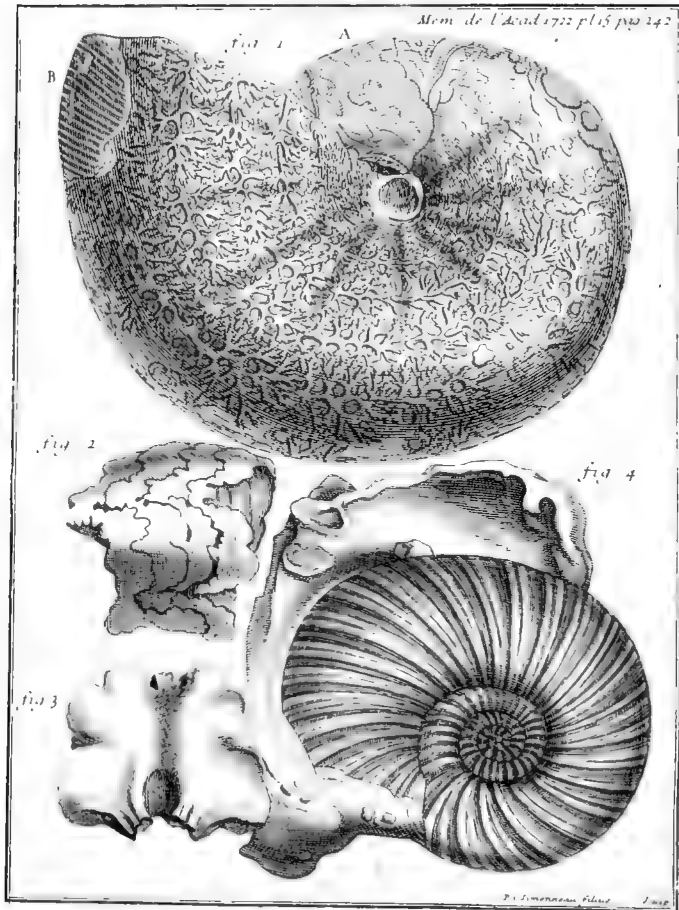
La ſeconde, qu'il eſt ſurprenant que de cette grande quantité qui exiſte d'eſpéces de Nautile, il n'y en ait qu'une qualifiée de *Nautilus papyraceus*, qui ſe trouve dans nos Mers, & encore très-rarement; & que de celles qui naiſſent dans les Mers étrangeres, nous n'ayons que cinq à ſix eſpéces, dont j'ai fait mention dans mon Mémoire, qui nous ſoient connues. Il faut eſpérer que dans la ſuite il nous en viendra des eſpéces qui ſe rapporteront aux autres pétrifications que la Mer, qu'il y a apparence qui couvroit nos terres, y a laiſſées dans ſa retraite.

## *EXPLICATION DES FIGURES repréſentées dans la Planche.*

FIGURE I. *A.* Corne d'Ammon métallique, plate; trouvée à Dive en Normandie, & ſur la ſurface de laquelle ſont repréſentées en maniere de cizelure les engrénures des parties qui compoſent la lame intérieure d'une eſpéce de Nautile étrangere qui ne nous eſt pas encore connue. *B*, reſte de la lame intérieure du teſt de ce Nautile, encore atta-


ig. 1.
A


fig. 4.


Mem. de l'Acad. 1722 pl. 15 pag. 242
fig. 1
A
B
fig. 2
fig. 3
fig. 4
P. Simonneau filius
Sculp.

chée à la pétrification. Wormius dans son *Musæum*, pag. 86. en a représenté une de ce genre.

FIG. II. Un morceau de Corne d'Ammon composé de quatre pieces articulées ensemble par engrénures branchues, répondant aux cellules de l'espéce de Nautile dont elles ont rempli les cavités.

FIG. III. Vûe de la surface intérieure d'une de ces piéces détachées qui a pris la figure de la cavité d'une de ces cellules.

FIG. IV. Corne d'Ammon pétrifiée, couverte de presque tout son test, laquelle a conservé toutes les rugosités de la surface extérieure du Nautile qu'elle représente, & est attachée à une pierre très-dure trouvée à Dive.

---

# *REMARQUES*
## *SUR*
## *LA METHODE DE M. TOURNEFORT.*

Par M. VAILLANT.

ON ne comprend pas comment M. Tournefort a dispersé dans diverses classes * des Plantes qui se ressemblent par tant d'endroits differens, & sur-tout celles dont la fleur est d'une seule piéce, vû qu'il a déclaré qu'une classe de Plantes est un amas de plusieurs genres, lesquels conviennent tous en ce qu'ils ont certaines marques communes qui les distinguent essentiellement de tous les autres genres; & qu'il suffisoit que ces marques fussent tirées ou de la structure de leurs fleurs, ou de celle de leurs fruits seulement; car il ne croyoit, ou plûtôt, il ne vouloit pas que ces marques

* *Le* Dipsacus, *la* Scabiosa *&* *l'*Amaranthoïdes *dans la XIIme*; *la* Valeriana, *la* Valerianella, *le* Jalapa *& notre* Pentagonotheca *dans la IIde*; *notre* Diototheca *dans la IIIme*; *la* Phillyrea, *le* Tinus, *le* Viburnum *& l'*Opulus *dans la XXme*; *notre premiere espéce de* Stachyarpagophora *dans la VIme*; *le* Fraxinus *dans la XVIIIme*; *& le* Caryophyllodendron *dans la XXIme*.

puſſent ſe rencontrer dans la reſſemblance de ces deux ſortes de parties priſes enſemble, & encore moins par conſéquent dans le rapport ou la combinaiſon d'une troiſiéme; parce que, dit-il, le caractere des claſſes n'auroit alors rien qui fût différent du caractere des genres.

Si quelqu'un [ ſans avoir plus d'égard à ſa déclaration qu'il n'en a eu lui-même dans l'établiſſement de huit à neuf de ſes claſſes, ] vouloit ſoutenir que la diſtribution qu'il a faite de ces Plantes, eſt ſelon les regles conſtantes qu'il a preſcrites, puiſque les unes ſont des Herbes, ou des Sous-arbriſſeaux, & les autres des Arbres, ou des Arbuſtes; que parmi les Herbes & les Sous-arbriſſeaux, il y en a dont la fleur eſt réguliere & *en entonnoir*; qu'il s'en rencontre qui l'ont irréguliere & *en maſque*; & que dans d'autres, cette partie eſt compoſée de fleurons: je me ſervirois de ſes propres raiſons pour faire voir qu'il combat lui-même ſes principes en beaucoup d'endroits de ſa méthode.

La diviſion des Plantes en Herbes & en Sous-arbriſſeaux, en Arbres & en Arbuſtes, n'eſt pas, comme il le prétend, une regle qu'on puiſſe ſuivre; puiſqu'il l'abandonne dès ſa 1re, ſa 2de, & ſa 3me claſſe: car, la *Bignonia* & l'*Adhatoda* qu'il rapporte à celle-ci, devroient ſe trouver dans la 20me, de même que la derniere Plante qu'il range ſous le *Plumbago* [a], & les Arbuſtes de toutes tailles qui, dans la 1re de ces trois claſſes, ſe rencontrent parmi les eſpéces d'*Althæa*, de *Ketmia* & de *Xylon*, auroient dû être placés dans la 21me, ainſi qu'un des plus hauts & des plus gros Arbres des Indes, duquel il fait & une eſpéce d'Apocin [b], & une eſpéce de Cotonnier [c], quoique cet Arbre [d] ne porte le caractère ni de l'un, ni de l'autre genre. Il abandonne pareillement cette regle dans les trois claſſes qui traitent des Arbres & des Arbuſtes où il a réduit quantité de Sous-arbriſſeaux & même des Herbes, parce qu'il ne lui étoit pas poſſible de la mettre en pratique.

[a] 2de claſſe, p. 140.

[b] *Apocynum Americanum, Viticis folio. I. R. H. 92.*

[c] *Xylon arboreum, caule ſpinoſo. I. R. H. 101.*

[d] *Ceiba Viticis folio; caule aculeato, Plum. Nov. Gen. 42.*

Celle dont il s'est servi pour diviser les Plantes en différentes classes par rapport à l'unité & à la pluralité des pétales de leurs fleurs, n'est pas plus pratiquable; puisqu'il n'a pû l'observer dans plusieurs de ses classes, & entr'autres dans la 9me où se trouvent pêle-mêle tant de Plantes à fleurs monopetales, & tant d'autres à fleurs polypetales. Et s'il falloit s'en tenir à cette regle, où pourroit-on rapporter la *Chamælea*[a], sur laquelle cet Auteur a observé & des fleurs monopetales, & des fleurs polypetales; & où rangeroit-on la *Papaya*[b], la *Palma*[c], l'*Hernandia*[d], la *Clusia*[e], l'*Isora*[f], le *Bonduc*[g], & la *Ceïba*[h], tous genres dans lesquels le P. Plumier dit avoir rencontré de ces deux sortes de fleurs? Cette classe où se rencontrent pareillement, ainsi que dans la 5me, la 7me, la 9me & la 20me, tant de Plantes, dont les unes sont à fleurs régulières, & les autres à fleurs irrégulières, est une preuve incontestable que les regles de régularité & d'irrégularité sur lesquelles cet Auteur célebre a établi le caractère de plusieurs classes, sont aussi des préceptes impratiquables.

[a] *I. R. H.* 651.
[b] *Ibid.* 659.
[c] *Plum. Nov. Gen. p.* 1.
[d] *p.* 6.
[e] *p.* 20.
[f] *p.* 24.
[g] *p.* 24.
[h] *p.* 42.

Enfin, on ne voit pas que les moyens qu'il a employés pour fonder diverses classes d'Herbes & de Sous-arbrisseaux par rapport à la forme de leurs fleurs, ou à la ressemblance qu'il suppose qu'elles ont avec des choses connues, soient des principes plus certains que toutes les regles dont on vient de parler: car, puisqu'il est vrai que les Plantes comprises sous la 1re & la 2de classe des Institutions & des Elémens de Botanique, sont les mêmes dans ces deux ouvrages, il auroit dû, pour ne pas donner d'atteinte à ces regles, conserver là les titres qu'il donne ici à ces classes, & non pas confondre, comme il a fait, les *grelots*, les *bassins*, & les *godets*, pour les transformer tous en *cloches*; & travestir les *soucoupes* en *entonnoirs* & en *rosettes*; métamorphoses qui ne prouvent que trop le peu de conformité qui se rencontre entre la configuration des fleurs de ces Plantes, & celle de ces sortes d'instrumens & d'ustensiles ausquels il compare ces fleurs.

A l'égard de celles de nos Dipsacées qui, pour se trouver placées dans la 12me classe de l'Auteur, passent pour des

Plantes à fleurs composées de fleurons, ce ne sont véritablement que des échappées de sa 2[de] & de sa 3[me] classe, vû que les fleurs des unes sont réguliéres & semblables à la plûpart des fleurs qu'il nomme *en entonnoirs*; & que celles des autres sont irréguliéres & conformes à ces fleurs qu'il appelle *en masque*. Cela se prouve facilement, en rappellant les définitions que cet Auteur donne des fleurons & des fleurs qui en sont composées, & l'on apperçoit assez ce qu'on doit penser de la certitude de ces regles & de ces principes.

Quoique les preuves qu'on vient de rapporter, ne soient que trop suffisantes pour faire connoître aux personnes raisonnables ce qu'on doit penser de sa méthode, comme elles sont un peu générales, & que quelque Botaniste prévenu tâcheroit peut-être de les éluder, on va les appuyer de preuves particulieres que nous fournira l'Auteur, en parcourant légerement chacune de ses classes.

I. CLASSE.

Puisque la 1[re] classe n'étoit destinée qu'à contenir des Plantes à fleurs monopétales, on n'y devoit pas rencontrer l'*Oxys*, le *Ficoïdes* [a], la *Malva*, l'*Althæa*, l'*Alcea*, la *Malacoïdes*, l'*Abutilon*, la *Ketmia*, & le *Xylon*. Si l'on prétend qu'on doit excuser cet illustre Auteur d'avoir placé là ces genres, parce qu'il n'a pû croire avec tous les Botanistes qui ont écrit avant lui, que les fleurs de leurs espéces fussent polypétales, à la bonne heure. On l'excusera même, si l'on veut, de ce que le *Lilium Convallium*, le *Polygonatum* & le *Ruscus* se trouvent aussi dans cette classe, quoiqu'il soit évident qu'ils appartiennent à la 9[me]. De plus on laissera à juger s'il a bien ou mal fait d'avoir réduit à cette 1[re] classe le genre de *Momordica*, où il avoit remarqué que les espéces portent des fleurs polypétales aussi-bien que de monopétales; & d'y avoir établi, aux dépens de la Mauve, le genre de *Lavatera* [b], vû que les semences de la Plante qu'il y rapporte, & qu'il donne comme nouvelle, bien que ce ne soit que la 3[me] & la 5[me] espéce de Mauve de la page 96. de ses Institutions, ne sont pas sans enveloppe, comme il le prétend. On laisse aussi à décider s'il a eu raison ou tort de créer le genre de *Valantia* [c], sous un

[a] Mem. de l'Acad. an. 1705. p. 238.

[b] Mem. de l'Acad. an. 1706. p. 86.

[c] Mem. de

caractère qui n'existe pas, & pour n'y rapporter qu'une véritable espéce de *Cruciata*. l'Acad. an. 1706. p. 85.

On ne peut approuver, ce me semble, qu'il ait mis au rang des Plantes à fleurs réguliéres, ou dans sa 2de classe, tant de Plantes à fleurs irréguliéres, comme la *Valeriana*, la *Valerianella*, quelques espéces de *Blugossum*, de *Solanum*, &c. qu'il devoit, suivant ses principes, mettre dans la 3me; & que pour faire quadrer ces Plantes avec le titre de cette 2de classe, il leur fasse porter en Latin [a] des fleurs uniformes, réguliéres & en entonnoir, au lieu & place de celles dont il les avoit ornées en François [b]; car, dans la *Valeriana* c'étoit des tuyaux évasés en rosette taillée en cinq parties disposées réguliérement dans quelques espéces, & irréguliérement dans quelques autres : & dans la *Valerianella* on trouvoit des espéces dont les fleurs étoient des godets découpés en cinq parties égales,& on rencontroit d'autres espéces où les fleurs étoient des tuyaux évasés & découpés en maniére de cartouche. On pourra ne pas approuver, 1°. Qu'il ait fait passer le *Cerinthe* de la 2de classe des Elémens dans la 1re des Institutions; quand quelqu'un pourroit démontrer que les fleurs des Plantes de ce genre, qui là ne ressembloient pas mal à un grelot, ou à un pot, ressemblent ici à des cloches en tuyau à plusieurs découpures; 2°. Qu'il ait admis deux calices dans la Belle-de-nuit [c], vû que celui sur lequel il veut que la fleur pose, n'est véritablement que le bocal ou le bas de la fleur même dans lequel le jeune ovaire est contenu. 3°. Enfin qu'il ait associé aux espéces de *Plumbago* notre *Pentagonotheca*, vû que c'est un Arbuste auquel le P. Plumier assigne un caractère particulier. Au reste, la *Valeriana* & la *Valerianella* dont on vient de parler, ne sont pas les seuls genres qui ont usurpé des places dans cette seconde classe, puisqu'un très-savant Botaniste [d], attaché à la méthode dont il s'agit, a publié après nous [e], qu'il en faut exclure l'*Hyoscyamus*. Il auroit encore pû en user de la sorte à l'égard de l'*Echium*, de la *Veronica*, du *Verbascum*, & de la *Blattaria*, vû que leurs fleurs sont irréguliéres.

II. CLASSE.

[a] *I. R. H.* 131. & 132.

[b] Elem. de Botan. p. 107. & 108.

[c] *Jalapa.*

[d] L'Auteur du *Judicium de Turnef. methodo. p. xviij.*

[e] Discours sur la struct. des Fleurs, p. 52.

III. CLASSE.

Si l'irrégularité d'une fleur vient de l'inégalité de ses pétales, ou de celle de ses découpures, il semble que l'Auteur n'au-

roit pas dû comprendre dans sa 3me classe, l'*Arum*, le *Dracunculus*, l'*Arisarum*, & l'*Aristolochia*, puisque leurs fleurs sont entieres. Et il paroît, au contraire, qu'il devoit y renfermer la *Scabiosa*, le *Dipsacus*, la *Globularia*, la *Valeriana*, & les six autres genres dont on vient de parler dans l'article précédent, d'autant que les fleurs sont véritablement découpées en plusieurs lobes inégaux, & par conséquent irréguliéres. D'ailleurs il rapporte à l'*Arum* & au *Dracunculus*, des Plantes dont la partie qu'il nomme *pistile*, se trouve couverte de baies dans toute sa longueur; quoiqu'il prétende que ces dernieres parties doivent, dans l'un & l'autre genre, n'occuper que la base du *pistile*.

IV. CLASSE.

Quand on considere que la 4me classe de l'Auteur, renferme la *Verbena*, & qu'elle ne contient pas l'*Echium*, & toutes les autres Plantes Borraginées à fleurs irréguliéres, on ne sauroit s'imaginer que les marques de distinction qu'il assigne à cette classe, puissent être bien fondées. D'un autre côté, lorsqu'on lui entend dire que les fleurs de la *Chamædris*, du *Polium*, du *Teucrium*, de la *Chamæpitys* & de la *Bugula* n'ont qu'une levre, & qu'en les regardant, on trouve au contraire qu'elles ont deux babines fort apparentes, on se persuade aisément que le caractère de ces genres est encore plus défectueux que celui de presque tous les autres de la même classe, lequel est établi sur de si petites minuties, qu'avec les figures à la main, il est impossible de distinguer ces genres.

V. CLASSE.

On a lieu de s'étonner de ce que dans la 5me classe il n'ait pas renfermé le *Papaver*, l'*Argemone*, quelques espéces d'*Alsine*, l'*Alsinastrum* qu'il faut supprimer, le *Glaucium*, la *Ruta*, la *Capparis*, la *Clematitis*, le *Thalictrum* & la *Tormentilla*, d'autant que les fleurs en sont tetrapétales, & que *leur fruit naît toujours du Pistile*. Si, pour l'en excuser, quelqu'un vouloit dire, 1°. Que c'est parce que les fleurs du *Papaver* & de l'*Argemone* [ autre genre qu'il faut aussi abolir ] ont quelquefois plus de quatre pétales; 2°. Que leur calice & celui du *Glaucium* ne sont que de deux piéces; 3°. Que dans l'*Alsinastrum*

*ſinaſtrum* & la *Tormentilla*, cette derniére partie eſt d'une ſeule piece; 4°. Et que cette même partie manque abſolument aux fleurs de *Clematitis* & de *Thalictrum*; on lui répondroit que pour les mêmes raiſons l'Auteur auroit du exclure de cette 5^me^ claſſe, 1.° les varietés tant à fleurs doubles que demi-doubles de quelques eſpeces de *Leucoïum*, d'*Heſperis*, de *Cardamine*, de *Siſymbrium*, &c. 2.° l'*Herba-Paris* qui par ſon calice d'une ſeule piece, & par ſa fleur, laquelle eſt ſouvent à cinq & quelquefois à ſix pétales, dément ſans ceſſe le caractere qu'il lui donne; 3.° l'*Hypecoon* & le *Chelidonium* où le calice n'eſt que de deux pieces; 4.° Et enfin le *Potamogeton* dont la fleur eſt ſans calice & monopétale. Ce n'eſt pas tout; car puiſque cet Auteur a établi une claſſe d'Herbes & de Sous-arbriſſeaux à fleurs polypétales irréguliéres, il devoit y renvoyer celles d'entre cette 5^me^ claſſe, qui portent de ſemblables fleurs, comme ſont pluſieurs eſpeces de *Thlaſpi*, de *Thlaſpidium*, de *Naſturtium* & l'*Hypecoon*; ou, il devoit réduire dans cette même claſſe quelques eſpeces de *Balſamina* & de *Luteola*, la *Fumaria*, la *Capnoïdes*, le *Melianthus* & le *Corindum*, vû que les fleurs en ſont à quatre pétales inégaux, & que *le piſtile devient toujours le fruit*. D'un autre côté, il paroît qu'il a établi ſans néceſſité le genre de *Crambe*; puiſque des trois Plantes qu'il y rapporte dans ſes Inſtitutions, la 1^re^ eſt une véritable eſpece de *Rapiſtrum*; que la 2^de^ & la 3^me^ appartiennent au genre de *Cakile*, où il les a transférées dans ſon corollaire; & que les deux autres Plantes qui, dans ce même corollaire, portent le nom de *Crambe*, n'en ont pas le caractere, mais plutôt celui de l'*Erucago*.

On ne ſauroit comprendre ce que c'eſt que les *fleurs-en-roſe* ſur la ſtructure deſquelles eſt fondée la 6^me^ claſſe de l'Auteur: car de dire que ce ſont celles dont les pétales en nombre indéterminé ſe trouvent diſpoſés en rond, ce n'eſt pas les diſtinguer des fleurs qu'il appelle *en-croix*, *en-Oeillet*, *en-Lis*, & *papilionacées*, puiſque les pétales de celles-ci ſont arrangés de la même maniere. VI. CLASSE.

Quoi-qu'il en soit, il ne devoit pas, ce me semble, contre la pretendue certitude de ce principe, mettre dans cette classe l'*Amaranthus*, la *Granadilla*, la *Murucuïa*, le *Kali*, le *Veratrum*, la *Phytolacca* & le *Solanoïdes* [a] qui est la *Rivina* du P. Plumier [b], puisqu'il est hors de doute que les fleurs en sont monopétales. Il ne devoit pas non plus y placer l'*Opuntia*, sans y rapporter le *Melocactus* [c] qu'il range dans la 1re classe, vû que ces deux genres sont tout-à-fait semblables par la structure de leurs fleurs & par celles de leurs fruits. On n'auroit pas dû voir dans cette 6me classe le *Juncus*, le *Juncago*, le *Butomus*, le *Veratrum* & l'*Asparagus*, qui sont des genres de la 9me, & dont la fleur du pénultiéme est certainement d'une seule piece, comme nous venons de le marquer. D'ailleurs il ne devoit pas mêler, comme il a fait, parmi les especes de *Smilax* [d] trois autres Plantes de cette 9me classe; & il auroit dû renvoyer à la 11me toutes les especes de *Geranium* à fleurs irréguliéres. On pourroit encore se plaindre de ce qu'il donne le calice de la *Nigella* & celui de l'*Helleborus*, où, dans ce dernier genre, cette partie est d'une seule piece, & non pas de plusieurs, comme il le prétend; on pourroit, dis-je, se plaindre, 1.° De ce qu'il donne ces calices pour le fleurs mêmes de ces Plantes; 2.° De ce que, sans necessité, il a créé deux nouveaux genres de cette 6me classe, l'un sous le titre de *Cuminoïdes*, & en faveur d'une Plante qui porte le vrai caractere de l'*Agrimonoïdes*; & l'autre sous le nom de *Garidella* [e] au préjudice de la *Nigella*, en enlevant à celle-ci une de ses especes pour la lui assujetir. 3.° Et enfin de ce qu'au genre de *Ricinoïdes*, il rapporte pêle-mêle, & des Herbes & des Sous-arbrisseaux, & des Arbres & des Arbrisseaux.

a Mem. de l'Acad. an. 1706. p. 87.

b *Nov. Gen. p.* 47.

c *I. R. H.* 653.

d *I. R. H.* 654.

e *I. R. H.* 655.

VII. CLASSE.

Les *fleurs-en-rose*, tant réguliéres qu'irréguliéres, que l'Auteur est contraint d'admettre également, contre ses regles, dans sa 7me classe, qui est celle des Ombelliferes, font encore voir qu'on ne peut diviser les Plantes en différentes classes par rapport à ces deux sortes de fleurs; donc l'établissement de sa 6me, sa 11me & sa 21me classe, tombe. Il semble qu'il auroit dû avertir que l'*Ammi*, la *Cicuta*, le *Carvi*, le *Daucus*, le

*Tragoselinum*, l'*Oenanthe*, le *Chærophyllum*, la *Myrrhis*, le *Coriandrum*, le *Tordylium* & la *Caucalis*, portent ordinairement plus de fleurs réguliéres que d'irrégulieres, puisqu'on ne voit guère de celles-ci que dans le contour de l'ombelle. Si, pour caracteriser ces genres, il étoit d'une nécessité absolue de ne faire porter à leurs especes que des fleurs irréguliéres ou à pétales inégaux, on ne devroit pas rencontrer dans l'*Ammi* la 3me Plante que l'Auteur y rapporte, vû qu'elle ne produit que des fleurs réguliéres ou à pétales égaux. Il en est de même de la 2de & de la 4me qu'il réduit au *Chærophyllum*, de la 10me, la 11me & la 12me * qu'il place sous la *Myrrhis*; de celle qu'il expose pour la 2de espece de *Coriandrum*; & enfin de son *Tordylium Lusitan. Cicutæ folio, semine striato* [a] qu'il présente comme une Plante nouvelle, encore que ce ne soit que la *Caucalis peregrina, semine rugoso. B. Pin.* 153.

[a] I. R. H. 320.

Quand on examine avec un peu de soin la partie que l'Auteur prend dans les Plantes ombelliféres, pour le calice de leur fleur, on est bien-tôt convaincu qu'elle n'est pas, ainsi qu'il le prétend, un composé de deux semences nues, mais de deux capsules monospermes couronnées d'un calice. On ose même avancer que personne n'a jamais vû de simples semences servir de support immédiat à des fleurs, ni de Plantes qui portent leurs semences à nu ou découvertes, & qu'on n'en verra jamais qui les ayent immédiatement renfermées dans un calice, ou [ce qui est la même chose] dont le calice serve d'enveloppe immédiate à leurs semences. Cela étant, comme il est aisé de le démontrer, si quelqu'un n'aime mieux nous faire voir le contraire, cela étant, dis-je, les caracteres de la 12me, la 13me, la 14me, la 15me, la 18me & la 19me classe de l'Auteur ne sauroient absolument subsister, non plus que les titres des trois dernieres de ces six classes.

Avant que de sortir des Ombelliféres, on ne peut s'empêcher de dire, 1.° Que cet Auteur ne devoit pas exclure l'*Echinophora* [b] d'entre ces Plantes, d'autant que Morison fait

[b] I. R. H. App. 656.

* *Myrrhis Pastinacæ foliis latè virentibus. Cor. I. R. H.* 22.

voir [a] que les ovaires ou capſules ſéminales des eſpeces de ce genre, contiennent chacune deux graines, dont une, à la vérité, avorte le plus ſouvent dans ce pays-cy, comme nous l'avons obſervé ; 2.° Qu'il n'auroit pas dû ici, plutôt que dans tant d'autres genres d'Ombelliféres, prendre pour un calice commun cette ſorte de fraiſe ou collet à rayons [b] qui ſe trouve à la baſe de chaque ombelle; 3.° Et qu'il devoit avertir qu'entre tant de fleurs contenues dans un ſeul calice, il n'y en avoit qu'une de *fertile*, puiſque ce prétendu *calice* s'étant transformé en fruit, ne renfermoit qu'une unique ſemence. Cette obſervation ſi peu exacte, quoique faite ſur des parties bien ſenſibles, doit jetter l'Etudiant dans l'incertitude par rapport aux caracteres que l'Auteur aſſigne à tous les autres genres, dont la diſpoſition ne paroît pas d'ailleurs telle qu'*on puiſſe*, comme il le veut [c], *dreſſer deſſus une Hiſtoire générale des Plantes, qui ſoit réguliére & commode.*

a *Plant. Umb. Tab.* 1. * *Fig.* ccc. *let. e. F. G.*

b *I. R. H. Tab.* 423. *Fig. C.*

c Elem. de Botan. p. 16.

Au reſte, s'il falloit entrer dans l'analiſe du caractere de tous les autres genre de cette 7me claſſe, qu'il n'a diſtingués que par la grandeur, la petiteſſe, ou les dimenſions indéterminées de leurs *fruits* & de leurs ſemences, on ſe rendroit trop ennuyeux.

VIII. CLASSE.

On paſſe à la 8me claſſe, qui eſt celle des *Plantes à fleurs-en-Oeillet*, leſquelles, comme on l'a déja dit, ne different point eſſentiellement des *fleurs-en-roſe*, puiſqu'elles ſont également formées ou compoſées de pluſieurs pétales diſpoſés en rond. Il eſt vrai que l'Auteur leur donne un calice en tuyau, mais hors le *Caryophyllus*, la *Lychnis*, & certaines eſpeces de *Limonium*, on ne trouve point ce tuyau. On ne le trouve pas même dans la 6me, la 12me, la 13me & la 20me *Lychnis* de la page 338; dans la 2d: de la page 339, & dans la 16me, la 17me & la 25me. de la page 24. du corollaire; & on auroit de la peine à faire voir la reſſemblance d'un Oeillet dans les fleurs de ces huit Plantes qu'il faut exclure de la *Lychnis*.

Mais ne pourroit-on pas douter que les fleurs ſoient de pluſieurs pétales dans quelques eſpeces de *Caryophyllus* & de

*Lychnis*, vû que ces pétales se trouvent si bien soudés ensemble à leur naissance, ou au dessous de l'ovaire, qu'il forment là comme un tuyau, lequel se déchire lorsque l'on veut séparer ces pétales ? Ce qui autorise ce doute, pour ne pas dire, ce qui le change en certitude, est que la fleur de la *Lychnis saponaria, convoluto folio. Pluk. Alm.* 232.[a] est si constamment d'une seule piece, qu'on n'y rencontre quelquefois pas une seule découpure naturelle, si ce n'est sur le bord. C'est pour cela, sans doute, que l'Auteur n'a pas jugé à propos de la rapporter ici, d'autant qu'elle auroit gâté, & le caractere de sa classe, & celui de son genre. S'il est de l'essence du caractere de ce même genre, que les fleurs de ses especes soient accompagnées d'un *pistile qui se change en fruit*, l'Auteur ne devoit pas mettre au nombre de ces especes la *Lychnis viscosa, flore majusculo quæ sterilis. B. Pin.* 206. Que deviendront d'ailleurs les individus purement mâles que nous avons remarqués dans la *Lychnis sylvest. alba, simplex. B. Pin.* 204. dans la *Lychnis alba, simplex, calice ampliss. vesicario. Boerh. Ind. alt.* 2. 256. dans la *Lychnis viscosa, fl. muscoso, minor. H. R. Par.* 112. dans la *Lychnis Auriculæ Ursi facie. B. Pin.*206.& & dans plusieurs autres especes qu'il seroit trop long de citer ? Il ne devoit pas dire que le fruit de la *Lychnis* n'a le plus souvent qu'une cavité, vû que les especes où il est ainsi, n'excedent pas en nombre celles où il est à trois loges, & qu'il s'en rencontre plusieurs autres especes qui l'ont partagé en cinq cellules. Et après avoir établi le caractere de la *fleur-en-Oeillet* par rapport à la pluralité de ses pétales, il ne devoit pas ranger au *Limonium* des Plantes qui, de son propre aveu, ne portent que des fleurs monopétales.

a Quæ *Saponaria concava, Anglica. B. Pin.* 206.

IX. CLASSE.

Si de toutes les classes de l'Auteur, il y en a une qui paroisse passablement bien établie, on peut dire que c'est la 9me; & cela, parce qu'il a eû beaucoup plus d'égard aux *fruits* qu'aux fleurs sur la structure, ou la forme, la régularité, ou l'irrégularité desquelles, de même que sur l'unité, ou la pluralité de leurs pétales, on ne peut, encore une fois, sans le secours de quelques autres parties, faire aucun établissement

qui vaille, en fait de classes, de familles ou de genres superieurs, ce qui est la même chose. Ainsi on ne doit pas trouver à redire qu'il abandonne ici son systême des fleurs. Ce qu'on improuve, sans doute, est 1.° Qu'il ait donné le nom de *fleurs-en-Lis* à toutes celles des Plantes que cette classe contient, vû qu'entre ces fleurs, il s'en trouve un nombre prodigieux où on ne voit aucun rapport ou pas la moindre ressemblance avec la fleur du Lis. 2.° Qu'il ait réduit le *Lilium Convallium*, le *Polygonatum* & le *Ruscus* dans sa 1^re classe; l'*Ananas*[a] dans la 2^de; le *Juncus*, le *Juncago*, le *Butomus*, le *Veratrum* & l'*Asparagus* dans la 6^me; l'*Orchis*, l'*Helleborine*, le *Calceolus*, le *Limodorum*, l'*Ophris* & le *Nidus-avis* dans la 11^me, d'autant qu'il est très-manifeste que ces quinze genres sont de la classe dont il s'agit. 3.° Que dans la 2^de section de cette classe où ne devroient être compris que les genres dont le prétendu calice des especes devient le fruit, il ait placé l'*Aloë*, vû que des quatorze Plantes qu'il rapporte à ce genre, il s'en trouve au moins douze du *pistile* desquelles *le fruit prend sa naissance*. 4.° Qu'il n'ait pas renfermé dans cette même section, le *Lilio-Narcissus*, le *Narcisso-Leucoïum*, & la *Bermudiana*, puisque leurs fleurs sont monopétales & non pas hexapétales comme il le prétend. 5.° Qu'il ait pris pour des racines ces parties enterrées qu'on nomme communément, les unes *tubercules charnus*, & les autres *bulbes* ou *Oignons*, lesquelles ne sont formées que des aisselles des feuilles; & que souvent sans necessité, il ait fait entrer ces sortes de parties cachées, dans le caractere de tant de genres. 6.° Enfin qu'il ait constitué en dignité de genre le *Liliastrum* dit Lis-de-Saint-Bruno, & le Lis-Jacinte[b], vû que par le caractere qu'il leur a imprimé, on ne voit pas trop par où celui-là peut réellement être different du *Phalangium*, & celui-ci du Lis ordinaire.

a *I. R. H.* 653.

b *Lilio-Hyacinthus.*

X. CLASSE.

Nous voici arrivés à la 10^me classe, où l'on voit que l'Auteur qui, dans la précédente avoit, pour ainsi dire, pris le véritable chemin, l'abandonne. Pour établir le caractere de cette classe, qui contient les Plantes légumineuses, il n'étoit

pas necessaire d'employer leurs fleurs, dont la structure est si équivoque, il suffisoit de s'en tenir à leurs gousses & à leurs goussettes, dont la marque de distinction est si univoque, qu'il n'y a personne qui, par ce seul endroit, ne puisse parfaitement bien démêler ces sortes de Plantes de toutes les autres. Si donc il eût suivi, comme il le devoit, ce qu'il avoit commencé, la *Siliqua* ne se trouveroit pas dans la 18^me^ classe, & on ne rencontreroit pas dans la 21^me^, le Sené, la Poinciane [a], la Casse & le Tamarin [b].

a *Poinciana.*
b *I. R. H.* 660.

Ces remarques, qui ne regardent que le gros de cette derniere classe, tombent aussi sur la 22^me^, laquelle n'étant qu'une suite de celle-ci, devroit être supprimée pour les raisons rapportées vers le commencement de cet écrit.

XI. CLASSE.

Comme l'établissement de la 11^me^ classe n'est fondé que sur l'irrégularité des fleurs, & la pluralité de leurs pétales, on juge bien qu'elle ne sauroit subsister, vû que par nos observations sur la 5^me^ classe, nous faisons voir que ces deux principes sons impraticables. Au reste, les vingt-un genres réduits à cette classe, n'en portent pas tous le caractere : car, la fleur de l'*Aquilegia* n'est point irréguliére, à moins [ comme l'a fait l'Auteur ] qu'on ne prenne le calice de cette fleur pour des pétales, & la fleur de la prétendue 15^me^ espece de *Thalictrum* [a], pour une fleur-en-rose, quoi que d'une structure & d'une forme parfaitement semblables à celle de l'*Aquilegia*, où il faut rapporter cette Plante, & la confondre avec la 12^me^ espece de l'Auteur, laquelle est la même Herbe placée dans deux classes différentes. On ne peut pas montrer que le *Chamæbuxus* de l'Auteur [b] & la *Penæa* du P. Plumier [c] qui sont deux genres à supprimer, & dont il faut rapporter les Plantes qu'ils contiennent à la *Polygala* [d]; on ne sauroit montrer, dis-je, que les fleurs de ces deux Plantes soient polypétales, sans prendre, avec ces Auteurs, les deux grands lobes de leur calice pour autant de pétales.

a *I. R. H.* 270.
b Mem. de l'Acad. an. 1705. p. 238.
c *Nov. Gen.* 22.
d *I. R. H.* 174.

Quand on examinera bien les choses, on reconnoîtra dans l'*Aconitum* & dans le *Delphinium* que ce que l'Auteur a pris pour la fleur même, n'en est veritablement que le calice; &

on ne demeurera pas d'accord que les fleurs de la *Fumaria* & de la *Capnoïdes* ne ſont que de deux pieces, comme l'ont publié après lui quelques autres maîtres qui, au lieu d'étudier la nature, & de s'en rapporter à ſes témoignages non ſuſpects, ont mieux aimé s'en tenir à ceux des Auteurs. Enfin, on trouvera que les fleurs de l'*Orchis*, de l'*Helleborine*, du *Calceolus*, du *Limodorum*, de l'*Ophris* & du *Nidus-avis* ſont d'une ſeule piece & non pas de ſix pétales. Voilà donc huit genres à bannir de cette claſſe, & deux à ſupprimer.

XII. CLASSE. La deſcription que l'Auteur a donnée des fleurons & des fleurs qui en ſont compoſées, prouve évidemment que le *Xanthium*, l'*Ambroſia*, le *Gnaphalodes*, la *Scabioſa*, le *Dipſacus*, la *Globularia* & l'*Amaranthoïdes* [a] n'étoient pas des genres à aſſujetir, comme il a fait, aux loix de ſa 12me claſſe où nous entrons, d'autant que dans leurs amas de fleurs, il ne ſe trouve point de veritables fleurons dont il n'admet d'ailleurs qu'une eſpece dans le caractere de cette claſſe, quoique parmi les Plantes qu'elle renferme, & que nous avons diviſées en Cynarocephales [b] & en Corymbiferes à fleurs en diſque [c], nous en ayons fait remarquer de trois autres ſortes, ſavoir de mâles, de femelles & de neutres. D'entre ces deux familles de Plantes qu'il a confondues, & qu'on diſtingue néantmoins ſi aiſément par la forme de leurs calices, la conſiſtance de leurs écailles & la figure de leurs fleurons, il ne devoit pas exclure le *Xeranthemum* & la *Carlina* pour les placer parmi les Plantes à fleurs radiées, puiſqu'il eſt conſtant que les fleurs des eſpeces de ces deux genres ne ſont compoſées que de fleurons. Il ne devoit pas auſſi mettre pêle-mêle dans la *Conyza* & le *Bidens*, qui ſont des genres renfermés dans la claſſe dont il s'agit, & des Plantes à fleurs radiées, & des Plantes à fleurs compoſées ſeulement de fleurons. Il a fait un ſemblable mêlange dans la *Matricaria*, le *Chamæmelum* & la *Cotula*, qui ſont trois genres de ſa 14me claſſe, & dans leſquels par conſéquent il ne devroit ſe rencontrer que des Plantes à fleurs radiées. D'où viennent, contre des principes qui doivent être ſûrs & invariables, & qu'on aſſûre tels, tous ces

a *I. R. H.* 654.

b Mem. de l'Acad. an. 1718. p. 148.

c. Mem. de l'Acad. an. 1719. p. 277.

ces mélanges & toutes ces confusions, sinon, de l'impossibilité qu'il y a de les réduire en pratique, & de séparer les Corymbiféres à fleurs en disque de celles à fleurs radiées. Si cet Auteur *a fait*, comme le dit un savant Botaniste, *une étude plus particuliere des Plantes à fleurs composées de fleurons, & des Plantes à fleurs radiées, que de toutes les autres Plantes*, il paroît qu'il ne les a pas mieux traitées. On nous a reproché, à la vérité, que dans nos classes des Cynarocéphales & des Corymbiféres, *nous ne paroissons différens de cet illustre Auteur, que parce que nous appellons fleuron mâle, cette sorte de fleuron que M. Tournefort désigne sous celui de fleuron stérile, & que nous nommons fleuron androgyn & fleuron neutre, ces fleurons parfaits & ces fleurons monstrueux, dont M. Tournefort donne des figures très-exactes, ce qui suppose qu'il les avoit examinés & qu'il les connoissoit.* Mais comme on ne doit compter que sur les faits, on nous trouvera bien différens de cet illustre Auteur, quand on prendra la peine de confronter nos Cynarocéphales & nos Corymbiféres, avec sa 12[me] & sa 14[me] classes qui, sous d'autres titres, traitent non seulement des mêmes Plantes, mais encore de beaucoup d'autres qui n'y ont aucun rapport. On trouvera par cette confrontation, que le prétendu *fleuron stérile de M. Tournefort*, ne peut être la même chose que notre fleuron mâle; puisque celui-là ne se rencontre que dans le *Xanthium*, l'*Ambrosia* & le *Gnaphalodes*, qui sont trois faux genres de sa 12[me] classe, & qui ne se trouvent, ni entre nos Cynarocéphales, ni parmi nos Corymbiféres. On trouvera que nos fleurons androgyns qui, outre qu'ils sont presque toujours réguliers, doivent essentiellement être garnis d'une gaîne formée par l'union des sommets de leurs étamines, & enfilée par la trompe de l'ovaire, ne répondent pas aux prétendus fleurons de la Scabieuse du Chardon à Bonnetier [d], de la Globulaire & de l'*Amaranthoïdes*, qui sont quatre autres faux genres de sa 12[me] classe. On verra que les fleurons androgyns qui sont les seuls que cet Auteur décrit & fait entrer dans le caractere de sa 12[me] & sa 14[me] classe, ne quadrent 1°, ni avec les fleurons

[d] *Dipsacus.*

femelles qui se rencontrent dans les fleurs du *Xeranthemum* 2°. ni avec les fleurons mâles & les fleurons femelles, qui composent ensemble & la fleur de la 13me espéce de *Conyza* de M. Tournefort, laquelle est la 1re de notre *Tarconanthos* [e], & la fleur de la *Matricaria Americ. Ambrosiæ folio, parvo flore albo. I. R. H. 666.* que nous rapportons à notre genre d'*Hysterophorus* [f]; 3°. ni avec les fleurons qui bordent la fleur de la 4me espéce de *Cotula* [g] de M. Tournefort, vû qu'il les prend pour des demi-fleurons; 4°. ni avec les fleurons du Souci [h], lequel n'en porte ordinairement que de mâles; 5°. ni enfin avec ces fleurons neutres qui, dans nos Plantes Cynarocéphales, entourent le disque des fleurs que nous appellons à couronne : d'où on conclura qu'encore que *M. Tournefort donne des figures* de quelques *fleurons neutres*, on ne peut pas dire qu'il les eût examinés, ni qu'il les connût véritablement pour ce qu'ils sont, ainsi qu'on le suppose.

[e] Mem. de l'Académie, an. 1719. p. 310.

[f] Mémoire de l'Acad. an. 1720. p. 335.

[g] *I. R. H.* 495.

[h] *Caltha.*

XIV. CLASSE. Par cette confrontation, on trouvera aussi que le caractère de la 14me classe de l'Auteur, & celui de chacun des genres qu'elle renferme, ne sont point existans; puisque les demi-fleurons des fleurs radiées sont ou femelles ou neutres, & qu'il ne s'y en rencontre jamais d'androgyns, qui sont aussi les seuls que cet illustre Auteur ait décrit, lesquels ne se trouvent que dans les Plantes de sa 13me classe.

XIII. CLASSE. Entre les deux classes dont on vient de parler, se rencontre celle *des Herbes & des Sous-arbrisseaux à fleurs, composées de demi-fleurons.* On ne peut pas dire qu'elle soit bien placée là, puisqu'avant & après elle se trouvent des Plantes à fleurs radiées: Et on doit observer 1°. Que ni le titre, ni le caractere que l'Auteur donne à cette 13me classe, ne sauroient convenir à toutes les Plantes qu'il faut y rapporter, vû que nous avons eu l'honneur d'en faire voir une à la Compagnie *, dont les fleurs étoient composées de fleurons. 2°. Et que les expédiens dont il s'est servi pour établir des différences entre la plûpart des genres de cette classe, sont insuffisans, & ne les font point connoître. Pour en être pleinement convaincu, on n'a qu'à confronter ces expédiens avec ceux que nous

* Le 4. Juin, 1721.

avons employés pour différentier les genres de notre 3me classe, laquelle traite des mêmes Plantes sous le titre de Chicoracées, & à parcourir le dénombrement des espéces que nous rapportons à chacun de ces mêmes genres.

Ce qui fait ici un contraste remarquable, est que l'Auteur passe subitement des Plantes les plus riches en fleurs, puisqu'elles en portent de deux sortes [a], à celles qui n'en ont point du tout : car on ne peut se résoudre à prendre pour des fleurs, ces parties qu'on nomme étamines, lesquelles, selon cet Auteur, se trouvent placées vers le centre des fleurs à pétales, où là [ ce qui est à remarquer ] il les fait servir de vaisseaux excrétoires aux jeunes fruits; au lieu qu'ici où les jeunes fruits n'ont apparemment que faire d'elles, il les occupe à décharger les excrémens de cette partie qui leur sert d'enveloppe. Or il prétend que cette enveloppe qu'il appelle le calice de ces fleurs si étranges, devient dans la suite la capsule ou couverture immédiate des semences. Mais si ce paradoxe est faux, comme on va le prouver, il s'ensuit que le caractere de la 15me, la 18me & la 19me classe l'est aussi, & qu'il en doit être de même de celui de tous leurs genres. Qui est-ce, par exemple, qui en voyant la fleur du Cabaret [b], prendra jamais pour la partie postérieure d'un calice, ce corps divisé intérieurement en six loges pleines de semences; vû qu'il est essentiel à un calice de n'avoir qu'une cavité, & de servir de couverture ou du moins d'emboiture à la fleur? Et qui est-ce au contraire qui ne dira pas d'abord que ce prétendu calice est la véritable fleur, & que ce corps qu'elle contient, & qui est seulement collé à ses parois, est un ovaire tout-à-fait indépendant d'elle? Au reste, quand on lui accorderoit, que *le Cabaret est un genre de Plantes dont les fleurs sont à étamines*, & par consequent genre de sa 15me classe, on pourroit faire voir en même temps, contre ce qu'il a établi, que l'*Hypocistis* [c] qui se trouve dans la 1re classe; la *Pimpinella* dans la 2de; l'*Aristolochia* dans la 3me; l'*Hæmanthus* [d], le *Crocus*, le *Narcissus*, l'*Iris*, l'*Hermodactylus* [e], le *Xiphion*, le *Sisyrinchium*, le *Gladiolus*, le *Lilio-Narcissus*, le *Narcisso-*

XV. CLASSE.

[a] Des fleurons & des demi-fleurons.

[b] *Asarum.*

[c] *Cor. I. R. H. 46.*

[d] *I. R. H. 657.*

[e] *Cor. I. R. H. 50.*

*Leucoïum*, & la *Bermudiana*, qui se rencontrent dans la 8$^{me}$; l'*Orchis*, l'*Helleborine*, le *Calceolus*, le *Limodorum*, l'*Ophris*, le *Nidus-avis* dans la 11$^{me}$, & l'*Elæagnus*[f] dans la 20$^{me}$; on pourroit, dis-je, faire voir que ces vingt-un genres épars dans tant de classes différentes, devroient, suivant les principes de l'Auteur, se rencontrer dans celle du Cabaret; vû que le prétendu calice de leur fleur sert d'enveloppe immédiate aux semences, & que ce calice & cette fleur cutanée, ne font en apparence [comme ce que cet Auteur prend dans le Cabaret pour un simple calice] qu'un seul & même continu.

f Cor. I. R. H. 53.

S'il est essentiel que le calice des fleurs à étamines serve d'enveloppe immédiate aux semences, on ne voit pas qu'il puisse être destiné à cet usage dans le *Syperoïde*, le *Mays*, la *Lacrima-Job*, le *Ricinus*, la *Spinacia*, la *Salicornia*[g], le *Cynocrambe*[h], la *Cannabis*, la *Cannabina*[i], la *Mercurialis*, l'*Urtica*, le *Lupulus*, la *Ceratoïdes*[k], le *Buxus*, l'*Empetrum*[l], le *Terebinthus*, le *Lentiscus*, le *Rhamnoïdes*[m], la *Casia*[n], l'*Ephedra*[o], & dans toutes les Plantes de la 19$^{me}$ classe de l'Auteur, puisque ce calice ne contient que les étamines, & que les semences de ces Plantes naissent dans des endroits différens que ceux qu'occupe ce calice, & souvent même sur d'autres individus. D'ailleurs, si cet Auteur n'a pas fait de difficulté de réduire sous la même catégorie, & les Plantes, où le *pistile* & les étamines se trouvent dans le même calice, & celles où ces deux sortes de parties naissent séparément, il auroit dû rapporter à sa 15$^{me}$ classe le *Potamogeton*, qui est dans la 5$^{me}$, le *Xanthium*, l'*Ambrosia*, & le *Gnaphalodes*, qu'on voit dans la 12$^{me}$; puisque, suivant les regles qu'il établit, ces quatre genres portent le caractere des *Plantes dont les fleurs sont à étamines.* Enfin, s'il est de l'essence de ces fleurs d'avoir un calice, cette partie n'auroit pas dû manquer aux prétendues étamines de l'*Equisetum*, à celles de la *Salicornia*, & de certaines espéces de *Fraxinus*; & il devoit l'admettre aux fleurs de la *Typha* & du *Sparganium*. On nie que le calice de la *Beta*, de l'*Acetosa*, du *Lapathum*, de l'*Atriplex* & du *Rhamnoïdes* soit de plusieurs piéces, comme l'Auteur

g Cor. I. R. H. 51.
h Ibid. 52.
i Ibid. 52.
k Ibid. 52.
l I. R. H. 519.
m Cor. I. R. H. 52.
n Ibid. 53.
o Ibid. 53.

le prétend, vû qu'il devient l'enveloppe immédiate, non pas de la ſemence, mais de l'ovaire qui la renferme; car un calice de pluſieurs piéces périt avec la fleur, au lieu que celui qui n'eſt que d'une ſeule piéce, ſubſiſte & s'accroît juſqu'à la parfaite groſſeur ou grandeur de la capſule ſéminale, ſurtout, lorſqu'il la contient, & qu'elle ne peut ſe paſſer de ſon ſecours pour parvenir à ſa maturité.

Mais c'eſt aſſez, & peut-être trop inſiſter ſur ces prétendues fleurs à étamines; on ne veut, pour les détruire ſans reſſource, que l'expoſition des Figures que l'Auteur donne de leurs parties.

Les douze étamines *B* du Cabaret [p] s'élevant, non du prétendu calice *CE*, mais d'une eſpéce de plancher qui couvre ſix cellules *F* diſpoſées en rond autour d'un placenta où ſont attachées les ſemences que ces cellules renferment; & ces étamines *B* entourant d'ailleurs une trompe dont le pavillon eſt une étoile à ſix rayons, il eſt tout-à-fait incroyable que ce prétendu calice puiſſe être lui-même toutes ces ſortes de parties. Donc la fleur à étamine, dans le Cabaret comme ailleurs, n'eſt qu'une pure chimere.

[p] *I. R. H. Tab.* 286.

La fleur du Frêne commun [q] étant une fleur ſans calice, & formée ſeulement des ſommets *CD*, d'entre leſquels part le *piſtile F;* & ce *piſtile* devenant la capſule *FG*, contenant la ſemence *H;* cette ſuppoſée fleur à étamines n'eſt pas moins apocriphe que les autres.

[q] *I. R. H. Tab.* 343.

Le prétendu calice *C* du Carouge [r] n'étant point employé par l'Auteur à envelopper, je ne dis pas les ſemences *F*, mais même la gouſſe *E* provenant du *piſtile D*, & dans laquelle ſont contenues ces ſemences *F*, prouve que la fleur des Plantes de ce genre n'eſt point du nombre des fleurs à étamines.

[r] *I. R. H. Tab.* 344.

Enfin, [ car on ne finiroit pas, s'il falloit tout repaſſer, ] enfin, dis-je, le *piſtille DE* de l'Ozeille [s] étant terminé par un corps ordinairement à trois branches frangées *FGH*, établit conjointement avec tous les *piſtiles* du monde qu'on dit devenir *fruits* ou *ſemences*, & qui, comme lui, ſont toujours ſurmontés d'un corps que nous appellons *trompe*, de quelque

[s] *I. R. H. Tab.* 287.

figure qu'il ſoit; ce *piſtile* établit, dis-je, cette vérité, qu'il n'eſt point une ſemence nue, mais l'ovaire membraneux qui la contient, vû qu'une ſimple ſemence n'a jamais eu de trompe, ni n'en aura jamais que dans l'opinion de ceux qui ſuivent la méthode de l'Auteur.

Au reſte, cet Auteur devoit rapporter à cette 15me claſſe & au genre du *Lapathum*, la Plante en faveur de laquelle il lui a plû de créer celui de *Rhabarbarum*, contenu dans la 1re claſſe; & il n'auroit pas dû ranger au *Fraxinus*, le quatriéme Arbre qu'on y voit, d'autant que ſa fleur, qu'il dit ſtérile, eſt à quatre pétales, garnie d'un calice, & que le *piſtile* devient une capſule contenant une ſemence fertile.

XVI. & XVII. CLASSE.

Quoique la 16me & la 17me claſſe ne ſoient pas mieux établies que les autres, comme leur caractere ne roule nullement ſur les fleurs, on ne s'arrêtera pas à les paſſer en revûe: on dira ſeulement que l'Auteur n'auroit pas dû réduire le *Lichen* dans celle-là; vû que ſes eſpéces ſont des Plantes Fungueuſes, ni mettre ſous celle-ci, le *Muſcus*, dont la ſtructure des fleurs & des capſules ſéminales ſe manifeſte à l'œil nu; ni les Plantes marines qui doivent conſtituer une famille particuliere, ainſi que les Plantes Fungueuſes, les Capillaires & les Graminées qu'il entremêle également avec des Plantes qui en ſont fort différentes. D'un autre côté, il devoit exclure du nombre des Plantes marines la *Tubularia*, qui appartient au regne Animal & non pas au Végétal.

XVIII. & XIX. CLASSE.

A l'égard de la 18me & de la 19me claſſe, on a enveloppé les remarques générales qu'on avoit à y faire, dans celles de la 15me, dont l'une & l'autre ne ſont que des ſuites.

XX. CLASSE.

La 20me claſſe qui, par rapport à ſon titre, ne devroit contenir que des Arbres & des Arbuſtes à fleurs monopétales, en contient cependant à fleurs tétrapétales, telles ſont celles du *Rhamnus*, premier genre de cette claſſe; & celles des deux dernieres Plantes rapportées à celui de *Phyllirea*. On dira, en paſſant, que l'Auteur a pris le calice du *Rhamnus* pour la fleur même, & qu'il ne s'eſt pas apperçu que les eſpéces de ce genre ſont ordinairement partagées en individus

mâles & en individus femelles. On trouve aussi dans cette classe beaucoup de Sous-arbrisseaux & même quelques Herbes, celles-ci dans la *Thymelæa* & dans le *Sambucus*, & ceux-là dans la même *Thymelæa* & dans l'*Erica*, sans compter l'*Uva-Ursi* & le *Viscum*. Ce qu'on peut encore remarquer, & qui fait contre les principes de l'Auteur & pour les nôtres, par rapport à nos Dipsacées, est qu'il mêle ici les Plantes dont les fleurs sont régulieres avec celles à fleurs irréguliéres; & qu'il y grouppe, pour ainsi dire, ou qu'il y marie les *gueules* ou les *masques*, les *entonnoirs*, les *bassins*, les *rosettes*, les *cloches* & les *grelots*, qui s'accommodent là tous ensemble, ce qu'ils ne sauroient faire parmi les classes des Herbes & des Sous-arbrisseaux, où on les fait servir séparément de marques de distinction. On ne voit pas où étoit la nécessité d'établir dans cette 20^me^ classe, les genres de *Caprifolium* & de *Xilosteon*; puisque les Plantes du premier pouvoient, sans la moindre difficulté, se réduire au *Periclymenum*; & celle du dernier, au *Chamæcerasus*. De cette classe composée de Plantes de la 1^re^, la 2^de^, la 3^me^, la 6^me^ ou 21^me^, de la 10^me^ ou 22^me^, à qui appartiennent l'*Acacia* & la *Mimosa*; & enfin de la 15^me^, où le *Viscum* devroit se rencontrer, nous passons à la classe *des Arbres & des Arbustes à fleurs-en-rose*, laquelle n'est qu'une dépendance de la 6^me^.

XXI. CLASSE.

Dans cette 21^me^ classe, où, suivant les préceptes de l'Auteur, ne devroient se trouver que des genres de Plantes à fleurs réguliéres, on y rencontre néantmoins ceux d'*Hippocastanum*, de *Senna*, de *Poinciana*, de *Cassia* & de *Tamarindus*, dont les fleurs sont irréguliéres. On y voit, outre cela, quantité de Sous-arbrisseaux & même des Herbes, comme sous les genres de *Rubus* & de *Senna*. D'ailleurs nous avons fait voir par nos remarques sur la 10^me^ classe, que ce dernier genre, ceux de *Poinciana*, de *Cassia*, & de *Tamarindus*, auroient dû être placés, ou dans cette 10^me^ classe, ou dans la 22^me^, qui en fait partie, & qui est la derniere de cet Auteur célebre.

XXII. CLASSE.

Quoique cette derniere classe soit intitulée *Des Arbres & des Arbustes à fleurs papilionacées*, ces grandes & ces

moyennes Plantes sont justement celles dont elle est la moins pourvue, le plus grand nombre n'étant que des Sous-arbrisseaux entremêlés d'Herbes.

---

# TRAITE'

## *Des Progressions Arithmétiques de tous les Degrés à l'infini.*

### Par M. DE LAGNY.

### DE'FINITIONS.

I.

13. May. 1722. SI dans une Série indéfinie de nombres entiers toujours croissans, l'on ôte le premier & plus petit nombre du second, le second du troisiéme, le troisiéme du quatriéme, & ainsi de suite à l'infini : soit la Série des restes appellée *la Série des premiéres différences.*

II.

Si ces premiéres différences sont inégales, & qu'on ôte la première différence de la seconde, la seconde de la troisiéme, la troisiéme de la quatriéme, & ainsi de suite à l'infini : soit la Série des restes appellée *la Série des secondes différences.*

III.

Si ces secondes différences sont inégales, & qu'on ôte la premiere de la seconde, la seconde de la troisiéme, la troisiéme de la quatriéme, & ainsi de suite à l'infini : soit la Série de ces restes appellée *la Série des troisiémes différences ;* & ainsi de suite à l'infini pour les Séries des quatriémes, des cinquiémes, &c. différences.

IV.

Lorsque par une telle soustraction continuelle, on parvient à une Série de restes tous égaux, soit la Série de ces restes appellée *la Série des dernières différences*, ou *la Série des différences constantes.*

V.

V.

*Progression arithmétique*, proprement dite, est une Série indéfinie de nombres entiers toujours croissants, dont les derniéres différences sont *constantes*; mais on peut aussi définir plus généralement & par analogie la progression arithmétique, en disant que c'est *une Série indéfinie de grandeurs quelconques homogénes croissantes ou décroissantes, dont les dernieres différences sont constantes.*

*Explication de ces Définitions.*

La premiere des progressions arithmétiques, la progression fondamentale, celle qui donne par analogie le nom à toutes les autres, c'est la Série naturelle des nombres.

1, 2, 3, 4, 5, &c.

Dans cette Série la premiere différence est aussi la derniere, & elle est de plus égale au premier terme, qui est l'unité. La différence constante = 1.

Cette autre Série 3, 7, 11, 15, 19, 23, &c, est aussi une Série arithmétique du même degré que la précédente. Le premier terme est 3, & la premiere & derniere différence: la différence constante = 4.

La Série des grandeurs égales représentée le plus simplement qu'il est possible par la Série des Unités, comme 1, 1, 1, 1, 1, &c. ne peut qu'improprement être appellée *Progression arithmétique*, dont la premiere & derniere différence, ou la différence constante est 0. Ce n'est pas proprement une progression; elle n'avance point, *non progreditur*, mais c'est pourtant la Série qui par l'addition continuelle de ses termes forme la premiere progression arithmétique ci-dessus, 1, 2, 3, 4, 5, &c. de même précisément que par l'addition continuelle des termes de la progression arithmétique du premier degré 1, 2, 3, 4, 5, &c. on forme la progression arithmétique la plus simple du second degré 1, 3, 6, 10, 15, &c. On peut donc appeller par analogie, la progression 1, 1, 1, 1, 1, &c. progression arithmétique du 0 degré; &

cette analogie n'eſt pas inutile dans l'application qu'on en peut faire au calcul intégral dans la Géométrie.

Si l'on propoſe cette Série indéfinie de nombres,

1, 3, 6, 10, 15, &c.

On aura par ſouſtraction réitérée les premieres & ſecondes différences ſuivantes :

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1, | 3, | 6, | 10, | 15, | &c. |
| | | 1, | 3, | 6, | 10, | &c. |
| 1.$^{res}$ Différences | | 2, | 3, | 4, | 5, | &c. |
| | | | 2, | 3, | 4, | &c. |
| 2$^{des}$ Différ. conſtantes | | | 1, | 1, | 1, | &c. |

C'eſt la Série des nombres triangulaires, la plus ſimple de toutes les progreſſions du ſecond degré.

Si l'on propoſe cette Série indéfinie de nombres.

1, 4, 9, 16, 25, &c.

On aura par ſouſtraction réitérée les premieres & ſecondes différences ſuivantes.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1, | 4, | 9, | 16, | 25, | &c. |
| | | 1, | 4, | 9, | 16, | &c. |
| 1.$^{res}$ Différences | | 3, | 5, | 7, | 9, | &c. |
| | | | 3, | 5, | 7, | &c. |
| 2$^{des}$ Differ. conſtantes, | | | 2, | 2, | 2, | &c. |

C'eſt la Série des nombres quarrés.

Si l'on propoſe cette Série indéfinie de nombres ;

1, 4, 10, 20, 35, &c.

On aura par ſouſtraction réitérée les premieres, ſecondes & troiſiémes différences ſuivantes.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1, | 4, | 10, | 20, | 35, | &c. |
| | | 1, | 4, | 10, | 20, | &c. |
| 1.res Différences | | 3, | 6, | 10, | 15, | &c. |
| | | | 3, | 6, | 10, | &c. |
| 2.des Différences .... | | | 3, | 4, | 5, | &c. |
| | | | | 3, | 4, | &c. |
| 3.mes Différences constantes .. | | | | 1, | 1, | &c. |

C'est la Série des nombres pyramidaux, la plus simple des progressions du troisiéme degré.

Si l'on propose cette Série indéfinie de nombres,

1, 8, 27, 64, 125, &c.

On aura par soustraction réitérée, les premieres, secondes & troisiémes différences suivantes.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1, | 8, | 27, | 64, | 125, | &c. |
| | | 1, | 8, | 27, | 64, | &c. |
| 1.res Différences | | 7, | 19, | 37, | 61, | &c. |
| | | | 7, | 19, | 37, | &c. |
| 2.des Différences .... | | | 12, | 18, | 24, | &c. |
| | | | | 12, | 18, | &c. |
| 3.mes Différences constantes | | | | 6, | 6, | &c. |

C'est la Série des nombres cubes, & ainsi des autres à l'Infini.

### REMARQUE I.

Je n'ai donné que des exemples de progressions arithmétiques croissantes & non des décroissantes. On peut aisément appliquer à ces dernieres progressions ce qui a été dit des premieres. Il y a pourtant une raison essentielle pour se fixer d'abord aux progressions croissantes. C'est qu'il n'y a proprement que celles de cette espéce qui puissent être con-

tinuées réellement à l'infini : & je n'ai principalement en vue que celles-ci par rapport au calcul intégral & géométrique ; car par exemple la progression suivante

19, 11, 7, 3, — 1 — 5 — 9 — 13, &c.

peut bien par analogie être continuée à l'infini, au moyen des termes négatifs — 17 — 21 — 25, &c. mais elle finit réellement au terme positif 3, & les termes négatifs — 1 — 5 — 9 — 13, &c. ne sont qu'improprement & seulement par une espéce d'analogie, des termes de la progression réelle descendante.

Cependant ces sortes de Séries mixtes composées en partie de termes positifs & en partie de termes négatifs, peuvent être d'usage & d'un très-grand usage dans les Séries *des homogenes de comparaison* pour la résolution des Equations composées de termes moyens, partie positifs, & partie négatifs, & ma méthode les comprend également comme les Séries toutes positives.

## REMARQUE II.

Lorsqu'une Série, soit primitive, comme celle qui est d'abord proposée, soit subalterne, comme celles des premieres, ou secondes ou troisiémes, &c. différences, n'est pas toujours croissante ; mais qu'au contraire elle est décroissante, ou d'abord au second terme, ou bien après quelques termes positifs, alors la soustraction continuée donne des différences négatives au premier terme décroissant, parce qu'ôtant un nombre positif plus grand d'un nombre positif plus petit la différence est négative + 7 ôté de + 5, il reste — 2. Et lorsqu'on soustrait ces différences négatives des termes supérieurs correspondans, s'ils sont positifs, la différence est la somme des deux termes correspondants, parce que le négatif étant ôté du positif, il reste la somme des deux. Ainsi ôtant — 2 de + 3, il reste 5 ou + 5.

Si les deux termes sont négatifs ; alors il y a trois cas.

1.° S'ils sont égaux il reste 0.

2.° Si l'inférieur est plus petit que le supérieur, c'est une véritable soustraction, & la différence est négative.

3.° Si l'inférieur est plus grand que le supérieur, il faut ôter le plus petit du plus grand, & le reste où la différence doit avoir le signe +.

Ainsi — 7 ôté de — 7, il reste 0.
— 7 ôté de — 11, il reste — 4.
& — 7 ôté de — 5, il reste + 2.

On verra des exemples utiles de ces remarques dans la résolution des Equations par les Séries des homogenes de comparaison, & c'est un des principaux usages de ma méthode.

VI.

Si les premieres différences sont constantes, la Série proposée est une progression arithmétique du premier degré.

Si ces premiéres différences étant inégales, les secondes sont constantes, la Série est une progression arithmétique du second degré.

Si ces secondes différences étant inégales, les troisiémes différences sont constantes, la Série est une progression arithmétique du troisiéme degré, & ainsi de suite à l'infini.

VII.

Le premier & le plus petit terme donné d'une Série ascendante proposée, je l'appelle le dernier nombre *générateur*. Mais si la progression est descendante, c'est le premier & le plus grand terme de la Série qui est le dernier nombre *générateur*.

La premiere des premieres différences, je l'appelle le penultiéme nombre *générateur*.

La premiere des secondes différences, je l'appelle l'anté-pénultiéme nombre *générateur*, & ainsi des autres à l'infini.

La premiere des dernieres différences, c'est-à-dire la différence constante, je l'appelle le premier nombre *générateur*.

Ainsi dans la Série naturelle des nombres cubes ci-dessus,

Le premier nombre *générateur* est 6, derniére différence constante.

Le second eſt 12, premiere des pénultiémes différences.

12, 18,

Le troiſiéme eſt 7, premiere des antépénultiémes différences,

7, 19, 37,

Et le quatriéme & dernier nombre générateur eſt le premier terme 1 de la Série

1, 8, 27, 64, 125.

Cet ordre des nombres générateurs oppoſé à celui des différences, eſt fondé ſur la ſynthéſe des progreſſions oppoſées à leur analyſe.

J'appelle ces nombres, *Nombres générateurs*, parce qu'ils ſervent ſeuls & néceſſairement à former par addition ou ſouſtraction ſimple, la Série indéfinie de la progreſſion donnée, ſuppoſé qu'on en connoiſſe la quantité *ſuffiſante* de termes, c'eſt-à-dire deux termes dans la progreſſion du premier degré : trois termes dans la progreſſion du ſecond degré : quatre termes dans la progreſſion du troiſiéme degré, &c. c'eſt-à-dire en général un terme de plus que l'expoſant du degré de la progreſſion ne contient d'unités.

## VIII.

J'appelle Equations *ſemblables arithmétiquement* toutes celles où il n'y a préciſément de différence que dans le terme entierement connu, que j'appelle, après Viete, l'*homogene de comparaiſon.*

Ainſi lorſqu'en gardant les mêmes coëfficiens connus, on change ſeulement par une ſubſtitution *réguliére* la valeur de l'inconnue, il en réſulte une Série réglée d'homogenes de comparaiſon. Par exemple, dans les Equations ſuivantes.

$$\left.\begin{array}{l} xx+13x=14. \\ xx+13x=30. \\ xx+13x=48. \end{array}\right\} \left\{\begin{array}{l} x^3+10x=11. \\ x^3+10x=28. \\ x^3+10x=57. \\ x^3+10x=104. \end{array}\right\} \left\{\begin{array}{l} -x^3+20xx-7x=12. \\ -x^3+20xx-7x=58. \\ -x^3+20xx-7x=132. \\ -x^3+20xx-7x=228. \end{array}\right.$$

Il y trois Equations *ſemblables arithmétiquement* dans le ſecond degré, & deux fois quatre Equations *ſemblables arithmétiquement* dans le troiſiéme degré, & de même dans une Equation du cinquiéme degré propoſée à réſoudre comme celle-ci,

$x^5-3717x^4+27833x^3-438xx+93813x=z$ quelconque.

On formera ſix Equations *ſemblables arithmétiquement* par la ſubſtitution de

$$\begin{array}{l} x=1. \\ x=2. \\ x=3. \\ x=4. \\ x=5. \\ x=6. \end{array}$$

Car appellant généralement l'*homogene de comparaiſon z*, on aura

$$\begin{array}{l} z=117492. \\ z=349098. \\ z=728154. \\ z=1199028. \\ z=1617240. \\ z=1749582. \end{array}$$

Et par le moyen de ces ſix *homogenes de comparaiſon*, l'on trouvera les valeurs cherchées de $x$ dans l'Equation propoſée $x^5-3717x^4$, &c. $=z$ quelconque.

Il en eſt de même de toute autre Equation préparée, en continuant par addition ſimple ou par ſouſtraction, ſelon que les nombres générateurs & leurs différences ſont des nombres poſitifs ou négatifs; en continuant, dis-je, ainſi la *Série*

*des homogenes de comparaison*, on trouvera les valeurs de l'inconnue. Les exemples éclairciront ce que je ne fais ici qu'indiquer, sans donner les abrégés.

J'appelle ici substitution *réguliere* celle qui se fait en substituant à la place de l'inconnue, une progression arithmétique quelconque de nombres entiers,

Comme $x = 1.$
$x = 2.$
$x = 3.$
$x = 4.$
&c.
ou $x = 10.$
$x = 20.$
$x = 30.$
$x = 40.$
&c.
ou $x = 100.$
$x = 200.$
$x = 300.$
$x = 400.$
&c.
ou $x = 1000.$
$x = 2000.$
$x = 3000.$
$x = 4000.$
&c.
Et ainsi de suite.

Il est évident que la premiere substitution de $x = 1.$
$x = 2.$
$x = 3.$
$x = 4.$
&c.

est la plus simple, la plus naturelle, & par conséquent la plus *réguliere* qu'il soit possible. Il faut toujours commencer par celle-là, & la continuer seulement jusqu'à un terme de plus que l'exposant du degré de l'Equation ; c'est-à-dire, qu'il n'y

a que

a que trois ſubſtitutions à faire de $x = 1$, de $x = 2$, & de $x = 3$, pour les Equations du ſecond degré; qu'il n'y a que quatre ſubſtitutions à faire de $x = 1$, de $x = 2$, de $x = 3$, & de $x = 4$, pour les Equations du troiſiéme degré, & ainſi de ſuite.

Il réſulte de ces ſubſtitutions, une Série d'homogenes de comparaiſon, & je démontrerai ci-après, qu'à quelque degré que puiſſe monter l'Equation propoſée, de quelque nombre de termes moyens qu'elle ſoit composée, & quelque combinaiſon qu'il y ait des ſignes + & — dans ces termes moyens, la Série qui réſulte pour les homogenes de comparaiſon, eſt toujours une progreſſion arithmétique du même degré que l'Equation propoſée. C'eſt mon Théorême fondamental, & c'eſt auſſi un véritable paradoxe.

Ainſi dans les Equations rapportées ci-deſſus

Soit $xx + 13x = z$ quelconque.

Si l'on ſuppoſe $x = 1$, l'on aura $xx + 13x = 14$.

Si l'on ſuppoſe $x = 2$, l'on aura $xx + 13x = 30$.

Et ſi l'on ſuppoſe $x = 3$, l'on aura $xx + 13x = 48$.

Les trois nombres 14, 30 & 48 qui ſont les homogenes de comparaiſon qui réſultent de ces trois ſubſtitutions, ſont les trois premiers termes d'une progreſſion arithmétique indéfinie du ſecond degré, comme on le peut voir *ſenſiblement* dans l'opération ſuivante.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Termes donnés . . . . | 14, | 30, | 48. |
| | | 14, | 30. |
| 1[res] Différences . . . . . . . . | | 16, | 18. |
| | | | 16. |
| 2[de] Différence conſtante . . | | | 2. |

De même ſoit l'Equation propoſée $x^3 + 10x = z$ quelconque.

Si l'on ſuppoſe $x = 1$, l'on aura $x^3 + 10x = 11$.

Si l'on ſuppoſe $x = 2$, l'on aura $x^3 + 10x = 28$.

Si l'on ſuppoſe $x = 3$, l'on aura $x^3 + 10x = 57$.

Et si l'on suppose $x = 4$, l'on aura $x^3 + 10x = 104$.

Les quatre nombres 11, 28, 57 & 104 sont les quatre premiers termes d'une progression arithmétique indéfinie du troisiéme degré. On le peut voir *sensiblement* dans l'opération suivante :

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Termes donnés . . . . | 11, | 28, | 57, | 104. |
| | | 11, | 28, | 57. |
| 1res Différences . . . . . . . . | | 17, | 29, | 47. |
| | | | 17, | 29. |
| 2des Différences . . . . . . | | | 12, | 18. |
| | | | | 12. |
| 3me Différence constante . . | | | | 6. |

Soit encore l'Equation proposée du troisiéme degré,

$$-x^3 + 20xx - 7x = z \text{ quelconque},$$

Si l'on suppose $x = 1$, l'on aura $-x^3 + 20xx - 7x = 12$.
Si l'on suppose $x = 2$, l'on aura $-x^3 + 20xx - 7x = 58$.
Si l'on suppose $x = 3$, l'on aura $-x^3 + 20xx - 7x = 132$.
Et si l'on suppose $x = 4$, l'on aura $-x^3 + 20xx - 7x = 228$.

Les quatre nombres 12, 58, 132 & 228 sont les quatre premiers termes d'une progression arithmétique *indéfinie* en un sens ; mais *réellement* finie, & du troisiéme degré. On le peut voir *sensiblement* dans l'opération suivante.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Termes donnés . . . | 12, | 58, | 132, | 228. |
| | | 12, | 58, | 132. |
| 1res Différences . . . . . . . | | 46, | 74, | 96. |
| | | | 46, | 74. |
| 2des Différences . . . . . . | | | 28, | 22. |
| | | | | 28. |
| 3me Différence constante & négative | | | | — 6. |

Toutes les fois que la différence constante est négative, ce qui arrive toujours, lorsque dans l'arrangement de l'Equation

l'homogene de comparaiſon étant poſitif, & formant ſeul un membre de l'Equation, la haute puiſſance de l'inconnue eſt négative comme dans cet exemple $-x^3+20xx=7x=z$; toutes les fois, dis-je, que cela arrive, la Série des homogenes de comparaiſon eſt *réellement* finie, & ne peut être compoſée que d'un nombre fini de termes poſitifs en nombres entiers, & en voici la raiſon démonſtrative. C'eſt que quelques grands que puiſſent être les coëfficiens poſitifs des termes moyens d'une Equation, il ſuffit que le ſeul premier terme, c'eſt-à-dire, la plus haute puiſſance de l'inconnue ſoit un terme négatif, comme ici $-x^3$; il ſuffit, dis-je, que le ſeul premier terme ſoit négatif, pour que la Série des homogenes de comparaiſon étant continuée à l'infini, devienne négative à l'infini, parce que ce ſont deux axiomes inconteſtables.

1°. *Que quelque nombre que ce ſoit & ſi petit que ce ſoit, pourvû qu'il ſoit plus grand que l'unité, étant élevé à une puiſſance finie & déterminée, deviendra plus grand qu'aucun nombre fini donné.*

Ainſi une puiſſance finie & déterminée de 2, peut ſurpaſſer les cent mille millions de millions, &c.

2°. *Qu'on peut toujours choiſir une Série infinie de nombres tels & aſſez grands pour qu'une ſeule de leurs puiſſances d'un degré déterminé ſoit plus grande que la ſomme de tant de termes moyens qu'on voudra, tous affectés de ſignes contraires au ſigne de la haute puiſſance, & multipliés en degrés inférieurs* par tels & ſi grands coëfficiens qu'on voudra.

Ainſi ſi la haute puiſſance eſt poſitive auſſi-bien que l'homogene de comparaiſon, on pourra former une Série indéfinie de ces homogenes tous poſitifs, quelques grands & en quelque quantité que ſoient les termes moyens négatifs. Mais ſi la haute puiſſance eſt négative, il ne pourra y avoir qu'une Série finie & déterminée de ces homogenes poſitifs, après quoi toute la ſuite indéfinie ſera négative.

Le premier homogene, ou tel autre homogene qu'on voudra dans la Série, pourra être $=0$; par exemple dans

l'Equation $-x^3+20xx-19x=z$.

Si l'on ſuppoſe $x=1$, l'on aura $x^3+20xx-19x=0$.

Et ſi l'on ſuppoſe $x=2$, puis $x=3$, puis $=4=5$, &c. l'on aura la Série des homogenes; 0, 34, 96, 180, 280, &c.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Et opérant comme ci-deſſus . . . | 0, | 34, | 96, | 180, | &c. |
| On trouvera les premieres differ. | 34, | 62, | 84, | 100, | &c. |
| | | 34, | 62, | 84, | &c. |
| Et les ſecondes différences . . . . . | | 28, | 22, | 16, | &c. |
| | | | 28, | 22, | &c. |
| Et enfin la troiſiéme différence conſtante & négative eſt . . . . . . . . . | | | —6, | —6, | &c. à l'infini. |

Sur quoi il faut remarquer que 0 n'eſt proprement ni poſitif, ni négatif; mais qu'il peut être également regardé comme origine, & premier terme d'une Série toute poſitive & d'une Série toute négative, enſorte qu'il eſt vrai auſſi de dire que 0 peut être pris indiſtinctement pour poſitif & pour négatif.

Si le premier, ou les premiers homogenes de comparaiſon qui réſultent de la ſubſtitution des nombres connus à la place de l'inconnue ſont négatifs, & aillent ainſi toujours en croiſſant, & toujours négatifs, au lieu que l'homogene donné eſt toujours conſtamment & eſſentiellement poſitif ſuivant l'arrangement preſcrit par ma méthode, l'Equation n'aura aucune véritable racine; mais cette Série peut commencer par des homogenes négatifs, & paſſer en diminuant, ou ne pas paſſer par le zero pour devenir enſuite poſitifs, & en ce cas l'Equation a de véritables racines. Par exemple, ſoit l'Equation propoſée

$$-x^3+20xx-87x=z.$$

En ſuppoſant ſucceſſivement $x=1, =2, =3, =4, =5, =6, =7, =8, =9$, &c. $=13, =14, =15, =16$, &c.

On trouvera pour $x = 1. . . z = - 68.$

$x = 2. . . z = - 102.$

$x = 3. . . z = - 108$, le plus grand des homogenes négatifs.

$x = 4. . . z = - 92.$

$x = 5. . . z = - 60.$

$x = 6. . . z = - 18$, le plus petit & dernier des homogenes négatifs.

---

$x = 7. . . z = 28$, le premier & le plus petit des homogenes positifs.

$x = 8. . . z = 72.$

$x = 9. . . z = 108.$

$x = 10. . . z = 130.$

$x = 11. . . z = 132$, le plus grand des homogenes positifs.

$x = 12. . . z = 108.$

$x = 13. . . z = 52$, le dernier des homogenes positifs.

---

$x = 14. . z = - 42.$

$x = 15. . z = - 180.$

$x = 16. . z = - 368$, &c.

&c. à l'infini tous croissans & négatifs.

Il s'ensuit que dans la formule proposée

$$-x^3 + 20xx - 87x = z.$$

Il n'y a que sept valeurs possibles de $z$, afin que $x$ soit un nombre entier réel & positif; Savoir,

28, 72, 108, 130, 132, 108, 52, qui donnent $x = 7, = 8, = 9, = 10, = 11, = 12, = 13.$

Le nombre 108 ſe trouve deux fois, parce que lorſque $z = 108$, l'inconnue $x$ a deux valeurs réelles, $x = 9$, & $x = 12$. Je ne compte pas la troiſiéme valeur de $x$ qui ſuivant la maxime générale de l'Algébre doit être $x = -1$, parce que les trois valeurs jointes enſemble, devant être égales au coëfficient 20 du ſecond terme immédiat $20xx$.

Si de 20 j'ôte $12 + 9 = 21$, il reſte pour troiſiéme valeur de la racine, le nombre négatif $-1$.

Et ſi l'on ſubſtitue $-1$ dans l'Equation $-x^3 + 20xx - 87x$, l'on aura $+1 + 20 + 87 = 108$. Mais je ne conſidére ici que les valeurs réelles & poſitives. Or quoiqu'il ſemble qu'il n'y ait *réellement* que ſix homogenes différens qui ſoient poſſibles 28, 72, 108, 130, 132, 52, il y en a *analogiquement* ſept dans la véritable Série des homogenes, ce qui eſt évident par l'opération ſuivante:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Homogenes donnés . . . . . . | 28, | 72, | 108, | 130, | 132, | 108, | 52. |
| | | 28, | 72, | 108, | 130, | 132, | 108. |
| Premieres différences . . . . . . . . . | | 44, | 36, | 22, | 2, | −24, | −56. |
| | | | 44, | 36, | 22, | 2, | −24. |
| Secondes différences . . . . . . . . . . . | | | −8, | −14, | −20, | −26, | −32. |
| | | | | −8, | −14, | −20, | −36. |
| Troiſiémes & dernieres différences conſtantes | | | | −6, | −6, | −6, | −6. |

Si l'on retranchoit de la Série des homogenes le ſecond 108, la Série ſeroit tronquée & imparfaite. On ne pourroit pas trouver la Série conſtante des $-6$. Mais ce qui mérite encore plus d'attention, & qui paroît plus ſurprenant, c'eſt que les ſix premiers homogenes négatifs $-68$, $-102$, $-108$, $-92$, $-60$, & $-18$, auſſi-bien que la Série infinie des derniers homogenes négatifs $-42$, $-180$, $-368$, &c. à l'infini, forment tous enſemble avec les ſept homogenes réels & poſitifs, une véritable & parfaite progreſſion arithmétique du troiſiéme degré dont la différence conſtante eſt $-6$.

$-68, -102, -108, -92, -60, -18, 28, 72, 108$, &c. $-42, -180$, &c.
$-68, -102, -108, -92, -60, -18, 28, 72$, &c. $-52, -42$, &c.

Premieres différ. $-34, -6, +16, +32, +42, +46, +44, +36$, &c. $-94, -138$, &c.
$-34, -6, +16, +32, +42, +46, +44$, &c. $-56, -94$, &c.

Secondes différences . . $+28, +22, +16, +10, +4, -2, -8$, &c. $-38, -44$, &c.
$+28, +22, +16, +10, +4, -2$, &c. $-32, -38$, &c.

Troisiémes & dern. différ. conſt. $-6, -6, -6, -6, -6, -6$, &c. $-6, -6$, &c.

## *Des racines imaginaires.*

Soit l'Equation propoſée $-x^3 + 20xx - 113x = z$ quelconque, en ſuppoſant ſucceſſivement $x = 1, = 2, = 3, = 4$, &c.

L'on trouvera la Série des homogenes tous négatifs.

$x = 1$. donne $z = -94$, le plus petit du premier ordre en montant.
$x = 2$. . . . $z = -154$. ſimple.
$x = 3$. . . . $z = -180$.
$x = 4$. . . . $z = -196$, le plus grand du premier ordre.

$x = 5$. . . . $z = -190$.
$x = 6$. . . . $z = -174$.
$x = 7$. . . . $z = -154$, double.
$x = 8$. . . . $z = -136$.
$x = 9$. . . . $z = -126$, le plus petit du ſecond ordre en deſcendant.

$x = 10$. . . . $z = -130$, le plus petit du troiſiéme ordre *infini* en montant.
$x = 11$. . . . $z = -154$, triple.
$x = 12$. . . . $z = -204$.
$x = 13$. . . . $z = -286$.
$x = 14$. . . . $z = -406$.
&c. à l'infini tous négatifs en montant.

D'où je conclus, que le $z$ donné étant positif par l'hypothese, toutes les racines de l'Equation proposée sont imaginaires, quelque petit nombre positif qu'on puisse supposer pour $z$.

### AUTRE EXEMPLE.

Soit l'Equation proposée $-xx+20x=113=z$, en supposant successivement $x=1, =2, =3$, &c. l'on trouvera la Série de $z$.

$z = 19$. le plus petit des homogenes positifs.
$z = 36$.
$z = 51$.
$z = 64$.
$z = 75$.
$z = 84$.
$z = 91$.
$z = 96$.
$z = 99$.

$z = 100$. le plus grand des homogenes positifs.

---

$z = -99$. le plus grand des homogenes négatifs du premier ordre contraire à l'ordre précédent.
$z = -96$.
$z = -91$.
$z = -84$.
$z = -75$.
$z = -64$.
$z = -51$.
$z = -36$.
$z = -19$. le plus petit des homogenes négatifs du premier ordre.

---

$z = -0$. terme commun aux négatifs descendans & ascendans.

---

$z =$

$z = - 21.$ le plus petit des homogenes négatifs du second ordre, montans à l'infini.

$z = - 44.$
$z = - 69.$
$z = - 96.$
$z = -125.$
$z = -156.$
&c. à l'infini.

D'où il s'ensuit que les deux racines de l'Equation proposée $-xx + 20x = 113$ sont imaginaires, parce que l'homogene 113 est trop grand, ne pouvant être au plus que de 100; & qu'ainsi en changeant cette seule condition du Problême, c'est-à-dire, retranchant 13 ou plus de l'homogene, il devient possible, au lieu qu'il étoit impossible.

Il y a donc cette différence entre cette derniere Equation & la précédente, que dans la premiere on ne peut absolument supposer aucun homogene positif, & que dans celle-ci il y a des limites de grandeur pour l'homogene.

Ce sont là les deux cas, & les seuls cas des imaginaires.

1°. Lorsque la Série des homogenes résultant de la suite des hypotheses de la valeur de l'inconnue $x$ est toute négative.

2°. Lorsque cette Série des homogenes étant composée, en quelque combinaison que ce soit, en partie d'homogenes positifs & en partie d'homogenes négatifs, qui deviennent enfin tous négatifs en augmentant à l'infini, l'homogene donné est plus grand que le plus grand des homogenes positifs résultans, & en ce dernier cas le remede pour rendre le Problême possible est de retrancher de l'homogene donné cet excès, ou plus, si l'on veut, pourvû que le reste soit encore positif.

Il y a long-temps que l'on sait que les dernieres différences des puissances parfaites des nombres, comme celles des quarrés, des cubes, &c. sont des différences constantes; mais personne, que je sache, n'avoit remarqué que ces différences étoient de même constantes dans les Séries des homogenes de comparaison de toutes les Equations, lorsque ces Séries

ſont formées par des hypotheſes réglées *arithmétiquement* pour la valeur de l'inconnue, & c'eſt en quoi conſiſte le paradoxe & le grand uſage de ma méthode.

On peut diviſer toutes les Equations en deux genres,

1°. Celles où le nombre des homogenes poſſibles eſt déterminé & fini, en y comprenant le cas de nullité ou zero pour les imaginaires.

2°. Celles où le nombre des homogenes poſſibles eſt infini : & il eſt utile de ſavoir réduire le ſecond cas au premier par la transformation des Equations.

Il y a des manieres réglées & abrégées de faire ces ſubſtitutions préciſément néceſſaires. On les expliquera dans la ſuite.

## IX.

J'appelle deux Equations *ſemblables géométriquement*, celles où toutes les racines de l'une ont même raiſon à toutes les racines de l'autre chacune à chacune, & dans le même genre de poſitif ou de négatif.

Ou bien celles qui étant toutes deux élevées au même degré, & ayant autant de termes moyens l'une que l'autre, les coëfficiens de la plus grande ſont *proportionnellement* plus grands que les coëfficiens correſpondans de la plus petite, ſuivant les degrés de ces coëfficiens.

Ainſi les trois Equations *A*, *B* & *C* ſont *ſemblables géométriquement*.

$$A.\quad x^3 - 15xx + 71x = 105.$$
$$B.\quad y^3 - 30yy + 284y = 840.$$
$$C.\quad z^3 - 150z + 7100z = 10500.$$

Les trois racines de l'Equation *A* ſont 3, 5 & 7.

Celles de l'Equation *B* ſont 6, 10 & 14.

Celles de l'Equation *C* ſont 30, 50 & 70.

Ainſi les trois racines de *B* ſont chacune doubles des trois racines correſpondantes de *A* : les trois racines de *C* ſont chacune décuples des trois racines correſpondantes de *A*, & les trois racines de *C* ſont chacune quintuples des trois racines correſpondantes de *B*.

On peut auſſi appeller l'Equation *A*, Equation *primitive*, & les Equations *B* & *C* des Equations *compoſées*; & de même que c'eſt une opération de convenance & d'élégance, & non d'une néceſſité abſolue pour le calcul, de réduire les fractions compoſées à moindres termes; il en eſt de même de la réduction des Equations compoſées à l'Equation primitive.

Toute Equation primitive a ſes racines premieres entr'elles, & toute Equation compoſée a ſes racines compoſées entr'elles.

Toute Equation primitive peut être repréſentée par l'Equation générale *D*.

$$D.\ x^{p} \pm a^{I} x^{p-1} \pm b^{II} x^{p-2} \pm c^{III} x^{p-3} \pm d^{IV} x^{p-4} \text{ \&c.} = z^{p}.$$

J'entends par $a^{I}$, $b^{II}$, $c^{III}$, $d^{IV}$, &c. des grandeurs numériques du premier, du ſecond, du troiſiéme, du quatriéme, &c. degrés, au lieu que par $b^{2}$, $c^{3}$, $d^{4}$, &c. on entend des puiſſances parfaites comme des quarrés, des cubes, &c. Il m'a paru néceſſaire de faire cette nouvelle diſtinction des expoſans ou chiffres romains d'avec les expoſans en chiffres ordinaires ou arabes, afin de conſerver l'homogenéité & l'analogie parfaites.

On peut auſſi ſuppoſer tel coëfficient qu'on voudra & tant qu'on en voudra $= 0$; mais à propos de cette derniere ſuppoſition, je crois que de même que dans l'expreſſion ordinaire des nombres, ſuivant la progreſſion décuple, on remplit par des zero tous les eſpaces vuides de la progreſſion: on devroit de même remplir les places vuides des termes moyens dans les Equations Algébriques par des $0x$, $0xx$, $0x^{3}$, &c. ſuivant l'exigence des cas. Par exemple, cette expreſſion numérique 7000500 pourroit être exprimée, en ſuppoſant $x = 10$ par cette Equation Algébrique $7x^{6} + 5x^{2} = z$. Mais par la raiſon des converſes, & pour conſerver l'analogie, ſi néceſſaire dans pluſieurs opérations, & ſur-tout dans la diviſion & l'extraction des racines, on devroit exprimer cette derniere Equation de cette maniere:

$$7x^{6} + 0x^{5} + 0x^{4} + 0x^{3} + 5x^{2} + 0x^{1} = z.$$

Les termes affectés du zero peuvent & doivent toujours être supposés précedés du signe +. Tous les Analystes conviendront qu'il y a une espece de nécessité, pour le bon ordre & l'arrangement, de faire ainsi ce supplément, lorsque suivant la méthode de Descartes & d'Harriot, après avoir tout égalé à zero, on cherche les diviseurs sans reste, d'une Equation proposée, afin de l'abaisser à un moindre degré, lorsqu'il est possible, & en trouver les racines.

Toute Equation composée peut être représentée par l'Equation générale *E*.

$$E.\ y^p \pm a^{I} q^1 y^{p-1} \pm b^{II} q^2 y^{p-2} \pm c^{III} q^3 y^{p-3} \pm d^{IV} q^4 y^{p-4} \&c. = q^p z^p.$$

L'Equation *E* se réduit à l'Equation primitive *D*, en supposant $x = \frac{y}{q}$ ou $qx = y$.

La commune mesure est $q$, & ses puissances homogenes aux coëfficiens.

Cette commune mesure, ou plus grande commune mesure $q$, & ses puissances $q^2$, $q^3$, &c. sont de simples nombres multiplicateurs abstraits qui n'entrent en aucune maniere dans l'homogénéité des termes, & ne l'altérent point dans les Equations géométriques. Ce même $q$, lorsqu'il y a plusieurs communs diviseurs, soit qu'ils soient tous des nombres premiers différens, ou plusieurs fois le même nombre premier; ce même $q$, dis-je, est le produit continuel de tous ces communs diviseurs. Les trois Equations ci-dessus, *A*, *B*, *C*, en sont des exemples.

Lorsqu'une Equation est donnée, il faut examiner d'abord si elle est composée, & en ce cas trouver son Equation primitive pour réduire cette Equation donnée à ses moindres termes; & pour cet effet, on doit commencer par chercher les diviseurs du premier coëfficient $a^{I}$, & ensuite examiner si les quarrés de ces diviseurs mesurent le second coëfficient $b^{II}$: si les cubes de ces mêmes diviseurs mesurent le troisiéme coëfficient $c^{III}$: si les quarrés de quarrés, ou les quatriémes puissances de ces mêmes diviseurs mesurent le quatriéme coëfficient $d^{IV}$, & ainsi de suite jusqu'à l'homogene de com-

paraiſon $z^p$, dont on doit tenter la diviſion par la puiſſance homogene de ces mêmes diviſeurs, comme par $q^p$.

Il faut rejetter tous les diviſeurs de $a$, dont les puiſſances homogenes aux autres coëfficiens & à l'homogene de comparaiſon ne les meſurent pas tous, & ne réſerver que ceux qui ont cette propriété. Enſuite l'on transformera l'Équation composée $E$, en l'Equation primitive $D$, comme on peut voir dans les deux Equations composées ci-deſſus $B$ & $C$, que l'on transforme en l'Equation primitive $A$. Ainſi ſuppoſé que les diviſeurs communs ſoient $f, f, g, g, g, h$, on ſuppoſera $f^2 g^3 h = q$, & l'on aura les valeurs de $y$ ou de $z$, en connoiſſant les valeurs de $x$, parce que $qx = y$, & $Qx = z$ : on peut au contraire commencer à chercher ces diviſeurs par ceux de l'homogene de comparaiſon, & continuer à rebours juſqu'au premier coëfficient $a$. L'on voit ſouvent plus promptement par-là, ſi l'Equation propoſée eſt réductible à moindres termes, ou non : par exemple, ſi l'homogene de comparaiſon eſt du cinquiéme degré, il n'en faut tenter la diviſion que par les cinquiémes puiſſances des nombres premiers 2, 3, 5, 7, &c. c'eſt-à-dire par 32, 243, 3125, 16807, &c. Je reviens aux progreſſions arithmétiques.

## PROBLEME I.

*Construire avec des nombres générateurs quelconques & donnés des progressions arithmétiques de tous les degrés à l'infini* par les seules opérations d'addition & de soustraction.

### *Premiere Table de formation.*

| Ordre des termes. | Exposans du degré de la progression. 0. | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. | 8. | 9. | &c. | Exposans du degré de la progression. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | | |
| 1... | 1a. | . | . | . | . | . | . | . | . | . | | 0 |
| 2... | 1a | +1b. | . | . | . | . | : | . | . | . | | 1. |
| | | +1 | . | . | . | . | . | . | . | . | | |
| 3... | 1a | +2b | +1c | . | . | . | . | . | . | . | | 2. |
| | | +1 | +2 | . | . | . | . | . | . | . | | |
| 4... | 1a | +3b | +3c | +1d | . | . | . | . | . | . | | 3. |
| | | +1 | +3 | +3 | . | . | . | . | . | . | | |
| 5... | 1a | +4b | +6c | +4d | +1e | . | . | . | . | . | | 4. |
| | | +1 | +4 | +6 | +4 | . | . | . | . | . | | |
| 6... | 1a | +5b | +10c | +10d | +5e | +1f | . | . | . | . | | 5. |
| | | +1 | +5 | +10 | +10 | +5 | . | . | . | . | | |
| 7... | 1a | +6b | +15c | +20d | +15e | +6f | +1g | . | . | . | | 6. |
| | | +1 | +6 | +15 | +20 | +15 | +6 | . | . | . | | |
| 8... | 1a | +7b | +21c | +35d | +35e | +21f | +7g | +1h | . | . | | 7. |
| | | +1 | +7 | +21 | +35 | +35 | +21 | +7 | . | . | | |
| 9... | 1a | +8b | +28c | +56d | +70e | +56f | +28g | +8h | +1i | . | | 8. |
| | | +1 | +8 | +28 | +56 | +70 | +56 | +18 | +8 | . | | |
| 10... &c. | 1a | +9b | +36c | +84d | +126e | +126f | +84g | +36h | +9i | +1k | | 9. &c. |
| | | +1 | +9 | +36 | +84 | +126 | +126 | +84 | +36 | +9 | +1l, &c. | |

Pour une plus grande facilité, l'on a mis par-tout le signe +; mais on peut supposer également & indistinctement le signe — dans tous les nombres générateurs qu'on voudra, excepté un seul à discrétion qui doit nécessairement être positif, ou avoir le signe + exprimé ou sousentendu (comme il l'est ordinairement au premier terme, lorsqu'il n'est précedé d'aucun signe); car s'ils avoient tous le signe —, la Série ou

progreſſion ſeroit toute négative, & par conſéquent elle ſeroit entiérement ſemblable (par rapport au calcul) à une pareille Série ou progreſſion toute poſitive. Ce qui n'a pas beſoin d'explication.

Cette Table reſſemble beaucoup à celle des puiſſances des binomes ; mais elle en différe eſſentiellement, & eſt indéfiniment plus générale, en ce qu'au lieu des deux ſeuls générateurs $a$ & $b$ qu'on emploie dans les formules des puiſſances du binome $a \pm b$, ici l'on emploie autant de différens nombres générateurs qu'on veut, & avec telle combinaiſon qu'on veut des ſignes + & —, au lieu qu'ils ſont néceſſairement alternatifs dans les puiſſances du binome $a - b$.

La compoſition de cette Table eſt aiſée : car ayant trouvé un terme quelconque, par exemple le 7[me].

$$1a + 6b + 15c + 20d + 15e + bf + 1g.$$

pour avoir le 8[me] terme ſuivant, il n'y a qu'à écrire au-deſſous, les mêmes nombres multiplicateurs de ce 7[me] terme, en les reculant ſeulement d'un rang.

Le 1[er] qui eſt le multiplicateur analogique dans $1a$, il faut l'écrire ſous $6b$.

Le 6. qui eſt multiplicateur dans $6b$, il faut l'écrire ſous $15c$.

Le 15, qui eſt multiplicateur dans $15c$, il faut l'écrire ſous $20d$, & ainſi de ſuite juſqu'au dernier multiplicateur du 7[me] terme.

Après quoi, ajoutant enſemble deux à deux, ces multiplicateurs correſpondans, & ajoutant à la fin un nouvel & dernier nombre générateur $1h$, j'ai mon huitiéme terme tout formé.

OPERATION.

7[me] terme

$$1a + 6b + 15c + 20d + 15e + 6f + 1g.$$

Ajoutés $+ 1 + 6 + 15 + 20 + 15 + 6 + 1h.$

Somme & 8[me] terme cherché

$$1a + 7b + 21c + 35d + 35e + 21f + 7g + 1h.$$

Et ainſi des autres.

*Seconde Table pour ces mêmes progressions toutes formées.*

| Ordre des termes. | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1... | $1a.$ | | | | | | | | | |
| 2... | $1a +$ | $1b.$ | | | | | | | | |
| 3... | $1a +$ | $2b +$ | $1c.$ | | | | | | | |
| 4... | $1a +$ | $3b +$ | $3c +$ | $1d.$ | | | | | | |
| 5... | $1a +$ | $4b +$ | $6c +$ | $3d +$ | $1e.$ | | | | | |
| 6... | $1a +$ | $5b +$ | $10c +$ | $10d +$ | $5e +$ | $1f.$ | | | | |
| 7... | $1a +$ | $6b +$ | $15c +$ | $20d +$ | $15e +$ | $6f +$ | $1g.$ | | | |
| 8... | $1a +$ | $7b +$ | $21c +$ | $35d +$ | $35e +$ | $21f +$ | $7g +$ | $1h.$ | | |
| 9... | $1a +$ | $8b +$ | $28c +$ | $56d +$ | $70e +$ | $56f +$ | $28g +$ | $7h +$ | $1i.$ | |
| 10... | $1a +$ | $9b +$ | $36c +$ | $84d +$ | $126e +$ | $126f +$ | $84g +$ | $36h +$ | $9i +$ | $1k.$ |
| &c. | &c. | &c. | &c. | &c. | &c. | &c. | &c. | &c. | &c. | |

L'on peut aisément, suivant la méthode expliquée ci-dessus, continuer cette Table à l'infini ; mais pour la perfection de la méthode, il faut une formule générale qui comprenne seule la suite infinie de tous les termes.

FORMULE GENERALE.

Soit $t$ l'exposant du nombre des termes de la Série des $1a, 1a, 1a$, &c. & soit

$$t - 1 = m.$$
$$t - 2 = n.$$
$$t - 3 = p.$$
$$t - 4 = q.$$
&c. = &c.

La Série des termes correspondans pour les nombres générateurs $b, c, d, e, f$, &c. sera universellement

$$1a + \frac{mb}{1} + \frac{mnc}{2} + \frac{mnpd}{6} + \frac{mnpqe}{24}, \text{ \&c.}$$

EXEMPLE.

Soit $t = 10$.

L'on aura $m = 9$.
$n = 8$.

$p = 7$.

$p = 7.$

$q = 6.$

&c. = &c.

Donc $\frac{mb}{1} = \frac{9b}{1} = 9b.$

Donc $\frac{mnc}{2} = \frac{9 \times 8 \times c}{2} = \frac{72c}{2}$ $36c.$

Donc $\frac{mnpd}{6} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times d}{6} = \frac{504d}{6} = 84d.$

Donc $\frac{mnpqe}{24} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times e}{24} = \frac{3024e}{24} = 126e.$

C'eſt-à-dire, que le 10.^me terme cherché ſera $1a + 9b + 36c + 84d + 126e$, &c. comme dans la Table précédente, & ainſi des autres.

La ſérie des diviſeurs ou denominateurs 1, 2, 6, 24, &c. eſt la ſérie des produits des nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c. multipliés continuellement les uns par les autres.

Car $2 = 1 \times 2.$

$6 = 1 \times 2 \times 3 = 2 \times 3.$

$24 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 4 \times 6.$

$120 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 24 \times 5.$

$720 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 = 120 \times 6.$

&c. = &c.

L'on peut encore abréger indéfiniment cette opération pour trouver le coëfficient ſuivant par le moyen du coëfficient précédent déja trouvé. Car il eſt évident que toute la difficulté ne conſiſte qu'à trouver la ſérie ſeule de ces coëfficiens, parce que les nombres générateurs $a, b, c, d, e$, &c. reſtent toujours les mêmes & au premier degré.

Le premier & le dernier coëfficiens ſont toujours = 1.

On voit, par exemple, que dans la Table ci-deſſus, on a $1a$ & $1k$ au 10.^me terme.

Le ſecond coëfficient & le penultiéme ſont toujours $= t - 1 = A.$

Auſſi a-t'on dans la même Table au 10.^me terme $9a$ & $9i$.

Le troiſiéme & l'antépénultiéme coëfficiens ſont toujours

chacun égaux au produit du ſecond coëfficient $A$, multiplié par $t-2$, & diviſé par 2, c'eſt $\frac{9\times 8}{2}=36$. On a $36\,c$ & $36\,h$.

Soit $36=B$.

Le 4.me coëfficient en deſcendant par $a, b, c, d$, &c. auſſi bien que le 4.me coëfficient en remontant à contre-ſens ou en ordre contraire par $k, i, h, g$, c'eſt-à-dire les coëfficiens de $d$ & de $g$ ſont auſſi égaux entr'eux, & ſe trouvent, en multipliant, le troiſiéme coëfficient trouvé $B$ par $t-3=7$; c'eſt-à-dire 36 par 7, & diviſant le produit 252 par 3, ce qui donne $84=C$; car $7\times 36=252$ & $\frac{252}{3}=84$, l'on a $84d$ & $84g$

Le 5.me coëfficient en deſcendant auſſi-bien qu'en remontant, eſt le produit de $C$ multiplié par $t-4=6$, & diviſé par 4, car $\frac{6C}{4}=\frac{6\times 84}{4}=\frac{504}{4}=126$, l'on a $126e$ & $126f$.

L'opération eſt finie dès qu'on a ainſi trouvé la premiere moitié ou la plus grande moitié du nombre des termes avec leurs coëfficiens; car lorſque $t$ eſt un nombre pair comme ici $t=10$, tous les coëfficiens ſont doubles; ſavoir, l'un en deſcendant & l'autre en remontant à égale diſtance des deux termes extrêmes; & lorſque $t$ eſt impair, comme par exemple $t=9$, tous les coëfficiens ſont doubles, excepté celui du terme du milieu qui eſt unique & le plus grand de tous, on a pour coëfficiens

$$1, 8, 28, 56, 70, 56, 28, 8, 1.$$

Ce n'eſt pas qu'on ne puiſſe trouver directement par la régle générale ci-deſſus cette derniére moitié tout comme la premiére: mais ce ſeroit un travail inutile & ſuperflu. Par exemple, ſuppoſant toujours $t=10$, après avoir trouvé le 5.me coëfficient 126, on trouveroit le 6.me en multipliant 126. par $5=t-5$, & diviſant le produit 630 par 5, ce qui donneroit encore 126 pour quotient & pour 6.me coëfficient, on trouveroit de même $\frac{126\times 4}{6}=\frac{504}{6}=84$ pour le 7.me

quotient : puis $\frac{84\times 3}{7} = \frac{252}{7} = 36$ pour 8.me coëfficient : puis $\frac{36\times 2}{8} = \frac{72}{8} = 9$ pour 9.me coëfficient, & enfin $\frac{9\times 1}{9} = \frac{9}{9} = 1$ pour 10.me & dernier coëfficient.

Il suffit de retrouver une seule & premiére fois le même coëfficient, pour n'avoir plus qu'à copier à rebours & en retrogradant les coëfficiens précédens.

## REMARQUE I.

L'induction seule prouve suffisamment tout ce qui vient d'être dit : mais d'ailleurs comme ces coëfficiens des progessions arithmétiques sont précisément les mêmes que les coëfficiens des puissances des binomes du même degré ; il s'ensuit nécessairement que tout ce qui a été démontré par plusieurs Analystes dans ce dernier cas, est aussi démontré dans le cas dont il s'agit ; outre que la seule inspection de la premiére Table suffit pour en trouver & démontrer la construction.

## REMARQUE II.

C'est uniquement pour me conformer à l'usage introduit depuis peu par nos Analystes modernes, moins exacts que Viete, que j'ai appellé *coëfficiens*, des nombres qui ne devroient être appellés simplement que *multiplicateurs*.

Par exemple, la 7.me puissance du binome $1a + 1b$ est $1a^7 + 7a^6b^1 + 21a^5b^2 + 35a^4b^3 + 35a^3b^4 + 21a^2b^5 + 7a^1b^6 + 1b^7$.

Le véritable ou seul coëfficient de $a^6$ dans le 2d terme, c'est $b^1$ : le coëfficient de $a^5$ dans le 3me, c'est $b^2$ : le coëfficient de $a^4$ dans le 4.me terme, c'est $b^3$, &c. mais le nombre 7 dans le second terme : le nombre 21 dans le 3me terme : le nombre 35 dans le quatriéme terme, &c. ne sont que de purs & simples *multiplicateurs abstraits.* On ne doit appeller *coëfficient* d'une grandeur *qu'une autre ou d'autres grandeurs qui multipliant cette premiére grandeur, font un produit homogene, c'est-à-dire d'un même nombre de dimensions que les autres membres de l'Equation.* Ceci doit être rigoureusement

obſervé ou ſouſentendu dans les Equations géométriques. Il doit l'être ſeulement pour l'analogie dans les Equations purement numériques.

## REMARQUE III.

Ces deux premiéres Tables forment chacune une eſpéce de Triangle rectangle ; & l'on pourroit aiſément en former deux autres qui auroient la figure d'un Parallélogramme rectangle, dans lequel il y auroit une égale quantité de termes pour chaque nombre générateur, au lieu que dans les Tables précédentes le ſecond nombre générateur *b* forme un terme de moins que n'en forme le nombre générateur *a*; le 3.me nombre générateur *c* forme un terme de moins que le nombre générateur *b*, & deux termes de moins que le nombre générateur *a*; le 4.me nombre générateur *d* forme un terme de moins que le nombre générateur *c*, deux termes de moins que le nombre générateur *b*, & trois termes de moins que le nombre générateur *a*, & ainſi de ſuite.

Voici ces deux nouvelles Tables.

*Table troisiéme pour former les progreſſions arithmétiques.*

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | 1a+ | 1b+ | 1c+ | 1d+ | 1e+ | 1f+ | 1g+ | 1h+ | 1i+ | 1k | &c. |
| | +1 | +2 | +3 | +4 | +5 | +6 | +7 | +8 | +9 | | &c. |
| 2. | 1a+ | 2b+ | 3c+ | 4d+ | 5e+ | 6f+ | 7g+ | 8h+ | 9i+ | 10k | &c. |
| | +1 | +3 | +6 | +10 | +15 | +21 | +28 | +36 | +45 | | &c. |
| 3. | 1a+ | 3b+ | 6c+ | 10d+ | 15e+ | 21f+ | 28g+ | 36h+ | 45i+ | 55k | &c. |
| | +1 | +4 | +10 | +20 | +35 | +56 | +84 | +120 | +165 | | &c. |
| 4. | 1a+ | 4b+ | 10c+ | 20d+ | 35e+ | 56f+ | 84g+ | 120h+ | 165i+ | 220k | &c. |
| | +1 | +5 | +15 | +35 | +70 | +126 | +210 | +330 | +495 | | &c. |
| 5. | 1a+ | 5b+ | 15c+ | 35d+ | 70e+ | 126f+ | 210g+ | 330h+ | 495i+ | 715k | &c. |
| | +1 | +6 | +21 | +56 | +126 | +252 | +462 | +792 | +1287 | | &c. |
| 6. | 1a+ | 6b+ | 21c+ | 56d+ | 126e+ | 252f+ | 462g+ | 792h+ | 1287i+ | 2002k | &c. |
| | +1 | +7 | +28 | +84 | +210 | +462 | +924 | +1716 | +3003 | | &c. |
| 7. | 1a+ | 7b+ | 28c+ | 84d+ | 210e+ | 462f+ | 924g+ | 1716h+ | 3003i+ | 5005k | &c. |
| | +1 | +8 | +36 | +120 | +330 | +792 | +1716 | +3432 | +6435 | | &c. |
| 8. | 1a+ | 8b+ | 36c+ | 120d+ | 330e+ | 792f+ | 1716g+ | 3432h+ | 6435i+ | 11440k | &c. |
| | +1 | +9 | +45 | +165 | +495 | +1287 | +3003 | +6435 | +12870 | | &c. |
| 9. | 1a+ | 9b+ | 45c+ | 165d+ | 495e+ | 1287f+ | 3003g+ | 6435h+ | 12870i+ | 24310k | &c. |
| | +1 | +10 | +55 | +220 | +715 | +2002 | +5005 | +11440 | +24310 | | &c. |
| 10. | 1a+ | 10b+ | 55c+ | 220d+ | 715e+ | 2002f+ | 5005g+ | 11440h+ | 24310i+ | 48620k | &c. |
| &c. | &c.+ | &c.+ | &c. | | | | | | | | |

*Table quatriéme pour ces progreſſions toutes formées.*

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | 1a+ | 1b+ | 1c+ | 1d+ | 1e+ | 1f+ | 1g+ | 1h+ | 1i+ | 1k | &c. |
| 2. | 1a+ | 2b+ | 3c+ | 4d+ | 5e+ | 6f+ | 7g+ | 8h+ | 9i+ | 10k | &c. |
| 3. | 1a+ | 3b+ | 6c+ | 10d+ | 15e+ | 21f+ | 28g+ | 36h+ | 45i+ | 55k | &c. |
| 4. | 1a+ | 4b+ | 10c+ | 20d+ | 35e+ | 56f+ | 84g+ | 120h+ | 165i+ | 220k | &c. |
| 5. | 1a+ | 5b+ | 15c+ | 35d+ | 70e+ | 126f+ | 210g+ | 330h+ | 495i+ | 715k | &c. |
| 6. | 1a+ | 6b+ | 21c+ | 56d+ | 126e+ | 252f+ | 462g+ | 792h+ | 1287i+ | 2002k | &c. |
| 7. | 1a+ | 7b+ | 28c+ | 84d+ | 210e+ | 462f+ | 924g+ | 1716h+ | 3003i+ | 5005k | &c. |
| 8. | 1a+ | 8b+ | 36c+ | 120d+ | 330e+ | 792f+ | 1716g+ | 3432h+ | 6435i+ | 11440k | &c. |
| 9. | 1a+ | 9b+ | 45c+ | 165d+ | 495e+ | 1287f+ | 3003g+ | 6435h+ | 12870i+ | 24310k | &c. |
| 10. | 1a+ | 10b+ | 55c+ | 220d+ | 715e+ | 2002f+ | 5005g+ | 11440h+ | 24310i+ | 48620k | &c. |
| &c. | &c.+ | &c.+ | &c. | | | | | | | | |

## REMARQUE IV.

Si dans cette 4.me Table l'on ſuppoſe $a=1$, l'on aura pour premiére colomne perpendiculaire la premiére de toutes les Séries qui eſt celle des unités, & dont l'expoſant du degré $=0$.

C'eſt la Série des grandeurs égales repréſentée par la Série 1, 1, 1, 1, 1, &c.

Si l'on ſuppoſe $b=1$, l'on aura dans la ſeconde colomne perpendiculaire la ſeconde Série des progreſſions arithmétiques, & la plus ſimple de toutes les progreſſions arithmétiques du premier degré. C'eſt 1, 2, 3, 4, &c.

Si l'on ſuppoſe $c=1$, l'on aura dans la troiſiéme colomne perpendiculaire, la troiſiéme Série des progreſſions arithmétiques & la plus ſimple de toutes les progreſſions arithmétiques du ſecond degré. C'eſt 1, 3, 6, 10, 15, &c. nombres triangulaires, & ainſi de ſuite.

Enfin ſi dans cette quatriéme Table l'on ſuppoſe chacun des nombres générateurs $a$, $b$, $c$, $d$, $e$, &c. $=1$, ou, ce qui revient au même, ſi l'on efface ſimplement toutes les lettres, il en réſultera la cinquiéme Table ſuivante qui eſt purement numérique.

*Table cinquiéme.*

| Expoſants des termes. | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | &c. |
| 2. | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | &c. |
| 3. | 1 | 3 | 6 | 10 | 15 | 21 | 28 | 36 | 45 | 55 | &c. |
| 4. | 1 | 4 | 10 | 20 | 35 | 56 | 84 | 120 | 165 | 220 | &c. |
| 5. | 1 | 5 | 15 | 35 | 70 | 126 | 210 | 330 | 495 | 715 | &c. |
| 6. | 1 | 6 | 21 | 56 | 126 | 252 | 462 | 792 | 1287 | 2002 | &c. |
| 7. | 1 | 7 | 28 | 84 | 210 | 462 | 924 | 1716 | 3003 | 5005 | &c. |
| 8. | 1 | 8 | 36 | 120 | 330 | 792 | 1716 | 3432 | 6435 | 11440 | &c. |
| 9. | 1 | 9 | 45 | 165 | 495 | 1287 | 3003 | 6435 | 12870 | 24310 | &c. |
| 10. | 1 | 10 | 55 | 220 | 715 | 2002 | 5005 | 11440 | 24310 | 48620 | &c. |
| &c. | &c. | &c. | &c. | &c. | &c. | &c. | &c. | &c. | &c. | &c. | &c. |

Cette Table contient,

1°. Les Séries des nombres les plus ſimples de chaque degré des progreſſions arithmétiques depuis o degré juſqu'au

10.$^{me}$ exclusivement, & cela dans la suite de ses rangs perpendiculaires de même que dans la suite de ses rangs horisontaux.

2°. Elle contient dans ses diagonales les coëfficiens ou multiplicateurs des puissances des binomes de tous les degrés.
C'est 1, 1, pour le 1.$^{er}$ degré $1a \pm 1b$.
C'est 1, 2, 1, pour le 2.$^{d}$ degré $1aa \pm 2ab + 1bb$.
C'est 1, 3, 3, 1, pour le 3.$^{me}$ degré $1a^3 \pm 3aab + 3ab^2 \pm b^3$.
C'est 1, 4, 6, 4, 1, pour le 4.$^{me}$ degré $1a^4 \pm 4a^3b^1 + ba^2b^2$. $\pm 4a^1b^3 + 1b^4$. Et ainsi de suite.

3°. Elles contient les sommes totales de chaque rang perpendiculaire ou horisontal précédent, comprises dans le seul terme correspondant du rang qui suit.

Ainsi le 7.$^{me}$ terme du 5.$^{me}$ rang perpendiculaire est 210, & 210 est égal à la somme des *sept* premiers termes du 4.$^{me}$ rang perpendiculaire.

| Termes. | 4$^{me}$ rang perpendiculaire. | Termes. | 5.$^{me}$ rang perpendiculaire. |
|---|---|---|---|
| 1.$^{er}$ .... | 1. | 1.$^{er}$ .... | 1. |
| 2.$^{d}$ .... | 4. | 2.$^{d}$ .... | 5. |
| 3.$^{me}$ .... | 10. | 3.$^{me}$ ... | 15. |
| 4.$^{me}$ .... | 20. | 4.$^{me}$ ... | 35. |
| 5.$^{me}$ .... | 35. | 5.$^{me}$ ... | 70. |
| 6.$^{me}$ .... | 56. | 6.$^{me}$ ... | 126. |
| 7.$^{me}$ .... | 84. | 7.$^{me}$ ... | 210. |

Somme totale 210. égale au 7.$^{me}$ terme.. 210.

Ce même nombre 210. est aussi le 5.$^{me}$ terme du 7.$^{me}$ rang perpendiculaire, & il est égal à la somme des *cinq* premiers termes du 6.$^{me}$ rang perpendiculaire.

| Termes. | 6.$^{me}$ rang perpendic. | Termes. | 7.$^{me}$ rang perpendic. |
|---|---|---|---|
| 1.$^{er}$ ..... | 1. | 1.$^{er}$ .... | 1. |
| 2.$^{d}$ ..... | 6. | 2.$^{d}$ .... | 7. |
| 3.$^{me}$ ..... | 21. | 3.$^{me}$ ... | 28. |
| 4.$^{me}$ ..... | 56. | 4.$^{me}$ ... | 84. |
| 5.$^{me}$ ..... | 126. | 5.$^{me}$ ... | 210. |

Somme totale 210. égale au 5.$^{me}$ terme.. 210.

Ainsi 1287 est le 9.$^{me}$ terme du 6.$^{me}$ rang horisontal, & en même temps le 6.$^{me}$ terme du 9.$^{me}$ rang horisontal, & ce même nombre 1287 est égal lui seul à la somme de *neuf* premiers termes du 5.$^{me}$ rang horisontal, & aux *six* premiers termes du 8.$^{me}$ rang horisontal.

*Ordre des termes du cinquiéme rang horisontal.*

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
Termes 1+5+15+35+70+126+210+330+495=1287.

*Ordre des termes du sixiéme rang horisontal.*

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
Termes 1, 6, 21, 56, 126, 252, 462, 792, 1287.

Car 1.
5.
15.
35.
70.
126.
210.
330.
495.

1287.

Et de même

*Ordre des termes du huitiéme rang horisontal.*

1, 2, 3, 4, 5, 6.
Termes 1+8+36+120+330+792=1287.

*Ordre des termes du neuviéme rang horisontal.*

1, 2, 3, 4, 5 6.
1, 9, 45, 165, 495, 1287.

Car

Car 1.
8.
36.
120.
330.
792.

1287.

4.° Le même nombre se trouve donc toujours deux fois dans la Table, excepté le dernier & le plus grand de tous 48620.

Car si l'exposant d'un terme quelconque est *a*, & que l'exposant de son rang perpendiculaire ou horisontal soit *b*, il se trouvera aussi réciproquement dans le rang dont l'exposant est *a*, & l'exposant de son terme sera *b*, comme on le peut aisément remarquer dans les deux exemples ci-dessus pour les nombres 210 & 1287. Car le même premier 210 est en même temps le 7.me terme du 5.me rang perpendiculaire, & le 5.me terme du 7.me rang horisontal; mais le second 210 est en même temps le 5.me terme du 7.me rang horisontal, & le 7.me terme du 5.me rang horisontal, & ainsi du nombre 1287 & de tout autre de la Table.

5.° Le premier terme de chaque rang soit perpendiculaire, soit horisontal, est toujours 1.

Le second terme est toujours égal à l'exposant du degré de la progression plus un. Ainsi le second terme de la progression arithmétique du 9.me degré est 10.

Ce second terme étant ainsi donné, par exemple = 10, on trouvera aisément la Série de tous les autres termes du même rang, soit perpendiculaire, soit horisontal.

Après 1 & 10, premier & second termes, on trouvera les troisiéme, quatriéme, cinquiéme, &c. termes; savoir, 54, 220, 2002, &c. à l'infini, en suivant cette régle.

Multipliez le second terme donné (par exemple 10) par 10 + 1, & divisez le produit 110 par 2, le quotient 55 sera le troisiéme terme cherché.

Multipliez ce terme trouvé 55 par 10 + 2, & divisez le produit 660 par 3, le quotient 220 sera le quatriéme terme cherché.

Multipliez ce terme trouvé 220 par 10 + 3, & divisez le produit 2860 par 4, le quotient 715 sera le cinquiéme terme cherché.

Multipliez ce terme trouvé 715 par 10 + 4, & divisez le produit 10010 par 5, le quotient 2002 sera le sixiéme terme cherché, & ainsi des autres à l'infini.

6.° Au lieu donc que dans la seconde Table ci-dessus on multiplie par 10 — 1, 10 — 2, 10 — 3, &c. & qu'on divise respectivement les produits par 1, 2, 3, 4, &c. pour avoir la Série des coëfficiens ou multiplicateurs, 9, 36, 84, &c. dans cette cinquiéme Table l'on multiplie par 10 + 1, 10 + 2, 10 + 3, &c. & l'on divise respectivement les produits par les mêmes diviseurs 1, 2, 3, 4, &c.

7.° Dans la seconde Table le nombre des termes dans chaque rang horisontal est déterminé par l'exposant du degré de la progession augmenté d'une unité. Ainsi dans 0 degré il y a un terme : dans le premier degré il y a deux termes : dans le second degré il y a trois termes, &c. au lieu que dans cette cinquiéme Table, le nombre des termes dans chaque rang horisontal est indéfini pour chaque degré de progression, & il n'y a que le nombre des termes en diagonale qui soit fini, & le même que les termes correspondants au même degré dans la seconde Table en rang horisontal.

Ainsi le dixiéme rang horisontal des coëfficiens de la seconde Table comprend ces dix coëfficiens pour la progression du neuviéme degré,

1, 9, 36, 84, 126, 126, 84, 36, 9, 1.

Et dans le rang diagonal correspondant au même exposant 10 dans la cinquiéme Table, on trouve les mêmes coëfficiens,

1, 9, 36, 84, 126, 126, 84, 36, 9, 1,

8.° Ces nombres compris dans la cinquiéme Table sont ce qu'on appelle *nombres figurés*, ou *nombres de differens ordres*.

Ce n'eſt qu'un cas infiniment particulier & le plus ſimple des progreſſions arithmétiques de tous les degrés à l'infini. Chacune de ces progreſſions peut être infiniment diverſifiée dans chaque degré ſelon les valeurs infiniment différentes & arbitraires, grandes ou petites, poſitives ou négatives des nombres générateurs $a$, $b$, $c$, $d$, $e$, $f$, &c. qui ſont joints à ces nombres figurés & multipliés par eux reſpectivement, chaque nombre générateur par ſon propre nombre figuré. Ce qui donne une infinité de Séries *complettes*, *ſurabondantes* & *tronquées* de nombres figurés, ou parfaits, ou excédans, ou défaillans. On en verra des exemples utiles dans les Séries des homogénes de comparaiſon pour la réſolution des Equations; mais outre ceux que j'ai déja donnés & que je donnerai dans la ſuite, le Lecteur pourra aiſément en trouver une infinité d'autres à ſon choix, & il ne ſera pas inutile de s'y exercer.

### *Premier uſage de la ſeconde Table.*

On trouvera par cette Table la ſuite naturelle de tous les nombres quarrés, cubes, quarrés de quarrés, cinquiéme, ſixiéme, ſeptiéme, &c. puiſſances à l'infini, en ſuppoſant toujours le premier nombre générateur $a = 1$, le ſecond nombre générateur $b$ égal à la premiere des premieres différences de ces puiſſances, le troiſiéme nombre générateur $c$ égal à la premiere des ſecondes différences de ces mêmes puiſſances, le quatriéme nombre générateur $d$ égal à la premiére des troiſiémes différences de ces mêmes puiſſances, & ainſi de ſuite juſqu'au dernier nombre générateur qui dans cette *premiere méthode* doit être égal à la premiere des derniéres différences qui ſont conſtantes & égales entr'elles.

Ainſi pour les quarrés naturels ſi l'on ſuppoſe $a = 1$.
$b = 3$.
$c = 2$.

L'on verra naître de cette ſeconde Table la Série naturelle des nombres quarrés 1, 4, 9, 16, 25, &c. en ſubſtituant les trois valeurs 1, 3, 2, à la place des trois lettres $a$, $b$, $c$,

dans les trois premieres colonnes perpendiculaires de la Table, car on aura

$1a = 1.$

$1a + 1b = 1 + 3 = 4.$

$$\begin{array}{r} +3 \\ \hline 4 \\ \hline \end{array}$$

$1a + 2b + 1c = 1 + 6 + 2 = 9.$

$$\begin{array}{r} +6 \\ +2 \\ \hline 9 \\ \hline \end{array}$$

$1a + 3b + 3c = 1 + 9 + 6 = 16.$

$$\begin{array}{r} +9 \\ +6 \\ \hline 16 \\ \hline \end{array}$$

$1a + 4b + 6c = 1 + 12 + 12 = 25.$

$$\begin{array}{r} +12 \\ +12 \\ \hline 25 \\ \hline \end{array}$$

$1a + 5b + 10c = 1 + 15 + 20 = 36.$

$$\begin{array}{r} +15 \\ +20 \\ \hline 36 \\ \hline \end{array}$$

$1a + 6b + 15c = 1 + 18 + 30 = 49.$

$$\begin{array}{r} +18 \\ +30 \\ \hline 49 \\ \hline \end{array}$$

&c. &c. &c.

L'on verra naître de même dans cette ſeconde Table la Série naturelle des nombres cubes 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, &c, en ſubſtituant les quatre valeurs

$a = 1$
$b = 7$
$c = 12$
$d = 6.$

En ſubſtituant, dis-je, ces quatre valeurs 1, 7, 12, 6, à la place des quatre lettres $a, b, c, d$, dans les quatre premieres colonnes perpendiculaires de la Table, car on aura

$1a = 1.$

$1a + 1b = 1 + 7 = 8.$

$$\begin{array}{r} 1 \\ +7 \\ \hline 8 \\ \hline \end{array}$$

$1a + 2b + 1c = 1 + 14 + 12 = 27.$

$$\begin{array}{r} 1 \\ +14 \\ +12 \\ \hline 27 \\ \hline \end{array}$$

$1a + 3b + 3c + 1d = 1 + 21 + 36 + 6 = 64.$

$$\begin{array}{r} 1 \\ +21 \\ +36 \\ +6 \\ \hline 64 \\ \hline \end{array}$$

$1a + 4b + 6c + 4d = 1 + 28 + 72 + 24 = 125.$

$$\begin{array}{r} 1 \\ +28 \\ +72 \\ +24 \\ \hline 125 \\ \hline \end{array}$$

$1a + 5b + 10c + 10d = 1 + 35 + 120 + 60 = 216.$

$$\begin{array}{r} 1 \\ +35 \\ +20 \\ +60 \\ \hline 216 \\ \hline \end{array}$$

$1a + 6b + 15c + 20d = 1 + 42 + 180 + 120 = 343.$

$$\begin{array}{r} +\ 42 \\ +180 \\ +120 \\ \hline 343 \\ \hline \end{array}$$

&c. &c. &c.

Et ainsi de suite à l'infini pour toutes les puissances.

### REMARQUE.

La premiere colonne perpendiculaire de cette seconde Table ne contient que le premier & seul nombre générateur $1a$ répété continuellement & indéfiniment. Elle représente la premiere Série ou progression arithmétique de o degré.

La premiere & la seconde colonne jointes ensemble contiennent les deux premiers nombres générateurs $a$ & $b$, & représentent la seconde Série ou progression arithmétique du premier degré $1a$

$$\begin{array}{l} 1a + 1b \\ 1a + 2b \\ 1a + 3b \end{array}$$

&c.

La seconde colonne toute seule représente le cas le plus simple de ces progressions du premier degré. C'est $1b$, $2b$, $3b$, $4b$, $5b$, &c. dans laquelle Série la différence continuelle des termes est égale au premier & plus petit terme.

Les trois premieres colonnes jointes ensemble contiennent les trois premiers nombres générateurs $a$, $b$, $c$, & représentent la troisiéme Série ou la progression arithmétique du second degré $1a$

$$\begin{array}{l} 1a + 1b \\ 1a + 2b + 1c \\ 1a + 3b + 3c \\ 1a + 4b + 6c \end{array}$$

&c.

La troisiéme colonne toute seule représente le cas le plus

ſimple de cette progreſſion arithmétique du ſecond degré. C'eſt 1 *c*, 3 *c*, 6 *c*, &c.

Mais en ſubſtituant ainſi les nombres générateurs propres & eſſentiels à chaque degré de progreſſion & à chaque eſpéce de ce degré, il faut, en ſe ſervant de cette ſeconde Table, multiplier les valeurs des *a*, *b*, *c*, *d*, &c. par leurs coëfficiens correſpondans marqués dans cette Table. Il faut multiplier les *b* ſucceſſivement par les nombres 1, 2, 3, 4, 5, &c. les *c* par 1, 3, 6, 10, 15, &c, les *d* par 1, 4, 10, 20, 35, &c. mais je me ſuis propoſé de former la Série entiere de chaque degré & de chaque eſpéce de degré à l'infini par la ſeule addition des nombres générateurs poſitifs, & la ſeule ſouſtraction des nombres générateurs négatifs.

On pourroit le faire en quelque maniere, en formant ſéparément par addition continuelle les coëfficiens de chaque colonne de cette ſeconde Table.

1.° Il n'y a point de difficulté à former les coëfficiens des deux premieres colonnes de cette ſeconde Table

$$\begin{array}{l} 1a \\ 1a + 1b \\ 1a + 2b \\ 1a + 3b \\ 1a + 4b \\ 1a + 5b \\ \quad \&c. \end{array}$$

La Série des 1 *a* ſe forme ſans aucune multiplication ni addition, ou, *par pure analogie*, par l'addition continuelle du zero.

La Série des 1 *b*, 2 *b*, 3 *b*, 4 *b*, 5 *b*, &c. ſe forme par l'addition ſimple & continuelle de 1 *b*.

La troiſiéme colonne des 1 *c*, 3 *c*, 6 *c*, 10 *c*, 15 *c*, &c. ſe peut former ainſi par l'addition repétée de deux autres colonnes.

| | | |
|---|---|---|
| 1c | | |
| + 1c | 1c | premier terme. |
| 2c | 2c | |
| + 1c | 3c | second terme. |
| 3c | 3c | |
| + 1c | 6c | troisiéme terme. |
| 4c | 4c | |
| + 1c | 10c | quatriéme terme. |
| 5c | 5c | |
| &c. | 15c | cinquiéme terme. |
| | &c. | &c |

La quatriéme colonne des 1*d*, 4*d*, 10*d*, 20*d*, 35*d*, &c. ſe peut former par l'addition repetée de trois autres colonnes, en commençant par celle des 1*d*, 1*d*, 1*d*, 1*d*, &c.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1d | | | |
| + 1d | 1d | | |
| 2d | + 2d | 1d | premier terme. |
| + 1d | 3d | + 3d | |
| 3d | + 3d | 4d | ſecond terme. |
| + 1d | 6d | + 6d | |
| 4d | + 4d | 10d | troiſiéme terme. |
| + 1d | 10d | + 10d | |
| 5d | + 5d | 20d | quatriéme terme. |
| + 1d | 15d | + 15d | |
| 6d | + 6d | 35d | cinquiéme terme. |
| + 1d | 21d | + 21d | |
| 7d | + 7d | 56d | ſixiéme terme. |
| &c. | 28d | + 28d | |
| | &c. | 84d | ſeptiéme terme. |
| | | &c. | &c. |

Et ainſi de toutes les autres colonnes à l'infini.

Mais la méthode ſera incomparablement plus courte, plus ſimple & plus naturelle, en ſe ſervant de la ſixiéme & derniere

niere Table suivante, laquelle, à cause de son admirable propriété, j'appelle *Table logarithmique*, parce que, de même que dans les Logarithmes, on y fait par la seule addition, les opérations qui demanderoient naturellement la multiplication.

J'ai coupé cette Table en deux parties.

1°. La partie fondamentale est le *Triangle logarithmique* qui ne comprend qu'une fois, le premier nombre générateur ou la différence constante, & qui redonne les termes proposés de la progression. Ce Triangle est composé d'un nombre de termes fini & déterminé, plus grand ou plus petit, suivant le degré plus ou moins élevé de la progression donnée.

2°. Le Trapeze logarithmique est une continuation réguliere du Triangle logarithmique à l'infini, qui donne par addition ou soustraction simples, la Série infinie des termes cherchés de la progression, dont les premiers termes sont donnés en quantité suffisante; c'est-à-dire, trois termes dans le second degré; quatre termes dans le troisiéme degré; cinq termes dans le quatriéme degré, &c. & ainsi de suite à l'infini. L'on ne fait ici aucune attention à la progression de o degré, où il ne faut qu'un seul terme donné, ni à la progression du premier degré, où il n'en faut connoître que deux; parce que la continuation de ces deux especes de progressions à l'infini, est si simple & si aisée, qu'on n'a pas besoin de méthode.

Le Trapeze logarithmique comprend autant de fois, moins une, le premier nombre générateur ou la premiere différence constante, que l'on veut trouver de nouveaux termes de suite dans la progression proposée, c'est-à-dire, qu'il le comprend deux fois, pour trouver un nouveau terme: trois fois, pour trouver deux nouveaux termes, &c.

EXEMPLE.

Soient les *six* premiers termes donnés d'une progression arithmétique du cinquiéme degré.

1. $A^V$
1 $B^V$

$1\ C^{V}$
$1\ D^{V}$
$1\ E^{V}$

Les six nombres générateurs cherchés, seront

Le $6^{me}$ .. $1a$ ou $1A^{v}$. Premier terme donné.

Le $5^{me}$ .. $1b = 1B^{v} - 1A^{v}$. Premiere des premieres différences.

Le $4^{me}$ .. $1c = 1C^{v} - 2B^{v} + 1A^{v}$. Premiere des secondes différences.

Le $3^{me}$ .. $1d = 1D^{v} - 3C^{v} + 3B^{v} - 1A^{v}$. Premiere des troisiémes différences.

Le $2^{d}$ ... $1e = 1E^{v} - 4D^{v} + 6C^{v} - 4B^{v} + 1A^{v}$. Premiere des quatriémes differ.

Le $1^{er}$ .. $1f = 1F^{v} - 5E^{v} + 10D^{v} - 10C^{v} + 5B^{v} - 1A^{v}$. Derniere differ. constante.

## DÉMONSTRATION.

Soient les termes donnés d'une progression arithmétique d'un degré quelconque

$B \ldots\ldots C \ldots\ldots D \ldots\ldots E \ldots\ldots F$ .. &c.

$1^{res}$ differ. $1B - 1A \ldots 1C - 1B \ldots 1D - 1C \ldots 1E - 1D \ldots 1F - 1E$ .. &c.
$2^{des}$ differ. $1C - 2B + 1A \ldots 1D - 2C + 1B \ldots 1E - 2D + 1C \ldots 1F - 2E + 1D$ .. &c.
$3^{mes}$ differ. . . . . . . . . $1D - 3c + 3B - 1A \ldots 1E - 3D + 3c - 1B$ ... &c.
$4^{mes}$ differ. . . . . . . . . . . . . . . . . $1E - 4D + 6c - 4B + 1A$ .... &c.
$5^{mes}$ differ. . . . . . . . . . . . . . . . $1F - 5E + 10D - 10C + 5B - 1A$ .. &c.

Donc les premieres différences de chaque degré forment la Série ci-dessus.

$1B - 1A$
$1C - 2B + 1A$
$1D - 3C + 3B - 1A$
$1E - 4D + 6C - 4B + 1A$
$1F - 5E + 10D - 10C + 5B - A.$
&c.

Ce qu'il falloit démontrer.

Il est aisé de continuer à l'infini, cette même Série. Les signes + & — sont alternatifs dans les rangs horisontaux & dans les rangs diagonaux. Les coëfficiens des mêmes rangs horisontaux, sont les mêmes que ceux des puissances

d'un binome 1, 1... 1, 2, 1... 1, 3, 3, 1... 1, 4, 6, 4, 1, &c. les coëfficiens des rangs perpendiculaires 1, 1, 1, 1, 1... 1, 2, 3, 4, 5... 1, 3, 6, 10, 15, &c. de même que ceux des rangs diagonaux, ſont des progreſſions arithmétiques des degrés tout de ſuite, & les lettres des grandeurs *A*, *B*, *C*, &c. ſont toutes un même & premier degré.

Par le moyen de ces ſix nombres générateurs, en commençant dans un ordre contraire à celui des ſix termes donnés, c'eſt-à-dire par 1*f*; puis continuant par 1*e*, 1*d*, 1*c*, 1*b*, 1*a*, on formera le *Triangle logarithmique*, comme on le voit dans la Figure ſuivante.

*Triangle logarithmique.*

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | 1*a*. |
| | | | | 1*b* . . . . . . . . . | .. + 1*b*. |
| | | | 1*c* . . . . . . | .. + 1*c*. | 1*a* + 1*b*. |
| | | 1*d* . . . . | .. + 1*d*. | 1*b* + 1*c* . . . . . . . | .. + 1*b* + 1*c*. |
| | 1*e* . . . | .. + 1*e*. | 1*c* + 1*d* . . . . | .. + 1*c* + 1*d*. | 1*a* + 2*b* + 1*c*. |
| 1*f*... | .. + 1*f*. | 1*d* + 1*e* . . . | .. + 1*d* + 1*e*. | 1*b* + 2*c* + 1*d* . . . . | .. + 1*b* + 2*c* + 1*d*. |
| | 1*e* + 1*f*. | .. + 1*e* + 1*f*. | 1*c* + 2*d* + 1*e*. . . . | .. + 1*c* + 2*d* + 1*e*. | 1*a* + 3*b* + 3*c* + 1*d*. |
| | | 1*d* + 2*e* + 1*f*. | .. + 1*d* + 2*e* + 1*f*. | 1*b* + 3*c* + 3*d* + 1*e*. . . . | .. + 1*b* + 3*c* + 3*d* + 1*e*. |
| | | | 1*c* + 3*d* + 3*e* + 1*f*.. | .. + 1*c* + 3*d* + 3*e* + 1*f*. | 1*a* + 4*b* + 6*c* + 4*d* + 1*e*. |
| | | | | 1*b* + 4*c* + 6*d* + 4*e* + 1*f*. | .. + 1*b* + 4*c* + 6*d* + 4*e* + 1*f*. |
| | | | | | 1*a* + 5*b* + 10*c* + 10*d* + 5*e* + 1*f*. |

*Conſtruction du Triangle logarithmique.*

Le premier rang perpendiculaire à gauche, ne contient que le ſeul terme 1*f*. Il n'eſt mis que pour conſerver l'analogie, & l'on peut toujours le ſupprimer dans la pratique.

Le ſecond rang contient *trois* rangées de nombres. Il n'y a qu'une opération à faire; ſavoir, une addition, lorſque *e* & *f* ſont tous deux poſitifs, ou tous deux négatifs; & il n'y a qu'une ſouſtraction à faire, lorſque l'un des deux eſt poſitif & l'autre négatif. Ce ſecond rang repréſente les deux pre-

miers termes de la feconde Série ou progreffion arithmétique du premier degré $1e + 1f$.

Le troifiéme rang contient *cinq* nombres. Il y a deux opérations à faire, foit additions, foit fouftractions, felon que $d$, $e$, $f$, font pofitifs ou négatifs. Ce troifiéme rang repréfente les trois premiers termes de la troifiéme Série ou progreffion arithmétique du fecond degré; favoir, $1d$, $1d + 1e$ & $1d + 2e + 1f$.

Le quatriéme rang contient *fept* rangées de nombres; & il y a *trois* opérations à faire, foit additions, fouftractions, felon que $c$, $d$, $e$, $f$, font pofitifs, ou mêlés de négatifs. Les *trois* réfultans de ces *trois* opérations, en y joignant le premier nombre $1c$ que l'on y comprend par analogie, forment quatre rangées horifontales $1c$, $1c + 1d$, $1c + 2d + 1e$, $1c + 3d + 3e + 1f$, mifes perpendiculairement l'une fous l'autre, en y intercalant les trois nombres à ajouter ou à fouftraire $1d$, $1d + 1e$, $1d + 2e + 1f$, & ces quatre rangées horifontales repréfentent les quatre premiers termes d'une Série du quatriéme degré, ou d'une progreffion arithmétique du troifiéme degré.

Le cinquiéme rang contient *neuf* rangées de nombres. Il y a *quatre* opérations à faire, foit additions ou fouftractions, felon que $b$, $c$, $d$, $e$, $f$, font pofitifs, ou mêlés de pofitifs & de négatifs, &c.

Le fixiéme rang contient *onze* rangées de nombres. Il y a *cinq* opérations à faire, &c.

D'où il s'enfuit en général, que l'expofant du degré de la progreffion arithmétique étant $p$, le Triangle logarithmique comprendra autant de nombres que $pp + 2p + 1$ quarré de $p + 1$ contient d'unités; car c'eft la fomme de la Série des nombres impairs 1, 3, 5, 7, &c. $2p + 1$. Or cette fomme eft démontrée égale à $pp + 2p + 1$. Le premier terme eft 1; le dernier eft $2p + 1$. Leur fomme eft $1 + 2p + 1 = 2p + 2$, dont la moitié $p + 1$. Etant multiplié par le nombre des termes $p + 1$, le produit $pp + 2p + 1$, qui eft

le quarré de $p + 1$, est le nombre des nombres ou termes qui forment le Triangle logarithmique.

Il s'ensuit aussi que le nombre des opérations qu'il y a à faire, soit en additions, soit en soustractions, est égal au nombre triangulaire, dont le côté est $p$, c'est-à-dire à $\frac{pp + 1p}{2}$. Car c'est la somme des nombres dans la Série naturelle 1, 2, 3, &c. $p$. Or cette somme est $\frac{pp + 1p}{2}$; ainsi dans l'exemple proposé, comme $p = 5$, on aura $\frac{pp + 1p}{2} = \frac{25 + 5}{2} = \frac{30}{2} = 15 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$.

Il faut donc commencer l'opération par le premier nombre générateur qui est toujours la derniere différence, ou la différence constante, c'est ici $1f$, & l'écrire à gauche en colomne perpendiculaire de haut en bas; puis écrire ce même $1f$ une seconde fois vis-à-vis du premier $f$ horisontalement dans le second rang à droite, & un peu plus écarté par rapport aux lettres, comme on écrit les unités & les dixaines, en écrivant au-dessus, le second nombre générateur, qui est toujours la premiere des pénultiémes différences. C'est ici $1e$, & la somme $1e + 1f$ acheve ce second rang; puis il faut écrire ce même $1e$ une seconde fois vis-à-vis du premier $1e$ horisontalement dans le troisiéme rang à droite, laissant un petit intervalle de séparation, & écrire au-dessus le troisiéme nombre générateur qui est toujours la premiere des antépénultiémes différences, c'est ici $1d$, & écrire la somme $1d + 1e$ vis-à-vis du second $1f$, & au-dessous de cette seconde somme $1d + 1e$, écrire une seconde fois la premiere somme $1e + 1f$ un peu plus écartée, comme on écrit dans l'arithmétique ordinaire pour l'addition des nombres, les dixaines & les unités au-dessous, & écartées par un petit intervalle des mille, la somme de ces deux sommes $1d + 1e$ & $1e + 1f$ acheve le troisiéme rang par la troisiéme somme totale $1d + 2e + 1f$. Et ainsi de suite.

*Construction du Trapeze logarithmique.*

Lorsque le Triangle logarithmique est formé, il est aisé

de former le Trapeze logarithmique, qui n'eſt qu'une continuation indéfinie du Triangle, avec les mêmes lettres ou les mêmes nombres générateurs.

*Trapeze logarithmique qui comprend auſſi le Triangle.*

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | 1a. |
| | | | | 1b . . . . . . . . . . . | ..+ 1b. |
| | | | 1c . . . . . . | ..+ 1c. | 1a+ 1b. |
| | | 1d . . . . | ..+ 1d. | 1b+ 1c. . . . . . . . . | ..+ 1b+ 1c. |
| | 1e . . . | ..+ 1e. | 1c+1d . . . . | ..+ 1c+ 1d. | 1a+ 2b+ 1c. |
| 1f.. | ..+1f. | 1d+ 1e. . . | ..+1d+1e. | 1b+ 2c+ 1d . . . . . | ..+ 1b+ 2c+ 1d. |
| | 1e+1f. | ..+1e+ 1f. | 1c+2d+1e . . . | ..+ 1c+ 2d+ 1e. | 1a+ 3b+ 3c+ 1d. |
| 1f.. | ..+1f | 1d+2e+ 1f. | ..+1d+ 2e+ 1f. | 1b+ 3c+ 3d+ 1e . . . | ..+ 1b+ 3c+ 3d+ 1e. |
| | 1e+2f. | ..+1e+ 2f. | 1c+3d+ 3e+ 1f. | ..+ 1c+ 3d+ 3e+ 1f. | 1a+ 4b+ 6c+ 4d+ 1e. |
| 1f.. | ..+1f | 1d+3e+ 3f. | ..+1d+ 3e+ 3f. | 1b+ 4c+ 6d+ 4e+ 1f. | ..+ 1b+ 4c+ 6d+ 4e+ |
| | 1e+3f. | ..+1e+ 3f. | 1c+4d+ 6e+ 4f | ..+ 1c+ 4d+ 6e+ 4f. | 1a+ 5b+ 10c+ 10d+ 5e+ |
| 1f.. | ..+1f | 1d+4e+ 6f. | ..+1d+ 4e+ 6f. | 1b+ 5c+10d+ 10e+ 5f. | ..+ 1b+ 5c+ 10d+ 10e+ |
| | 1e+4f | ..+1e+ 4f. | 1c+5d+10e+10f. | ..+ 1c+ 5d+ 10e+ 10f. | 1a+ 6b+ 15c+ 20d+ 15e+ |
| 1f.. | ..+1f | 1d+5e+10f. | ..+1d+ 5e+10f. | 1b+ 6c+15d+ 20e+ 15f. | ..+ 1b+ 6c+ 15d+ 20e+ |
| | 1e+5f. | ..+1e+ 5f. | 1c+6d+15e+20f. | ..+ 1c+ 6d+ 15e+ 20f. | 1a+ 7b+ 21c+ 35d+ 35e+ |
| 1f.. | ..+1f | 1d+6e+15f. | ..+1d+ 6e+15f. | 1b+ 7c+21d+ 35e+ 35f. | ..+ 1b+ 7c+ 21d+ 35e+ |
| | 1e+6f. | ..+1e+ 6f. | 1c+7d+21e+35f. | ..+ 1c+ 7d+ 21e+ 35f. | 1a+ 8b+ 28c+ 56d+ 70e+ |
| 1f.. | ..+1f | 1d+7e+21f. | ..+1d+ 7e+21f. | 1b+ 8c+28d+ 56e+ 70f. | ..+ 1b+ 8c+ 28d+ 56e+ |
| &c. | 1e+7f. | ..+1e+ 7f. | 1c+8d+28e+56f. | ..+ 1c+ 8d+ 28e+ 56f. | 1a+ 9b+ 36c+ 84d+ 126e+1 |
| | &c. | 1d+8e+28f. | ..+1d+ 8e+28f. | 1b+ 9c+36d+ 84e+126f. | ..+ 1b+ 9c+ 36d+ 84e+1 |
| | | &c. | 1c+9d+36e+84f. | ..+ 1c+ 9d+ 36e+ 84f. | 1a+ 10b+ 45c+ 120d+ 210e+ |
| | | | &c. | 1b+10c+45d+120e+210f. | ..+ 1b+ 10c+ 45d+ 120e+ |
| | | | | &c. | 1a+ 11b+ 55c+ 165d+ 330e+ |
| | | | | | &c. |

Il faut commencer l'opération par la derniere différence conſtante, qui eſt ici 1f, & l'écrire autant de fois en colomne perpendiculaire de haut en bas, qu'on veut trouver de *nouveaux*

termes dans la progreſſion propoſée. Ici on l'a écrit *ſix* fois, outre le premier qui commence le Triangle logarithmique, c'eſt-à-dire *ſept* fois en tout. Le premier $1f$ donne ou redonne les ſix premiers termes, & chacun des $1f$ ſuivans en donne un. Il faut enſuite ajouter continuellement ces $1f$ à la premiere des pénultiémes différences ou ſecond nombre générateur, qui eſt ici $1e$, qu'on écrit d'un rang plus élevé pour former le ſecond rang perpendiculaire ou Série du premier degré $1e$, $1e + 1f$, $1e + 2f$, $1e + 3f$, &c. $1e + 7f$, ce qui fait ici *huit* termes en *huit* cellules. C'eſt un terme & une cellule de plus que dans le premier rang. Il y a *ſept* additions ou ſouſtractions à faire.

Pour former le troiſiéme rang perpendiculaire, on commence par écrire d'un rang plus élevé que $1e$, la premiere des antépénultiémes différences, ou le troiſiéme nombre générateur $1d$; puis on continue d'ajouter ou ſouſtraire continuellement les nombres collatéraux ou correſpondans du rang précédent, c'eſt-à-dire du ſecond rang, afin d'avoir la Série indéfinie du troiſiéme rang; ſavoir, $1d$, $1d + 1e$, $1d + 2e + 1f$, $1d + 3e + 3f$, &c. $1d + 8e + 28f$; ce qui fait *neuf* termes en *neuf* cellules, & c'eſt un terme & une cellule de plus que dans le ſecond rang. Il y a *huit* additions ou ſouſtractions à faire; c'eſt une opération de plus que dans le ſecond rang, & ainſi de ſuite en remontant par les nombres générateurs $1c$, $1b$, juſqu'au dernier nombre générateur $1a$, qui eſt auſſi le premier terme donné de la progreſſion propoſée.

## REMARQUE I.

On peut toujours ſupprimer le premier rang, comme ici des $1f$ qui n'eſt mis que pour la parfaite analogie, afin que chacun des nombres de chaque rang ſe trouve deux fois dans le Trapeze logarithmique, une fois dans ſon propre rang, & une fois tout vis-à-vis, dans le rang immédiatement ſuivant de gauche à droite; ce qui eſt fort aiſé à remarquer dans la figure même du Trapeze ci-deſſus.

## REMARQUE II.

Lorſque la premiere des antépénultiémes différences, c'eſt-à-dire, le ſecond nombre générateur, eſt un petit nombre comme 10 & au-deſſous, & que ce nombre eſt multiple du premier nombre générateur. On peut encore ſupprimer le ſecond rang, comme dans la Série des nombres quarrés & des nombres cubes; il ne faut qu'un ſeul rang pour former la Série des quarrés, & il ne faut que deux rangs pour former par addition ſimple, ſans aucune multiplication, la Série des nombres cubes.

## REMARQUE III.

Les exemples en nombres rendront plus ſenſible l'utilité de ces Tables logarithmiques, parce que l'addition des lettres dans la Table, fait ſubſiſter ces lettres ſéparément, & par-là il arrive que les formules paroiſſent très-compoſées, au lieu que dans l'addition numérique cette ſéparation ne ſubſiſtant pas, mais les nombres ajoutés enſemble formant un ſeul monome, au lieu des polinomes littéraux, on ſent mieux la ſimplicité de la méthode. En voici un exemple ſenſible pour la formation des nombres cubes dans leur Série naturelle 1, 8, 27, 64, &c. Cette Table porte avec ſoi ſa démonſtration, & l'on n'eſt pas obligé, comme on l'eſt dans toutes les Tables des nombres, de s'en rapporter aveuglément à l'habileté du Calculateur & à l'exactitude de l'Imprimeur. Cette différence eſt plus ſenſible dans les nombres cubes que dans les nombres quarrés C'eſt pourquoi j'ai choiſi ceux-là pour premier exemple. J'en donnerai pour la réſolution des Equations du troiſiéme degré dans le cas irréductible, & pour le cinquiéme degré.

(*Voyez la Table cy-jointe.*)

THEOREME

## THEOREME I.

Soit l'Equation quelconque du ſecond degré donnée & réduite par les regles ordinaires à cette forme.

$$\pm xx \pm ax = b^{II}.$$

Je dis que ſi l'on donne à l'inconnue $x$ trois valeurs quelconques en progreſſion arithmétique comme

| | | |
|---|---|---|
| $x = 1c.$ | ou plutôt | $x = 1c + 2d.$ |
| $x = 1c + 1d.$ | | $x = 1c + 1d.$ |
| $x = 1c + 2d.$ | | $x = 1c.$ |

Et qu'on ſubſtitue ces trois valeurs & leurs puiſſances à la place de $x$ & de ſes puiſſances dans l'Equation donnée $\pm xx \pm ax = b^{II}$, l'on aura trois valeurs d'homogénes de comparaiſon repréſentées par $e^{II}$, $f^{II}$, $g^{II}$, & qui feront trois termes d'une progreſſion arithmétique du ſecond degré, dont la ſeconde différence ſera la différence conſtante & toujours égale dans la continuation de la même progreſſion à l'infini. Cette différence conſtante ſera $= 2dd$.

### DEMONSTRATION.

En ſubſtituant, l'on aura ces trois nouvelles Equations

1.° $1cc + 4cd + 4dd \pm 1ac + 2ad = e^{II}$.

2.° $1cc + 2cd + 1dd \pm 1ac + 1ad = f^{II}$.

3.° $1cc = g^{II}$.

Et ôtant la ſeconde Equation de la premiere, & la troiſiéme de la ſeconde, on aura les premieres différences ſuivantes,

1.° $2cd + 3dd \pm 1ad$.

2.° $2cd + 1dd \pm 1ad$.

Et ôtant la ſeconde de ces premieres différences de la premiere, il reſte la ſeconde différence conſtante & toujours égale $2dd$. Ce qu'il falloit démontrer.

## THEOREME II.

Soit l'Equation quelconque du troiſieme degré donnée & réduite par les regles ordinaires à cette forme,

$$\pm x^3 \pm a^{I} x^2 \pm b^{II} x^1 = c^{III}.$$

Je dis que si l'on donne à $x$ quatre valeurs quelconques en progression arithmétique comme

$$x = 1d + 3e.$$
$$x = 1d + 2e.$$
$$x = 1d + 1e.$$
$$x = 1d.$$

Et qu'on substitue ces quatre valeurs & leurs puissances à la place de $x$ & de ses puissances dans l'Equation donnée

$$\pm x^3 \pm a^{I} x^2 \pm b^{II} x^1 = c^{III}.$$

L'on aura quatre valeurs d'homogénes de comparaison représentées par $f^{III}$, $g^{III}$, $h^{III}$, $k^{III}$, qui sont quatre termes d'une progression arithmétique du troisiéme degré, dont la troisiéme différence sera la différence constante & toujours égale dans la continuation de la même progression à l'infini. Cette différence constante sera $= 6e^3$

DEMONSTRATION.

En substituant, l'on aura ces quatre nouvelles Equations,

1.° $\pm 1d^3 + 9dde + 27d^1e^2 + 27e^3 \pm 1add + 6ade + 9aee \pm 1b^{II}d + 3b^{II}e^{I} = f^{III}.$

2.° $\pm 1d^3 + 6dde + 12d^1e^2 + 8e^3 \pm 1add + 4ade + 4aee \pm 1b^{II}d + 2b^{II}e^{I} = g^{III}.$

3.° $\pm 1d^3 + 3dde + 3d^1e^2 + 1e^3 \pm 1add + 2ade + 1aee \pm 1b^{II}d + 1b^{II}e^{I} = h^{III}.$

4.° $\pm 1d^3 = k^{III}.$

Les premieres différences seront les trois suivantes,

1.° $3dde + 15d^1e^2 + 19e^3 \pm 2ade + 5aee \pm 1b^{II}e^{I}.$

2.° $3dde + 9d^1e^2 + 7e^3 \pm 2ade + 3aee \pm 1b^{II}e^{I}.$

3.° $3dde + 3d^1e^2 + 1e^3 \pm 2ade + 1aee \pm 1b^{II}e^{I}.$

Les secondes différences seront les deux suivantes,

1.° $6d^1e^2 + 12e^3 \pm 2aee.$

2.° $6d^1e^2 + 6e^3 \pm 2aee.$

Et enfin la troisiéme différence constante sera $6e^3$. Ce qu'il falloit démontrer.

REMARQUE.

Il est aisé de démontrer de même que dans toute Equa-

tion du quatriéme degré, comme

$$\pm x^4 \pm a^{\mathrm{I}} x^3 \pm b^{\mathrm{II}} x^2 \pm c^{\mathrm{III}} x^1 = d^{\mathrm{IV}}.$$

En ſuppoſant $x = 1e + 4f.$

$x = 1e + 3f.$

$x = 1e + 2f.$

$x = 1e + 1f.$

$x = 1e.$

La derniere différence conſtante & toujours égale ſera $= 24f^{\mathrm{IV}}$.

Et de même dans toute Equation du cinquiéme degré, comme

$$\pm x^5 \pm a^{\mathrm{I}} x^4 \pm b^{\mathrm{II}} x^3 \pm c^{\mathrm{III}} x^2 \pm d^{\mathrm{IV}} x^1 = e^{\mathrm{V}}.$$

En ſuppoſant $x = 1f + 5g.$

$x = 1f + 4g.$

$x = 1f + 3g.$

$x = 1f + 2g.$

$x = 1f + 1g$

$x = 1g.$

La derniere différence conſtante & toujours égale ſera $= 120g^{\mathrm{V}}$.

Il n'y a que la longueur énorme du calcul qui m'empêche de l'inſérer dans ce Mémoire, qui eſt déja aſſez long.

Enfin il eſt aiſé d'en conclure, & démontrer ce corollaire général.

### COROLLAIRE I.

Soit l'Equation donnée d'un degré quelconque, dont l'expoſant ſoit $p$, & réduite par les regles ordinaires à cette forme

$$\pm x^p \pm a^{\mathrm{I}} x^{p-1} \pm b^{\mathrm{II}} x^{p-2} \pm c^{\mathrm{III}} x^{p-3} \pm d^{\mathrm{IV}} x^{p-4} \ \&c. = z^p.$$

Si l'on ſuppoſe

$x = 1g + ph.$

$x = 1g + \overline{p-1} \times h.$

$x = 1g + \overline{p-2} \times h.$

&c.

$x = 1g + \overline{p-p} \times h = 1g + 0h = 1g.$

Et qu'on ſubſtitue ces valeurs de $x$ & leurs puiſſances à la

place de $x$ & de ses puissances ; & qu'après la substitution faite, l'on cherche par soustraction continuelle les premieres, secondes, troisiémes, &c. différences des nouveaux homogénes de comparaison qui résultent de ces substitutions, la derniere différence constante sera égale au produit continuel des termes de la progression arithmétique 1, 2, 3, 4, &c. $p$, multipliés continuellement l'un par l'autre, & leur dernier produit multiplié par $h^p$.

## COROLLAIRE II.

L'on pourra donc toujours former par la simple addition des nombres générateurs tous positifs, ou par la soustraction, lorsque partie de ces nombres générateurs sont négatifs, on pourra, dis-je, toujours former par le *Trapeze logarithmique* la Série indéfinie de tous les homogénes de comparaison réprésentés par $z^p$. C'est la proposition converse & évidente du Théorême précédent. Car de même que la Série des homogénes étant donnée en nombre de termes suffisant, c'est-à-dire, ayant trois termes ou trois homogénes de comparaison dans les Equations du second degré, quatre termes dans les Equations du troisiéme degré, & ainsi de suite, l'on trouve par la seule & simple soustraction réelle ou analogique la Série des nombres générateurs. Il est évident qu'en commençant par la derniere différence constante, & continuant en remontant par la premiere des pénultiémes différences, par la premiere des antépénultiémes, &c. & finissant par le premier nombre générateur, l'on formera par la seule & simple addition, toute la Série des homogénes de comparaison jusqu'à l'homogéne donné ; mais il y a plusieurs regles générales & particulieres pour abréger le calcul. On les donnera dans un second Mémoire.

## COROLLAIRE III.

Au moyen de cette Série des homogénes de comparaison ainsi formée, l'on trouvera la valeur & toutes les valeurs exactes de l'inconnue $x$ toutes les fois qu'il y en aura d'exactes

& en nombres entiers. Ce qui arrivera néceſſairement, lorſque le $z^p$ donné ſe trouvera une ou pluſieurs fois dans la progreſſion de ces homogénes. Cela eſt évident.

### COROLLAIRE IV.

En ſe ſervant du calcul ordinaire fondé ſur la progreſſion décuple, & ſuppoſant $x = 1 = 2 = 3$, &c. $= p + 1$, où $p$ eſt l'expoſant du degré de la progreſſion, ou de l'Equation donnée ; puis en ſuppoſant $x = 10 = 20 = 30$, &c. $= p + 1 \times 10$ ; puis $x = 100 = 200 = 300$, &c. $= p + 1 \times 100$, & ainſi de ſuite, l'on trouvera par la méthode la plus ſimple qu'il ſoit poſſible, & la plus aiſée à retenir, les limites de la premiere & plus petite valeur de $x$ à une unité près, lorſque cette valeur eſt irrationnelle. Il eſt preſque toujours aiſé de prévoir dans chaque cas particulier par quelle eſpéce d'hypothéſe il conviendroit mieux de commencer, ou par $x = 1$, ou par $x = 10$, ou par $x = 100$,&c.

D'ailleurs la premiere & plus ſimple hypothéſe de $x = 1 = 2 = 3$, &c. $x = p + 1$ donne ſans aucune peine les autres hypothéſes dérivées en raiſon décuple, centuple, &c. comme $x = 10 = 20 = 30$, &c. $x = 100. = 200 = 300$, &c. parce qu'il n'y a qu'à ajoûter des zero aux termes déja trouvés par l'hypothéſe de $x = 1 = 2 = 3$, &c. $x = p + 1$.

### COROLLAIRE V.

Lorſque le $z^p$ ou l'homogéne de comparaiſon donné ſe trouve compris entre deux termes immédiats de la Série des $z^p$, la valeur de l'inconnue $x$ eſt démonſtrativement irrationnelle, & elle eſt entre les deux valeurs hypothétiques de ce même $x$, qui ne different entr'elles que d'une unité. Par exemple,

Soit l'Equation donnée $xx + 10x = 317$.

L'on trouvera, en ſuppoſant

$x = 10$, l'homogéne $100 + 100 = 200$ trop petit.

$x = 20$, l'homogéne $400 + 200 = 600$ trop grand.

$x = 15$ donne encore l'homogéne $225 + 150 = 375$ trop grand.
Mais $x = 13$ donne $169 + 130 = 299$ trop petit.
& $x = 14$ donne $196 + 140 = 336$ trop grand.
Donc les deux valeurs de $x$ ſont irrationnelles. La premiere eſt poſitive entre 13 & 14. On ſait qu'elle eſt égale à $\sqrt{342} - 5$.

La ſeconde valeur eſt négative entre $-4$ & $-3$. On ſait qu'elle eſt égale à $15 - \sqrt{342}$; mais dans les Equations purement numériques & préparées, l'on ne doit point employer de nombres irrationnaux. C'eſt les ſeuls nombres entiers qu'on doit chercher, & qui donnent la ſolution exacte lorſqu'elle eſt poſſible, ou les limites les plus juſtes de l'approximation, lorſqu'il eſt impoſſible d'avoir une ſolution exacte.

## COROLLAIRE VI.

Lorſque ces hypothéſes de $x$ donnent une Série d'homogénes tous négatifs, quoique l'homogéne donné ſoit toujours ſuppoſé poſitif eſſentiellement & par conſtruction dans la préparation de l'Equation, ou lorſqu'étant poſitifs en partie, le plus grand reſte au-deſſous de $zp$ donné, toutes les racines de l'Equation ſont imaginaires. J'en ai donné des exemples ci-deſſus.

## COROLLAIRE VII.

On pourra donc réſoudre parfaitement toutes les Equations numériques. On les réſoudroit même abſolument ſans aucun tâtonnement, en ſe ſervant de la progreſſion double, au lieu de la progreſſion décuple dans l'expreſſion des nombres. Ce qui pourroit aiſément ſe réduire en pratique au moyen de deux Tables de réduction, l'une pour convertir l'expreſſion ordinaire ou décimale en expreſſion de l'arithmétique binaire ou des *Logarithmes* naturels que je donnai en 1703; l'autre au contraire pour convertir l'expreſſion binaire en expreſſion décimale. Il ne peut certainement y avoir aucun tâtonnement, ni dans la diviſion, ni dans l'extraction des

racines, ni dans la résolution d'une Equation numérique quelconque, lorsque tous les nombres sont exprimés par les deux seuls chiffres 1 & 0, parce qu'il est évident que le premier chiffre cherché est constamment toujours = 1, & que le second, le troisiéme, le quatriéme, & tous les autres chiffres en général sont aussi = 1, lorsque le dividende, ou ce qui en tient lieu, est plus grand que le diviseur ou égal à ce diviseur, ou à ce qui en tient lieu, & qu'au contraire le second, le troisiéme, le quatriéme, & tous les autres chiffres en général sont toujours = 0, lorsque le dividende, ou ce qui en tient lieu, est plus petit que le diviseur, ou que ce qui en tient lieu. Or il n'y a que ces trois genres d'opérations arithmétiques; savoir, la division, l'extraction des racines, & la résolution des Equations qui soient en général & par leur nature sujettes au tâtonnement. C'est le plus grand des défauts du calcul ordinaire. C'est se tromper, pour ainsi dire, avec art & méthode. Il n'y auroit tout au plus en se servant de la progression double, de l'incertitude qu'entre 1 ou zero; mais c'est ce qui est aisé à démêler du premier coup d'œil. Ce n'est pas ici le lieu d'en dire davantage.

## COROLLAIRE. VIII.

Lorsque les racines de l'Equation sont irrationnelles, & qu'on a trouvé les deux valeurs approchées en nombres entiers, dont l'un est par excès & l'autre par défaut, il est aisé dans toute progression réglée, soit décimale, soit double, de continuer indéfiniment l'approximation, en ajoûtant des tranches de zero; mais si l'on se sert des formules générales d'approximation que j'ai données, & qui sont indépendantes des zero & de toute autre opération semblable & purement arbitraire, l'approximation sera indéfiniment plus abrégée, plus simple & plus naturelle, sur-tout si l'on joint l'usage de la progression double à celui des formules générales. Il n'y aura ni tâtonnement, ni acune opération par cœur.

L'on renvoye à un autre Mémoire le détail de la résolution des Equations: le Calcul intégral des progressions arith-

métiques quelconques en nombre de termes fini ou infini; & l'application de ce calcul à la Géométrie par une méthode qui paroîtra peut-être plus naturelle & plus lumineuse que les méthodes ordinaires.

---

# I. *EXPLICATION DE L'ENFONCEMENT apparent d'un grand Clou dans le Cerveau par les Narines.* II. *Conformation particuliere du Crâne d'un Sauvage de l'Amérique septentrionale.* III. *Observations ostéologiques.* IV. *Avertissement sur un Mémoire de* 1720.

Par M. WINSLOW.

## I.

LEs Os de la tête qui composent la face sont joints ensemble par l'assemblage, que les Anciens ont nommé *harmonie*, parce qu'ils y avoient trouvé beaucoup moins d'inégalité que dans celui qu'ils ont nommé *suture*. Plusieurs Modernes comprennent l'une & l'autre sous le nom commun de *suture* ou d'*engrenure*, à cause des inégalités cachées de cet assemblage, & débitent cela comme une remarque nouvelle. Mais le grand *Vesale* nous apprend, après *Galien*, qu'on avoit déja fait cette observation, & qu'on avoit souvent rapporté l'*harmonie* à la *suture*. Cependant il est bon de retenir l'ancienne distinction, parce que les inégalités de ces os ne s'engagent presque de part & d'autre que superficiellement. Cette engrenure superficielle avoit paru suffisante pour tenir les os de la machoire supérieure assez fermement joints aux autres os & entr'eux; d'autant plus qu'ils ne paroissent pas être exposés à des efforts qui puissent les arracher. Mais un tour d'adresse surprenant en apparence d'un Joueur de Foire m'a donné occasion d'examiner leur assemblage avec plus de soin.

Il prit un clou de l'épaisseur d'une grosse plume, long environ

viron de cinq pouces, & arrondi par la pointe. Il le mit avec ſa main gauche dans une de ſes narines, & tenant un marteau avec ſa main droite, il dit qu'il alloit enfoncer le clou dans ſa tête, ou, comme il s'expliquoit, dans ſa cervelle. Effectivement il l'enfonçoit preſqu'entier par pluſieurs petits coups de marteau. Il en fit autant avec un autre clou dans l'autre narine. Enſuite il pendit un ſceau plein d'eau par une corde ſur les têtes de ces clous, & le porta ainſi ſans aucun autre ſecours.

Ces deux opérations parurent d'abord ſurprenantes, ou pour le moins déguiſées par quelque artifice ou induſtrie cachée. Un peu d'attention à l'idée que l'Anatomie exacte nous doit donner de la ſtructure, de la ſituation & de la connexion des parties, me fit bien-tôt revenir de ſurpriſe, auſſi-bien que M. *Petit* de cette Académie, Chirurgien-Juré de Paris, & M. *Verdier*, Chirurgien anatomiſte, qui y furent préſens avec moi.

Le creux interne de chaque narine va tout droit depuis l'ouverture antérieure juſqu'à l'ouverture poſtérieure, qui eſt au-deſſus de la cloiſon ou valvule du palais. Dans tout ce trajet les parties oſſeuſes ne ſont revêtues que de la membrane pituitaire; & les cornets inférieurs, ainſi dits, n'y occupent pas beaucoup d'eſpace, & laiſſent facilement paſſer entr'eux & la cloiſon des narines, le tuyau d'une plume à écrire, que l'on peut ſans aucune difficulté gliſſer directement juſqu'à la partie antérieure de l'os occipital. Ainſi un clou de la même groſſeur pour le moins, mais qui ſoit arrondi dans toute ſa longueur, & ſans pointe, ou fort émouſſée, peut y gliſſer ſans peine & ſans coups de marteau, dont le Joueur ſe ſervoit pour déguiſer ſon tour d'adreſſe.

Cette premiere opération fait aſſez comprendre la ſeconde. Les clous étant introduits juſqu'à l'os occipital, & leurs têtes étant près du nez, il eſt aiſé de juger que ſi on met quelque fardeau ſur les têtes de ces clous, ils appuieront en bas ſur le bord oſſeux de l'ouverture antérieure des narines, pendant que leurs extrémités ou pointes s'élevent contre l'allongement de l'os occipital, qui fait comme la voûte du goſier.

Les clous repréſentent ici la premiére eſpéce de levier, dont le bras court eſt du côté du fardeau, & le bras long du côté de la réſiſtance. On me dira que cela ne ſe peut faire ſans cauſer une contuſion très-conſidérable aux parties molles qui couvrent ces deux endroits. Je réponds que l'accoutumance les rend avec le temps comme calleuſes & preſque inſenſibles à ces impreſſions.

Quoique ceci me parût ainſi n'avoir aucune difficulté; néanmoins plus j'y penſois, plus j'en trouvois par rapport à la grandeur du fardeau. Ce ſont les os maxillaires qui ſoutiennent le poids; & leur connexion avec les autres piéces du crâne paroît ſi légere, qu'elle donne lieu de craindre qu'un tel effort ne les arrachât. Il eſt vrai que ſouvent ces os ſe ſoudent entiérement avec l'âge, & que pour lors il n'y a rien à craindre. Au reſte, ces deux os unis enſemble ſont engrenés par deux bouts avec l'os frontal. Ils le ſont encore avec l'os ſphénoïde par des entailles qui en empêchent la ſéparation de haut en bas. Ils ſont appuyés en arriere par les apophyſes pterygoïdiennes, comme par des arcs-boutans, ce qui leur eſt d'autant plus avantageux qu'ils y ſont enclavés par le moyen des piéces particuliéres des os du palais. Les autres endroits de leur connexion ne ſont pas de grande conſéquence par rapport à cette mécanique.

Ce n'eſt pas aſſez. Le perioſte ligamenteux, qui tapiſſe toutes ces jointures, contribue beaucoup à leur fermeté: mais j'oſe dire que les muſcles de la machoire inférieure y ont bonne part, principalement ceux qu'on appelle Crotaphites. On ſait qu'ils ſont attachés à une aſſez grande étendue de la partie latérale de la tête, qu'ils ſont très-puiſſans, & qu'ils ſont fortement attachés aux apophyſes coronoïdes de la machoire inférieure. Ainſi ils ſont aſſez capables de ſoulever cette machoire contre la ſupérieure, & par-là ſoutenir celle-ci pendant qu'elle porte le fardeau dont il eſt parlé.

## II.

M. *Victor Henri Riecke* de Stutgard-Wurtemberg, apporta

l'année passée le crâne d'un Sauvage de l'Amérique septentrionale. Il l'avoit trouvé dans l'Isle nommée *Hond-Eyland*, c'est-à-dire, Isle aux Chiens, située sous le 78me degré de latitude & le 310. ou plus de longitude. Il y trouva le tronc du corps de ce Sauvage encore habillé, mais la tête en étoit séparée & presque entiérement décharnée par les oiseaux. Il la prit, la nettoya & la garda. Etant arrivé en France cette année, il me l'a donnée. Voici ce que j'y ai observé de plus singulier.

Le crâne est long & étroit, le front applati & reculé, le sommet du crâne aigu ou en angle, l'occiput fort saillant & comme en pointe.

La trace demi-circulaire de l'un & de l'autre muscle crotaphite est fort étendue & en haut, où elle n'est éloignée de la suture sagittale que d'un peu plus d'un pouce, & en arriere, où elle va jusqu'à la suture lambdoïdale.

Les os propres du nez sont extraordinairement étroits; de sorte que la largeur des deux n'égale presque pas celle d'un seul de ceux de nos pays; ce qui rend le nez fort enfoncé en haut & camus.

Les orbites & les os de la pomette sont d'une grosseur extraordinaire, ce qui rend le milieu du visage fort large.

Les os maxillaires ont beaucoup de saillie sur le devant sous les narines, à peu-près comme dans le Singe. Les branches montantes de la machoire inférieure sont très-larges, mais basses à proportion. La circonférence du bord alvéolaire de la machoire inférieure se retrécit vers le devant, & ne répond pas tout-à-fait à celle de la machoire supérieure qui va plus en arcade.

Les dents incisives inférieures sont fort étroites, au lieu que les supérieures sont larges. Les unes & les autres sont courtes; elles sont larges de devant en arriere, & plattes, au lieu d'être tranchantes, & ressemblent plus à des dents molaires qu'à des incisives.

M. *Kiecke* m'a dit que les habitans de cette Isle mangent de la chair toute crue, & qu'il fut surpris de la maniére dont

il les voyoit manger. Ils portent la viande entiére à la bouche: ils la prennent avec les dents de devant, & ils la tiennent aussi en même temps avec une main, pendant qu'avec l'autre ils passent un certain instrument en guise de couteau tout près de la bouche, avec lequel ils coupent ou plûtôt scient fort grossiérement les morceaux à mesure qu'ils mangent. Ils font plusieurs mouvemens extraordinaires avec la machoire, & beaucoup de grimaces en mâchant & en avalant. C'étoit principalement ce spectacle qui porta M. *Riecke* à chercher quelque cadavre de ces Insulaires, pour voir si leurs machoires & leurs dents avoient quelque conformation particuliére. Effectivement aucunes des dents de cette tête n'ont été propres à incisér, mais plûtôt à faire l'office de moulin, & à broyer; ce qui ne se peut faire aisément ni délicatement, quand la viande est crue & les morceaux sont gros.

III.

1°. *Les Omoplates* ont pour l'ordinaire dans leur face interne ou antérieure, des éminences longuettes & étroites comme des lignes saillantes, qui vont obliquement depuis la base vers le milieu de la face, & dont les intervalles ou interstices sont très-légérement enfoncés. Le grand *Vesale*, en parlant de ces lignes & de ces enfoncemens, dit que ce sont comme autant d'empreintes des côtes. Cela a donné occasion à plusieurs célebres Anatomistes de s'imaginer que ces traces sont véritablement moulées sur les côtes. Cette méprise vient de ce que, quand on a renversé cet os, pour en examiner la face interne ou concave, il paroît d'abord que ces traces ont presque la même direction que les côtes. Mais on préviendra facilement cette bévûe, en considerant avec un peu d'attention ce même os sans le renverser, & en voyant que ces traces sont à peu près de la même direction que l'épine de l'omoplate; car alors on concevra sans peine que ces traces se croisent avec les côtes, & qu'elles répondent aux différentes portions du muscle Souscapulaire.

2°. *La situation naturelle de l'os du bras* paroît d'abord être telle que la portion hémisphérique de sa tête soit direc-

tement tournée en-dedans vers les côtes, que la grande tubérosité de cette tête le soit directement à l'opposite ou en dehors, & que les condyles de l'extrémité inférieure de l'os, ordinairement appellés *interne* & *externe*, aient cette même direction. Néanmoins dans la vraie situation naturelle de cet os, sa grande tubérosité & le condyle dit *externe*, sont plus en devant qu'en dehors : au lieu que sa portion hémisphérique & son condyle interne sont plus en arriere qu'en dedans. C'est l'inspection d'un bras détaché du corps qui a donné occasion à cette erreur, erreur très-préjudiciable à une bonne guérison des fractures de l'os du bras. La division vulgaire de ces parties en internes & externes séduit facilement l'imagination de ceux qui n'en sont pas avertis.

3°. *La poulie de l'extrémité inférieure de l'os du bras*, avec laquelle l'extrémité supérieure de l'os du coude fait une espéce de charniere, est assez connue. On n'ignore pas qu'elle est oblique, mais je ne sai si l'on a fait attention à ce qui suit de cette obliquité. Elle fait premiérement, que l'avant-bras étant étendu autant qu'il est possible, n'est pas en ligne droite avec le bras, comme on se l'imagine, & que l'os du coude dans cette situation s'incline vers le condyle appellé *externe*, faisant là en quelque maniere angle avec l'os du bras, quoiqu'étendu. Secondement, cette obliquité fait que la flexion de l'avant-bras sur le bras n'est pas directe, mais fort oblique, en ce que l'extrémité inférieure de l'avant-bras ne se rencontre pas alors avec le devant, mais avec le dedans de l'extrémité supérieure du bras. Cette obliquité a plusieurs utilités ; je ne parlerai à présent que de celles qui se peuvent démontrer sur le squelette. Par-là, l'avant-bras étant fléchi, la main, au lieu de rencontrer le haut de l'épaule, tombe naturellement sur la poitrine & vers les parties antérieures du col & de la tête, sans que l'os du bras se tourne autour de son axe. Cette même obliquité mérite beaucoup d'attention dans le pansement des fractures du bras.

Pour faire sentir un autre avantage de cette obliquité, il faut auparavant montrer *la situation naturelle du Rayon*. Il

n'eſt pas naturellement dans le même plan avec le coude; mais il le croiſe, & ſa vraie ſituation eſt celle qui eſt la moyenne entre la pronation & la ſupination. Dans cette ſituation les apophyſes pointues des extrémités inférieures du coude & du rayon ſont vis-à-vis l'une de l'autre. Cette ſituation eſt aſſez indiquée par celle que la main affecte naturellement : car le bras étant étendu, il paroît clairement que le Rayon eſt preſque dans une même ligne parallele avec l'os du bras. Cela étoit très-néceſſaire pour pouvoir ſoutenir de grands efforts, en pouſſant avec le bras étendu : car dans ce cas, le rayon, qui preſque ſeul porte la main (& que l'on peut avec raiſon appeller *porte-main*, ou le *manche de la main*) reçoit auſſi toute l'impreſſion, & heurte en ligne droite contre la petite tête de l'os du bras, pendant que le coude, auquel il eſt lié, ne fait que l'empêcher de gliſſer & de s'écarter. C'eſt ainſi que l'obliquité du coude procure encore cette utilité, auſſi-bien que la facilité de la proration, & la commodité de la ſituation moyenne de l'avant-bras.

4°. *La ſituation naturelle de la main* eſt fort oblique, de ſorte que les extrémités des doigts ſont tournées en arriere, & les os du métacarpe, auſſi-bien que les quatre doigts, ne ſuivent pas la direction de l'avant-bras, comme on pourroit croire ſur l'inſpection des ſquelettes ordinaires. Dans cette ſituation oblique & naturelle, les doigts n'étant ni écartés ni trop ſerrés, on peut remarquer que la pointe du doigt index répond en quelque maniere à l'axe de l'avant bras; de ſorte qu'en faiſant des pronations & ſupinations réiterées, la main étant naturellement étendue, le bout de l'index devient preſque le centre du mouvement, autour duquel les extrémités des autres doigts ſont leurs tours.

5°. *Le Tibi* a un contour particulier qui échappe aux yeux des Anatomiſtes, & dont l'ignorance peut faire grand tort dans le panſement des fractures de cet os. On ſait qu'il eſt large en haut & en bas; mais on ne prend pas garde que ces deux largeurs ne ſont pas dans le même plan, comme il paroît d'abord : car la malléole interne eſt un peu tournée en

devant, & l'enfoncement opposé, qui sert à recevoir l'extrémité inférieure du peroné ou malléole externe, est un peu tournée en arriere ; ce qui paroîtra encore mieux dans un tibia couché sur un plan égal ; car on verra que le plus grand diametre de la tête du tibia sera pour lors parallele à ce plan, & que celui de la base sera oblique dans le sens que je viens de marquer. Cela fait aussi que le pied se tourne naturellement en dehors.

6°. J'ajouterai ici une observation que j'ai faite sur l'*égalité apparente de la longueur des jambes* dans le traitement d'une fracture de la tête du femur que l'on avoit d'abord prise pour une luxation. Après avoir fait la manœuvre ordinaire pour remettre l'os, & disposé les lacs pour en empêcher le dérangement, on examina plusieurs fois si les deux jambes étoient d'une même longueur. On trouva d'abord que la jambe malade étoit plus courte que l'autre ; mais comme on la rendoit sans aucune peine égale à l'autre, on demeura tranquille là-dessus. Le temps de la guérison, selon le terme ordinaire, étant expiré, on fit lever le malade, & on le trouva boiteux. On l'examina de nouveau sur le lit, & ayant tiré les deux jambes à la fois pour les mettre également, on trouva qu'elles restoient sans peine dans cette situation égale. Néanmoins étant de bout, l'une se trouva toujours plus courte que l'autre. Cela me fit soupçonner que cette égalité n'étoit qu'apparente, & ne dépendoit que de la situation oblique ou inégale des os des hanches, que le malade laissoit aller en bas de ce côté pour éviter la douleur, quand on tiroit la jambe : effectivement on le trouva ainsi. C'est pourquoi, quand on examine l'égalité des jambes en pareils cas, il faut toujours auparavant mettre & faire tenir les os des hanches dans leur situation naturelle, c'est-à-dire, directement & à égale hauteur de côté & d'autre. Sans cette attention, les deux jambes étant confrontées ensemble & également placées, il peut arriver que l'une soit ou plus longue ou plus courte que l'autre, quoique cela ne paroisse pas. Car une des hanches un peu haussée fait paroître égale la jambe du même côté, quoiqu'elle

ſoit plus longue ; & une des hanches baiſſée fait de même paroître égale la jambe voiſine, quoiqu'elle ſoit plus courte. On ſait que la flexibilité des lombes permet ces mouvemens des os des hanches.

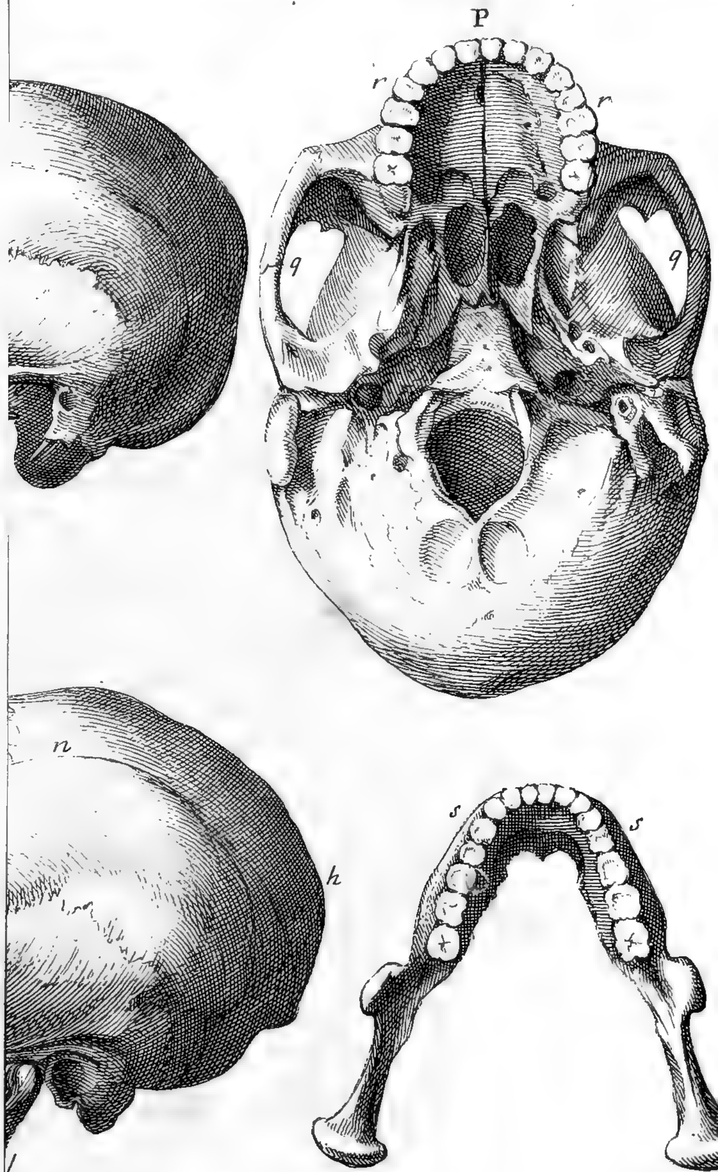
## IV.

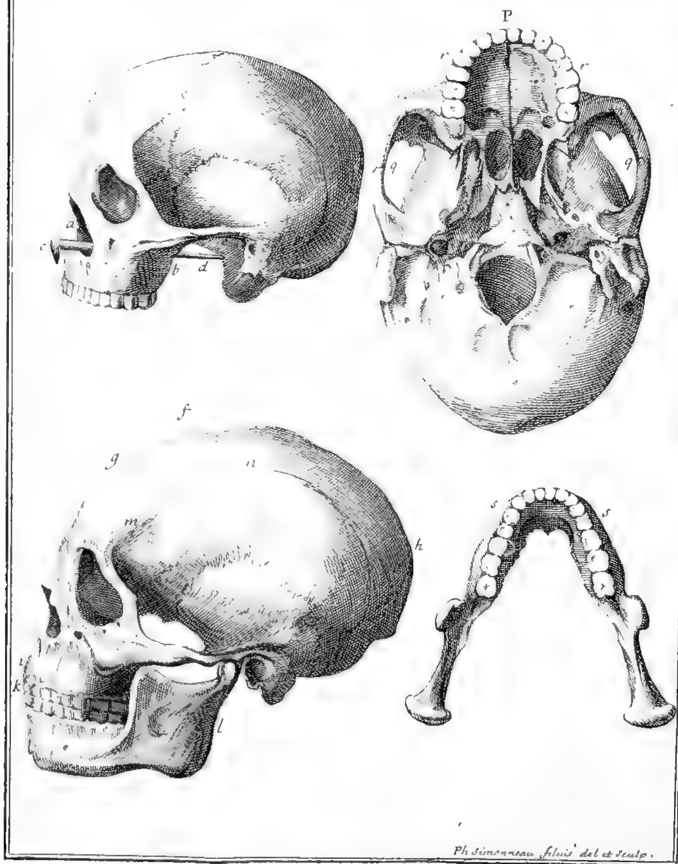
Dans mon Mémoire de 1720. ſur les Muſcles, j'ai donné une *deſcription des Muſcles inter-oſſeux*, telle que je l'avois trouvée moi-même en diſſéquant. Je l'ai donnée comme nouvelle, ne l'ayant trouvée dans aucun Auteur, ni ancien, ni moderne, de quelque reputation. Neanmoins plus d'un an après, en feuilletant par haſard un vieux Livre François, intitulé : *Semaine Anatomique*, &c. Par *Nicolas Habicot, Chirurgien-Juré de Paris*, je fus ſurpris d'y trouver une pareille deſcription de ces muſcles qui avoit échappé à tant de célebres Auteurs & Anatomiſtes. Mais je ſuis encore plus étonné de ce que cette obſervation a reſté inconnue dans le lieu même de ſa naiſſance ; d'autant plus que l'Auteur l'a très-bien marquée, & même exhorté à l'examiner par la diſſection. J'en avertis auſſitôt pour prévenir l'accuſation d'un crime dont je ſuis grand ennemi, & pour me conformer à l'eſprit de l'Académie, qui ne reçoit que les découvertes ou des remarques nouvelles.

## *EXPLICATION DES FIGURES.*

*a*, l'ouverture antérieure des narines.
*b*, l'ouverture poſtérieure.
*c*, *d*, le clou.
*e*, l'allongement de l'os occipital.
*f*, le crâne du Sauvage.
*g*, le front applati.
*h*, l'occiput reculé.
*i*, la ſaillie de la machoire ſupérieure.
*k*, la rencontre inégale des dents.
*l*, les branches montantes de la machoire inférieure.
*m*, *n*, *o*, la trace du muſcle crotaphite.

*p*, le


P
r
r
q
q
n
h
s
s
l


Mem de l'Acad 1722 pl 16 pag 328
p
r
q
q
a
c
b
d
f
g
n
m
h
k
l
s
s
Ph Simonneau filius del et Sculp.

*p*, le crâne du Sauvage vu en dessous, sans machoire inférieure.

*q*, *q*, les zygoma extraordinairement écartés.

*r*, *r*, l'arrangement des dents supérieures en arcade ordinaire.

*s*, *s*, la machoire inférieure séparée pour l'arrangement de ses dents en arcade angulaire.

---

# OBSERVATIONS

## *De l'Eclipse de Soleil du 8. Décembre 1722, faite en présence du Roi.*

### Par M^rs CASSINI & MARALDI.

LE Roi nous ayant ordonné d'aller faire à Versailles l'Observation de cette Eclipse, nous portâmes les instrumens nécessaires pour l'observer le plus exactement qu'il nous seroit possible. On les fit placer dans le Sallon qui est à l'extrémité de la grande Gallerie, & qui regarde le Sud-ouest. Nous y réglâmes notre Pendule par des observations des hauteurs du Soleil prises avant & après midi, & par le passage du centre du Soleil par une Méridienne que nous avions décrite par ordre de Sa Majesté l'Eté précédent dans la petite Gallerie. Le Ciel étant serein, on commença à être attentif dès une heure & demie, pour voir le commencement de l'Eclipse, qui fut apperçue à $1^h\ 42'\ 58''$. Le Roi ayant été averti que l'Eclipse avoit commencé, vint avec toute la Cour pour en voir le progrès jusqu'au temps de sa plus grande obscurité, que Sa Majesté quitta pour aller au sermon. Voici l'ordre des phases que nous avons observées, autant que les nuages, qui ont interrompu souvent cette obscurité, l'ont pû permettre.

19. Décembre, 1722.

| | | |
|---|---|---|
| A $1^h$ | $42'$ $58''$ | Commencement de l'Eclipse. |
| 1 | 49 | $0^d$ $50'$ |
| 1 | 52 | 1 18 |

Ensuite les nuages couvrirent le Soleil jusqu'à $2^h\ 25'$.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $2^h$ | $27'$ | $30''$ | $4^d$ | $50'$ | |
| 2 | 33 | | 5 | 18 | |
| 2 | 39 | 30 | 5 | 44 | |
| 2 | 43 | 30 | 5 | 55 | |
| 2 | 51 | 30 | 6 | 12 | la plus grande obscurité. |

Des nuages interrompirent l'Observation.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 3 | 22 | | 4 | 44 |
| 3 | 25 | | 4 | 30 |
| 3 | 27 | 30 | 4 | 11 |
| 3 | 34 | | 3 | 27 |
| 3 | 37 | 30 | 3 | 0. |
| 3 | 39 | | | |
| 3 | 40 | 30 | 2 | 35 |
| 3 | 44 | 30 | 2 | 44 |

Le Ciel s'étant ensuite couvert, on ne put plus voir le progrès de l'Eclipse ni sa fin. A Paris on n'eut pas le Ciel favorable pour voir le commencement non plus que la fin.

M. de Malezieu qui observa cette Eclipse à Sceaux en présence de Madame la Duchesse du Maine, n'eut pas le Ciel favorable pour voir le commencement. Il remarqua que lorsque le Ciel se découvrit à $1^h\ 48'$, le Soleil étoit éclipsé d'un demi-doigt, que l'Eclipse fut de six doigts à $2^h\ 41'$, & que la fin, qui n'a pû être vûe ni à Versailles ni à Paris, arriva à quatre heures & deux minutes.



# EXPERIENCES

## *Qui expliquent & déterminent la cause qui fait élever les Dissolutions des Sels sur les bords des Vases pour y former des Végétations salines.*

Par M. PETIT, Médecin.

LORSQUE j'ai donné à la Compagnie mon Mémoire des Végétations salines *, j'ai dit, en expliquant la cause de l'élévation des liqueurs sur le bord des vases, que toutes les dissolutions des sels ne forment sur le bord des tasses ou des verres dans lesquelles on les met, des croûtes ou des végétations, que parce que la liqueur pressée à sa surface par le poids & le ressort de l'air, s'éleve dans son contour sur la superficie des vases, où elle trouve de l'appui par son adhérence, & le flegme venant à s'évaporer, il se forme des concrétions de sel qui servent comme d'échelons à cette liqueur pour s'élever du fond du vase, & même passer & de se répandre au-dehors.

14. Novembre, 1722.

* p. 95.

Je n'ignorois pas que la pression de l'air ne servoit de rien à l'élévation du liquide, un peu au-dessus de son niveau sur la superficie des vases, lorsqu'ils ont beaucoup de diamétre, & même plus haut, à mesure que ce diamétre diminue, puisque cette élévation subsiste dans le vuide, ainsi que le Chevalier Boyle l'a remarqué [a], & après lui feu M. Carré, de cette Académie [b]; mais lorsqu'il s'agissoit de faire élever la liqueur plus haut, & de la faire passer entiérement du dedans du vase au-dehors, comme il arrive assez souvent, je ne pouvois l'attribuer à la seule pesanteur du liquide; & par une prévention qui m'étoit commune avec presque tous les Physiciens, je ne pouvois m'empêcher de croire que la pression de l'air sur le liquide ne produisît cet effet. Je m'étois confirmé dans cette opinion par une expérience des plus séduisantes.

[a] *Experim. physic. mechan. contin. 1ª. exper. 27. Experim. physic. mechan. contin. 2.ª exper. 9. art. 2.*

[b] *Mem. de l'Acad. 1705. p. 245.*

J'ai empli un gobelet de grès d'imprégnation de tête-morte d'Eau-forte, qui de toutes mes liqueurs est la plus vive & la plus prompte à végéter. J'ai mis ce gobelet sous un récipient dans ma machine du vuide; j'ai pompé l'air; je l'ai laissé deux fois 24. heures dans le vuide : il ne s'y est pas formé la moindre concrétion. Je l'ai retiré, je l'ai exposé à l'air, les concrétions ont commencé à se former une heure après, & à végéter à leur ordinaire. Cette expérience ne semble-t-elle pas prouver de prime abord que la liqueur n'étant plus pressée par le poids & le ressort de l'air, n'a pû s'élever sur les bords du gobelet, & y former des concrétions? Néanmoins je me suis avisé de mettre un pareil gobelet rempli de la même imprégnation sur une assiete de fayence, je l'ai couverte d'un récipient. Je l'ai laissée deux fois 24. heures en cet état, il ne s'y est produit aucune concrétion. Cela me fit naître quelque doute, & m'engagea de faire ces expériences avec plus de précision.

J'ai empli trois gobelets de grès de la même imprégnation, je les ai choisis aussi égaux qu'il a été possible; je les ai pesés avec exactitude. J'en ai mis un dans le vuide; j'en ai mis un autre à l'air sur une assiete de fayence, je l'ai couvert d'un récipient, & j'ai laissé le troisiéme à l'air, libre sans être couvert. Ce dernier a commencé une heure après à produire des végétations. J'ai laissé ces trois gobelets 60. heures en cet état, après quoi je les en ai retirés. Il ne s'étoit formé aucune concrétion sur celui qui étoit dans le vuide, non plus que sur celui qui étoit sous le récipient sur une assiete : ni l'un ni l'autre n'avoit pas perdu un seul grain de sa pesanteur. Ainsi il ne s'étoit fait aucune évaporation, mais il s'étoit produit une fort jolie végétation sur le gobelet qui étoit à l'air libre, & il s'étoit dissipé 3. dragmes 9. grains de sa liqueur.

L'on voit par cette expérience qu'il est arrivé la même chose au gobelet qui étoit dans le vuide, & à celui qui étoit à l'air enfermé sous un récipient, & qui n'ayant aucune communication avec l'air extérieur, ne pouvoit avoir d'agitation qui lui fût commune avec lui, & par cette seule raison il n'a

pû enlever aucune partie de la liqueur contenue dans le gobelet : or puisqu'il ne s'est point fait d'évaporation, il n'a pû se faire de concrétion.

J'ai fait la même expérience dans les mêmes gobelets avec l'eau commune, par rapport seulement à la quantité de l'évaporation que je voulois reconnoître, je les ai laissés trois fois 24. heures. Le gobelet qui avoit été dans le vuide, pesoit moins de 8. grains, celui qui étoit à l'air sous le récipient, pesoit moins de 12. grains : mais celui qui étoit resté à l'air libre, pesoit moins de 3. dragmes 28. grains.

Je ne me suis pas contenté de ces expériences ; j'ai voulu les faire avec des végétations commencées, pour voir si elles ne me donneroient point des différences d'où je pusse tirer quelqu'induction.

J'ai empli les mêmes gobelets de la même imprégnation. Je les ai laissés à l'air libre l'espace de 10. heures, pendant lesquelles il s'est formé sur ces gobelets beaucoup de végétations en arbrisseaux. Je les ai pesés en cet état. J'en ai mis un dans le vuide ; j'ai mis l'autre sur une assiete à l'air sous un récipient, & j'ai laissé le troisiéme à l'air libre. Ils y ont resté 48. heures, après quoi je les ai retirés & pesés. Le gobelet qui étoit dans le vuide pesoit moins de 3. grains. La végétation qui étoit commencée sur le bord de ce gobelet avant de le mettre dans le vuide, m'a paru diminuée plûtôt qu'augmentée.

Le gobelet que j'avois mis à l'air sous le récipient pesoit moins de 14. grains. Sa végétation paroissoit dans le même état qu'elle étoit, lorsque je l'ai mis sous le récipient.

Le troisiéme gobelet qui étoit à l'air libre, & dont la végétation étoit beaucoup augmentée, pesoit moins de 6. dragmes 9. grains.

Il y a eu si peu d'évaporation dans le gobelet qui étoit dans le vuide & dans celui qui étoit sous le récipient, qu'elle ne mérite aucune attention par rapport à celles que nous avons vûes ci-devant. Mais celle qui s'est faite dans le gobelet, qui étoit à l'air libre, est très-considérable, elle n'a été produite que par la chaleur, qui étoit plus grande lorsque j'ai fait cette

derniere expérience, que lorſque j'ai fait les autres.

Tout cela confirme le raiſonnement que j'ai fait ci-deſſus ſur le défaut d'évaporation, ſans quoi il ne peut ſe former de végétation. Mais toutes ces expériences me laiſſoient toujours dans le doute, & je cherchois à m'en tirer.

J'avois un gobelet de grès ſur lequel il y avoit une végétation formée par la diſſolution de Salpêtre dans l'imprégnation de la tête-morte d'Eau-forte. Je mettois de temps en temps dans ce gobelet de l'imprégnation de Salpêtre, pour rendre cette végétation plus belle. Mais toute la liqueur paſſoit facilement en 18. ou 20. heures, du dedans du gobelet dans la ſoucoupe ſur laquelle il étoit poſé. Je mis de l'imprégnation dans ce gobelet, environ les deux tiers, je le plaçai ſous un récipient dans le vuide. J'examinois de temps en temps ce qui s'y paſſoit; je m'apperçus que la liqueur s'élevoit ſur les bords du gobelet, & couloit dans la ſoucoupe, & y paſſa ſi entierement en moins de 20. heures, qu'il n'en reſta point du tout dans le fond du gobelet. Je ne m'en ſuis pas tenu à cette ſeule expérience, je l'ai repetée deux fois, & toutes les deux fois la liqueur a paſſé entierement.

Après cette derniere expérience, il ne s'agiſſoit plus de la preſſion de l'air pour faire élever la liqueur ſur le bord des vaſes. Il falloit trouver une autre cauſe, & c'eſt ce qui m'a engagé de faire les expériences ſuivantes.

Je me ſuis imaginé que puiſque la liqueur paſſoit ſi facilement dans le vuide, du dedans du vaſe au dehors, au moyen d'une végétation formée, on pourroit bien faire la même choſe par le moyen d'un morceau d'étoffe.

J'ai pris deux morceaux de flanelle, chacun de 8. pouces de longueur, larges d'un pouce & demi; j'ai attaché à un des bouts un morceau d'étain, ſans quoi il nageroit ſur l'eau, & ne ſe plongeroit pas perpendiculairement dedans de toute ſa longueur, ce qui eſt néceſſaire pour rendre l'expérience plus parfaite. Je les ai mis dans deux bouteilles quarrées tronquées par le haut comme celle qui eſt repréſentée dans la premiere Fig. *A, B, C, D*; dans une de ces bouteilles, le bout de fla-

nelle le plus long pendoit dehors, comme on le voit en *C*; il y en avoit 4. pouces & demi, & l'autre bout qui étoit dedans, comme on peut l'entrevoir en *D*, étoit seulement de 3. pouces & demi. Dans l'autre bouteille, le bout le plus long étoit dedans, & le plus court étoit dehors. J'ai humecté ces morceaux de flanelle pour rendre l'opération plus prompte, car sans cela on est quelquefois sept ou huit heures sans s'appercevoir d'aucun écoulement d'eau: j'ai mis de l'eau dans ces bouteilles jusqu'à un pouce du bord; je les ai mises dans le vuide. L'eau s'est élevée dans ces morceaux d'étoffe, comme il arrive pour l'ordinaire à l'air, & par les mêmes regles du siphon; car dans la bouteille où le plus long bout pendoit au dehors, l'eau n'a cessé de couler que lorsque le bout qui étoit dedans, ne trempoit plus dans l'eau : mais dans l'autre bouteille, dont le plus long bout étoit dedans, elle a cessé de couler, lorsque l'eau s'est trouvée vis-à-vis, ou presque vis-à-vis de l'extrémité du bout qui pendoit dehors; car dans quelques expériences, il s'en falloit une demi-ligne, ou même une ligne, qu'elle ne fût aussi bas que ce bout.

Si l'on dispose un morceau de flanelle de maniere qu'un des bouts soit dans une bouteille, & l'autre bout soit dans une autre bouteille ; soit que ces bouts soient d'égale longueur, ou que l'un soit plus long que l'autre dans l'une ou dans l'autre bouteille, & qu'on mette de l'eau dans une de ces bouteilles, l'eau passera dans l'autre jusqu'à ce qu'elle soit de niveau dans les deux bouteilles.

Il est aisé de voir que puisque les morceaux d'étoffe suivent dans le vuide avec tant d'exactitude les lois du siphon, l'eau doit couler par le siphon dans le vuide, comme il fait à l'air libre. C'est effectivement ce que l'illustre Boyle a remarqué[a], & après lui M. Homberg[b]. Mais comme ils ont été obligés de faire couler l'eau dans le siphon avant de le mettre dans le vuide, & qu'il a fallu pour cela se servir de siphons de très-petit diamétre, où les bulles d'air qui se forment dans l'eau s'arrêtent très-facilement, & empêchent le cours de l'eau, j'ai cherché le moyen de faire cette expérience avec

a *Nova Experim. physic. mechan. exp.* 35.
b *Hist. de l'Académie*, 1714. *p.* 85.

des ſiphons de deux à trois lignes de diamétre, & de ne les mettre en jeu que lorſque tout l'air ou la plus grande partie de l'air ſeroit pompé.

J'ai pris une bouteille de 8. à 9. pouces de hauteur, telle qu'on la voit dans la ſeconde Figure *G D*, & dont le goulot *G* avoit tout au plus 4. lignes de diamétre dans ſa partie la plus étroite; j'y ai mis une des branches d'un ſiphon *A, B, C, D*, de deux lignes de diamétre, & dont les branches avoient 5. à 6. pouces de longueur, & tel qu'on le voit repréſenté dans la quatrieme Figure. On peut auſſi ſe ſervir d'un ſiphon pareil à celui de la cinquieme Figure, il n'importe qu'une des branches ſoit plus longue que l'autre. On peut prendre auſſi des ſiphons dont les branches ſoient plus courtes, l'expérience réuſſit mieux, parce que les bulles s'y arrêtent moins facilement.

J'ai empli la bouteille d'eau à une ligne près du bord, & pour lors l'eau qui a monté dans la branche du ſiphon s'eſt élevée près de deux lignes au-deſſus du niveau de l'eau qui étoit dans la bouteille, comme on le voit en *I*.

J'ai placé cette bouteille, & le ſiphon ainſi accommodé, ſous un récipient dans la machine, & à meſure que l'on a pompé l'air, il s'eſt formé des bulles dans l'eau de la bouteille, & de la premiere branche du ſiphon elle a rempli peu-à-peu la bouteille entierement. L'eau qui étoit dans la premiere branche du ſiphon s'eſt auſſi élevée, & a paſſé dans l'autre branche, lorſque l'air a été tout-à-fait, ou preſque tout-à-fait pompé, ( Il faut remarquer que l'on continue toujours de pomper l'air pendant l'écoulement du ſiphon ) l'eau a coulé dans le ſiphon, comme s'il avoit été à l'air libre, juſqu'à ce qu'elle a été au bas de la branche du ſiphon. Il ſe forme des bulles qui coulent dans le ſiphon avec l'eau, qui en arrêtent ſouvent le cours, ce qui m'eſt arrivé avec des ſiphons de deux lignes de diamétre. Cela n'arrive pourtant pas toujours, les bulles d'air n'ayant pas toujours la force d'arrêter l'écoulement de l'eau.

Lorſque l'eau eſt purgée d'air, c'eſt-à-dire, débarraſſée de la plus grande partie des molécules d'air les plus capables de ſe

dilater beaucoup dans le vuide, on ne peut guère réussir dans cette expérience, parce que comme il faut que l'eau s'éleve dans la bouteille & dans la premiere branche du siphon, pour pouvoir passer dans l'autre branche, elle ne le peut que par le moyen de l'air qu'elle contient, qui en se dilatant, la gonfle & l'éleve, ce qui ne se peut avec l'eau purgée d'air. J'ai néantmoins réussi une fois; l'eau a coulé jusqu'à la fin sans s'arrêter avec des molécules d'air, & selon toute apparence il étoit resté assez d'air dans cette eau pour la soulever.

Les difficultés que l'on rencontre à bien faire réussir cette expérience, le doute & le scrupule qui restent dans l'esprit par rapport aux bulles d'air qui font couler quelquefois l'eau avant que l'air du récipient soit tout-à-fait pompé, & qui souvent en arrêtent le cours, m'ont fait imaginer le moyen de faire couler le siphon dans le vuide avec de l'eau purgée d'air.

Je prends un bout de tuyau de fer blanc *A B* de la sixieme Figure, je le joins en *G* avec de la cire ou du mastic au goulot de la bouteille *MD* de la troisiéme Figure. Ce tuyau a une échancrure *B* dans laquelle je place le siphon *A B C D*, de la quatrieme Figure ou de la cinquieme, en sorte qu'en mettant une branche du siphon dans la bouteille, sa partie supérieure soit embrassée par l'échancrure du tuyau de fer blanc avec de la cire qu'on y ajoute pour empêcher l'eau de se répandre, & en allongeant ainsi le goulot de la bouteille, comme on le voit en *H* dans la troisieme Figure, je puis mettre de l'eau dedans jusques par-dessus le siphon. J'emplis cette bouteille à une ligne près du rebord du goulot, l'eau monte dans le siphon de près de deux lignes au-dessus du niveau de celle de la bouteille en *I*. Je mets la seconde branche du siphon dans une autre bouteille *K L*, où il n'y a de l'eau que pour mouiller la partie inférieure de cette branche de la hauteur d'une ligne, & quelquefois d'une ligne & demie au-dessus de *C*, je pose le tout sur la machine. Si l'on regarde l'eau qui est dans la premiere branche du siphon, on ne la trouvera plus dans cette branche au-dessus du niveau de l'eau de la bouteille en *I*, mais elle est au-dessous en *M*, parce que l'air

qui eſt dans la ſeconde branche, eſt repouſſé par l'eau qui eſt entrée dans ſon extrémité inférieure *C*, & ce même air fait reculer l'eau qui eſt dans la partie ſupérieure de la premiere branche. Ainſi j'ajoute de l'eau dans la premiere bouteille juſqu'en *H* au-deſſus de la courbure du ſiphon, ſans craindre qu'elle paſſe dans la ſeconde branche, tant que l'air qu'elle contient y ſera. Je couvre mes bouteilles & mon ſiphon d'un récipient; & à meſure que je pompe l'air, celui qui ſe trouve dans la ſeconde branche ſort par le bas *C*, où il fait des bouillons en s'échappant au-travers de l'eau. Lorſque j'ai bien vuidé mon récipient, l'air qui reſte dans la branche du ſiphon, eſt ſi dilaté, qu'il n'a pas aſſez de force pour ſoutenir le poids de l'eau qui tend toujours à couler dans cette branche, & enfin y coule avec quelques bulles d'air juſqu'à ce que l'eau ſoit de niveau dans les deux bouteilles.

Cette expérience leve les doutes que la précédente laiſſe dans l'eſprit par rapport aux bulles d'air: mais elle a ſes difficultés; on la recommence ſouvent un grand nombre de fois avant de la faire réuſſir parfaitement, parce qu'elle dépend de trois choſes que l'on rencontre rarement aſſez juſtes, de ſorte qu'on peut dire que le haſard y a beaucoup de part.

La premiere eſt de ne mettre de l'eau dans la ſeconde bouteille que ce qu'il en faut pour repouſſer l'air qui eſt dans la ſeconde branche du ſiphon, & que cet air faſſe reculer l'eau dans la premiere branche: mais auſſi faut-il que cet air ne ſoit pas tellement enfermé & reculé, qu'il ne puiſſe s'échapper au-travers de l'eau par le bout du ſiphon *C*, lorſqu'il ſe dilate par ſon reſſort.

La ſeconde, qu'il faut ajouter de l'eau à la premiere bouteille ſeulement, un peu plus haut que la courbure du ſiphon; mais il en faut mettre aſſez, afin que l'eau s'éleve en même temps vers cette courbure, & que par ſon poids elle puiſſe forcer l'air dilaté dans la ſeconde branche de lui céder la place, lorſque le vuide eſt fait dans le récipient.

Si l'on ne met pas aſſez d'eau, le vuide eſt fait dans le récipient, & l'eau ne coule point dans le ſiphon, parce que l'air qui eſt retenu dans la ſeconde branche, par l'eau qui eſt à ſa

partie inférieure, n'étant pas si dilaté que celui qui est dans le récipient, ne peut être forcé par cette petite quantité d'eau: mais s'il y a trop d'eau, pour peu que l'air vienne à se dilater dans la seconde branche du siphon, l'eau le force trop tôt, & précipite l'opération avant que le vuide soit fait dans le récipient.

La troisieme chose est, que l'eau dont on se sert, soit du moins purgée d'air jusqu'à un certain point: si elle ne l'est pas assez, il se forme des bulles qui élevent l'eau de la bouteille plus qu'elle ne doit, & précipitent l'opération avant que le vuide soit fait.

Malgré toutes ces difficultés, si on recommence souvent cette expérience avec la même eau purgée d'air, on se corrige sur le plus ou le moins qu'on en doit mettre dans l'une & dans l'autre bouteille, & à la fin on vient à bout de faire cette expérience de la maniere qu'on le souhaite.

J'ajouterai ici qu'on ne rencontre aucune de ces difficultés pour faire passer dans le vuide les liqueurs du dedans d'un vase au-dehors, par le moyen des morceaux d'étoffe ou des végétations: on a tout le temps de pomper l'air, & on a fait le vuide avant que la liqueur commence à s'élever; car si l'on veut ne point humecter les morceaux d'étoffe, il se passe souvent 4. ou 5. heures, & même plus, selon l'étoffe dont on se sert, avant que l'eau commence à couler. Ce qui doit être une preuve assez suffisante pour ceux qui trouveront quelques difficultés dans les expériences du siphon.

Tous les Physiciens ont crû jusqu'à présent que la pression de l'air sur le liquide, par sa pesanteur & par son ressort, étoit la cause de l'effet du siphon; & il est vrai qu'elle paroît contribuer à l'élévation de l'eau dans les branches du siphon, lorsqu'on veut le mettre en jeu. Soit le siphon *A B C D*, de la seconde Figure, dont la premiere branche *A D* est dans la bouteille *FD*. Si l'on met de l'eau dans cette bouteille jusqu'en *E*, & même jusqu'à deux lignes du rebord du goulot, elle ne s'élévera jamais assez dans la premiere branche pour passer dans la seconde *BC*; mais si l'on ôte par la succion,

l'air qui eſt dans les branches, pour lors l'air extérieur qui preſſe l'eau qui eſt dans la bouteille, ne trouvant plus la réſiſtance que lui faiſoit l'air qui étoit dans le ſiphon, pouſſe l'eau, & la fait monter à la place de l'air. Y avoit-il rien de plus vrai-ſemblable que de croire que la preſſion de l'air continuoit le jeu du ſiphon qu'elle avoit commencée ?

[a] *Nova experim. phyſ. mechan. exper.* 35. *Paradox. hydroſtat. parad.* 10.

Le Chevalier Boyle [a] lui-même, tout perſuadé qu'il étoit que le ſiphon pouvoit couler dans le vuide (car il ne paroît pas qu'il en ait fait une expérience parfaite) ne peut abandonner la preſſion de l'air dans cette occaſion ; ſatisfait de la quantité de ſes découvertes ſur la peſanteur & l'élaſticité de l'air, il n'oſe lui ôter la propriété de continuer le jeu du ſiphon. Il balance & ne décide rien dans ſes expériences méchaniques : mais enfin dans ſes paradoxes hydroſtatiques, il ſe croit aſſez ſoutenu par une expérience de M. Paſchal. Il retourne à l'inclination qu'il avoit pour la preſſion de l'air. L'expérience eſt néantmoins trop poſitive. L'eau coule dans le ſiphon après que l'air eſt entierement pompé. Elle paſſe du dedans d'un vaſe au dehors par le moyen d'un morceau d'étoffe ou d'une végétation formée ſur les ſurfaces de ce vaſe. Il faut donc dans ce cas ici proſcrire la preſſion de l'air & lui ſubſtituer une autre cauſe. Je n'en vois point de plus vrai-ſemblable que la force qui fait élever les liqueurs dans les tuyaux capillaires au-deſſus du niveau de ces liqueurs dans leſquelles on les plonge.

Il a été prouvé dans les Mém. de l'Acad. de 1705. p. 247. par M. Carré, que cette force n'eſt autre choſe que l'adhérence des liqueurs aux parois intérieurs du tuyau ; *de ſorte que les colonnes latérales de l'eau qui environne le tuyau, ayant plus de peſanteur, ou appuyant davantage ſur le fond du vaiſſeau, obligent celles qui répondent à l'ouverture du tuyau, de s'élever plus haut* [b]. (C'eſt préciſément le ſentiment d'Iſaac Voſſius. [c])

[b] *Mém. de l'Acad.* 1705. *p.* 247.

[c] De Nili & aliorum fluminum origine. *Cap.* 2. *p.* 5. *&* 6.

Si l'on met de l'eau dans la bouteille *FD* de la ſeconde Figure juſqu'au bord du goulot *G*, elle s'élévera juſqu'en *I* dans le ſiphon au-deſſus du niveau de la bouteille, paſſera dans la courbure du ſiphon en *A*, & par ſa peſanteur coulera en *B*, puis par l'ouverture *C*. (J'en ai fait l'expérience après le Che-

valier Boyle.[a]) L'eau pourroit bien rester en *A*, le long de la courbure : mais la même force qui a obligé l'eau de s'élever dans le siphon de la hauteur de deux lignes, la fait toujours avancer de ces deux lignes; ainsi cette colomne d'eau se trouve bientôt plus longue que celle qui est dans la premiere branche. Il arrive en cette occasion la même chose que l'on voit arriver à un siphon rempli d'eau, dont les branches sont inégales & suspendues en l'air : l'eau qui est dans la branche la plus longue, se vuide, & entraîne avec elle celle qui est dans la branche la plus courte. Il suit de-là que l'eau qui est dans la branche *A D*, ne pese point sur l'eau inférieure, & que pour peu que les parties de l'eau qui est dans la bouteille, se pressent les unes sur les autres par leur pesanteur, elles s'introduisent facilement dans cette branche, elles s'y élevent, & continuent de couler dans le siphon tant que la colonne d'eau qui est dans la seconde branche se trouve la plus longue.

[a] *Nova exper. phys. mecan. exp.* 35.

Si l'on met de l'eau dans la bouteille *M D*, de la troisiéme Figure, & qu'on la fasse couler par le siphon *A B C D*, dans la bouteille *K C*, l'eau continuera de couler jusqu'à ce qu'elle soit de niveau dans les deux bouteilles, parce que l'eau y sera en équilibre. La pression de l'eau est égale de part & d'autre. L'eau est poussée avec une égale force dans la branche du siphon *A D*, & dans la branche du siphon *A C*. Ainsi chacune de ces colonnes trouvant la même resistance en *A* de part & d'autre, elles ne peuvent avancer ni d'un côté ni d'autre. Mais si l'on éléve la bouteille *M D*, d'une ligne, de deux lignes, d'un pouce, enfin de telle quantité que l'on voudra, l'eau coulera d'abord de la branche *D A*, par la branche *A C*, dans la bouteille *K C*, & continuera de couler jusqu'à ce qu'elle soit de niveau dans les deux bouteilles. Si après cela je baisse la même bouteille, & que je la remette dans le même état où elle étoit, l'eau coulera dans le moment, de la branche *C A*, dans la branche *A D*, jusqu'à ce qu'elle soit encore de niveau. Qu'arrive-t-il donc de particulier à l'eau de ces deux bouteilles par la simple élévation, pour la faire couler tantôt par une branche, tantôt par l'autre? Ce

n'eſt point parce qu'il y a une plus grande quantité d'eau dans la bouteille *M D*, lorſqu'elle coule dans la bouteille *K C*; car elle couleroit, mais plus lentement, quand il n'y en auroit que la centiéme partie, pourvû que cette petite partie d'eau ſoit au-deſſus du niveau de celle de l'autre bouteille. En voici la raiſon. L'eau qui eſt dans les branches du ſiphon, réſiſte par ſa peſanteur à ſon élévation dans ces branches. Si elle ſe trouve d'une égale hauteur dans ces deux branches, la réſiſtance ſera égale, elle ne coulera de part ni d'autre, comme nous venons de le dire; mais ſi j'éleve la bouteille *M D*, j'éleve en même temps le ſiphon *A B C D*; & par conſéquent la colomne d'eau qui ſe trouve dans la branche *A C*, étant plus élevée au-deſſus du niveau de l'eau de la bouteille *K C*, réſiſte davantage à ſon élévation que la colomne d'eau qui eſt dans la branche *A D*, qui par cette raiſon ſe trouvant la plus forte, doit pouſſer la colomne *A C*, & couler par cette branche dans la bouteille *K C*.

Cette explication eſt peu différente de celle que M. Paſchal[a] a donnée pour prouver que la peſanteur de l'air eſt la cauſe du jeu du ſiphon, joint à l'expérience qu'il a faite à ce ſujet avec l'eau & le Mercure.

[a] *Traité de la peſanteur de l'Air, ſect. 2. exp. 5.*

Le Chevalier Boyle qui a fait l'expérience avec l'eau, & l'huile de Térébenthine[b] n'a pû réſiſter à la probabilité de cette expérience, jointe aux raiſons de M. Paſcal. Elle m'engageoit ſi fort à tenir pour la preſſion de l'air, que je ne l'ai abandonnée qu'après m'y être vû forcé par les expériences que j'ai rapportées, qui prouvent avec évidence que la véritable cauſe du jeu de ſiphon eſt la peſanteur de l'eau, jointe à ſon adhérence aux parois du verre.

[b] *Parad. hydroſt. parad. 10.*

La maniere dont l'eau paſſe du dedans du vaſe au-dehors par le moyen d'un morceau d'étoffe, a tant de conformité avec celle dont l'eau coule dans le ſiphon, & la maniere dont la liqueur paſſe du dedans au-dehors d'un vaſe, ſur les ſurfaces duquel il y a des concrétions ſalines, ou des végétations, a tant de rapport avec celles des morceaux d'étoffe, puiſqu'ils ſuivent l'un & l'autre ſi exactement les lois du ſiphon, qu'on

peut aſſurer qu'ils n'ont tous trois qu'une même cauſe. Il y a ſeulement cette différence entre le ſiphon, les morceaux d'étoffe & les végétations, c'eſt que lorſque la bouteille *F D*, de la ſeconde Figure, n'eſt remplie d'eau que juſqu'en *E* ou en *F*, il faut, comme nous avons dit, ſuccer le ſiphon pour le mettre en jeu, ou ſe ſervir d'un autre moyen, ſans cela il ne coulera jamais de lui-même. Il n'en eſt pas ainſi dans les morceaux d'étoffe; car ſi baſſe que ſoit la liqueur dans le vaſe, pourvû que la premiere partie du morceau d'étoffe trempe dans l'eau, & que l'autre partie de l'étoffe qui eſt dehors; ſoit plus baſſe que l'eau n'eſt dans le vaſe, l'eau montera petit à petit dans le morceau d'étoffe, & coulera dehors. La même choſe arrive à nos végétations; car pourvû que la liqueur qui eſt dans le vaſe, touche aux concrétions qui ſe trouvent à la ſurface intérieure du vaſe, & qu'il y ait des concrétions à la ſurface extérieure, plus baſſes que la liqueur n'eſt dans le vaſe, cette liqueur s'élevera peu à peu dans les concrétions, & coulera du dedans au-dehors du vaſe.

Il eſt facile de rendre raiſon de cette différence; car comme l'eau s'éleve dans les tuyaux à proportion de leur ſurface, plus les tuyaux ſont petits, plus ils ont de ſurface. Il faut que les tuyaux ſoient bien fins pour s'y élever de 3. ou 4. pouces: mais quelques fins que ſoient ces tuyaux, ils ne ſont point ſi fins que les pores par où s'éleve l'eau dans un morceau d'étoffe. Ainſi ſi l'on ſuppoſoit que ces morceaux d'étoffe fuſſent compoſés de tuyaux perpendiculaires courbés en ſiphon, & auſſi fins que le ſont les pores de l'étoffe, il eſt aiſé de juger que l'eau peut s'y élever juſqu'à 7. ou 8. pouces, & même davantage, ce qui ſuffiroit pour la faire paſſer du dedans du vaſe au dehors, & faire le ſiphon. Mais il y a plus, c'eſt que preſque toutes les ſurfaces des pores de l'étoffe ſont obliques, ou horiſontales, où les particules d'eau trouvent beaucoup d'appui: & pour lors elles ne peſent ſur l'eau inférieure qu'à proportion que cette obliquité approche de la ligne perpendiculaire: & plus elle en eſt éloignée, moins elle peſe ſur les parties inférieures: enfin elles ne peſent plus, lorſque ces ſurfaces ſont horiſontales. Ce qui eſt aſſez bien prouvé par les

expériences de Sinclarus[a], de l'illustre Boyle[b], & après lui M. de la Hire[c]. Le Chevalier Boyle a fait élever l'eau à la hauteur de 42. pouces dans des tuyaux de verre qu'il avoit remplis de Minium. Il a même par ce moyen fait élever l'eau dans des siphons, sans être obligé de les succer. L'on voit dans cette expérience que les parties du Minium doivent former des pores extraordinairement petits, & avec cela tout y est plein de surfaces horisontales, où l'eau trouve de l'appui à mesure qu'elle s'éleve: & c'est précisément ce qui se trouve dans nos végétations. Si l'on met de l'eau commune dans une tasse, elle ne s'élevera jamais sur la surface de la tasse au-dessus de son niveau, qu'à proportion de l'adhérence & de l'appui qu'elle trouvera dans les pores & dans les rainures de cette surface. Si l'on y met une dissolution de sel, comme de Sel marin & de Salpêtre, elle s'y éleve de même que l'eau : mais lorsqu'elle vie ntà s'évaporer, elle laisse sur cette surface des concrétions sur lesquelles la liqueur qui survient trouve de l'appui, & ne pesant plus, ou pesant moins sur la liqueur qui est dessous, elle est poussée plus haut par la même force qui la fait élever sur la surface de la tasse, où elle forme encore de nouvelles concrétions, sur lesquelles la liqueur qui survient, trouve encore de l'appui, & s'éleve ainsi de suite sur le bord de la tasse, d'où elle continue à faire des concrétions sur la surface extérieure, comme elle a fait sur la surface intérieure, assez souvent jusques vers le bas de la tasse, & pour lors la liqueur peut passer du dedans au-dehors.

[a] *Artis novæ & magnæ lib. 2. dialog. 2. p. 161.*

[b] *Experim. physs. mechan. contin. 1a. exper. 28.*

[c] *Histor. Academ. Duhamel an. 1693. cap. 2.*

Le Chevalier Boyle avoit déja remarqué les concrétions qui se forment sur les surfaces des vases par les dissolutions des sels[d]: mais il ne parle que des concrétions formées par les dissolutions de Vitriol & de Sel marin, qui ne produisent aucune végétation, qui ne lui étoient point connues.

[d] *Experim. physs. mechan. contin. 1a. exper. 29.*

Voici deux observations que j'ai crû devoir ajouter. La premiere, c'est que j'ai dit au commencement de ce Memoire, que le Chevalier Boyle a fait voir que l'élévation des liqueurs daus les tuyaux capillaires, subsiste dans le vuide. Je remarquerai qu'il ne s'est pas contenté d'ajuster des tuyaux capillaires

laires dans l'eau, d'obſerver la hauteur où elle s'eſt élevée dans ces tuyaux à l'air libre, & de s'aſſurer que cette élévation ſubſiſte dans le vuide : il a encore voulu voir ſi elle s'y éléveroit en ne plongeant les tuyaux dans l'eau qu'après que le vuide ſeroit fait ; il a trouvé qu'elle s'y élevoit comme à l'air libre.

Boyle pouvoit douter avec raiſon ſi elle s'y éléveroit ; car il pouvoit s'imaginer que l'eau qui étoit une fois élevée dans les tuyaux capillaires à l'air libre, ne baiſſoit pas facilement dans le vuide, à cauſe de la dilatation de l'air qui étoit dans l'eau engagée dans ces tuyaux, & à cauſe de l'adhérence de la liqueur aux parois du verre, & il auroit pû croire que cela pourroit apporter quelque réſiſtance à l'abbaiſſement de l'eau qui peut-être, ſelon ſa penſée, ne devoit plus ſe ſoutenir dans les tuyaux, parce qu'elle n'étoit plus preſſée par l'air, qu'il croyoit la cauſe de cette élévation.

Il a fait plus * : car comme il avoit remarqué que l'eau ne s'éleve point à l'air libre dans un tuyau fermé à ſa partie ſupérieure, il a plongé un pareil tuyau dans l'eau, après que le vuide a été fait, & l'eau s'y eſt élevée comme dans un tuyau ouvert par les deux bouts.

* *Experim. phyſ. mechan. contin. 2da art. 2. exp.*

Cette derniere expérience eſt plus importante que l'on ne croit, pour confirmer l'hypotheſe qui établit l'adhérence de l'eau aux parois du verre, pour les ſeules cauſes de ſon élévation dans les tuyaux capillaires, joint à la peſanteur des colomnes de l'eau qui environne les tuyaux, & par conſéquent à l'élévation des diſſolutions ſur les parois des vaſes, & y produire des végétations. Elle répond parfaitement bien à une des plus importantes objections que l'on m'ait fait contre cette hypotheſe. Voici la maniere dont elle a été propoſée par un de nos plus habiles Phyſiciens *.

* M. de Mairan.

Quelque ſoin, dit-il, que l'on apporte à pomper l'air d'un récipient par le moyen de la machine du vuide, on ne le pompera jamais ſi parfaitement qu'il n'en reſte toujours aſſez pour ſoutenir une ligne, ou du moins une demi-ligne de Mercure au-deſſus de ſon niveau, ce qui eſt équivalent à 14. ou du moins à 7. lignes d'eau. Or la force qui peut ſoutenir

cette quantité d'eau peut ſuffire pour élever l'eau dans les tuyaux capillaires mis dans le vuide. On doit donc conclure que l'air eſt la cauſe de cette élévation. Je réponds à cela que ſi cet air raréfié a la force d'élever l'eau dans les tuyaux, il doit avoir la même force pour la repouſſer; car qu'eſt-ce qui empêche que l'eau ne s'éleve dans un tuyau fermé à ſa partie ſupérieure, lorſqu'on le plonge dans cette eau à l'air libre par ſon côté ouvert? Ce n'eſt aſſurément autre choſe que l'air qui eſt dans ce tuyau, & qui ne pouvant s'échapper, réſiſte à la force qui fait élever l'eau dans les tuyaux. Ainſi lorſqu'on le plongera dans l'eau miſe dans le vuide, l'air que contiendra ce tuyau, ſera le même que celui qui ſera dans le récipient, & cet air aura autant de force pour réſiſter à l'élévation de l'eau dans ce tuyau, que celui qui ſera dans le récipient en aura pour le preſſer & l'élever. Il doit donc tenir l'eau en équilibre, de maniere qu'elle ne pourra s'élever plus facilement dans le vuide qu'elle fait à l'air libre. L'on voit néantmoins par l'expérience du Chevalier Boyle, que l'eau s'éleve dans le vuide auſſi facilement dans ce tuyau que dans ceux qui ſont ouverts par les deux bouts. Ainſi l'air qui reſte dans le récipient, après avoir pompé, ne peut être la cauſe de l'élévation de l'eau dans les tuyaux capillaires mis dans le vuide.

La ſeconde obſervation que j'ai à faire, eſt que bien des gens s'imaginent que tout l'air qui eſt dans l'eau s'échappe facilement, lorſqu'on la met dans le vuide. Mais ceux qui ont travaillé à cette expérience, ſe ſont bientôt apperçu qu'il eſt très-difficile de purger l'eau d'air, pour ne pas dire impoſſible. Je ne connois aucun Phyſicien qui en ait donné les moyens, je ne les ai point trouvés dans les ouvrages du Chevalier Boyle: il eſt fâcheux que ceux qui ont dit avoir purgé l'eau d'air, ne nous aient pas expoſé les moyens dont ils ſe ſont ſervis pour cela: ils nous auroient épargné bien des doutes: car, pour commencer par l'ébullition, on a beau faire bouillir beaucoup d'eau juſqu'à ce qu'il n'en reſte qu'une très-petite partie, quelque petite quantité qu'on en conſerve, ſi on la met bien chaude dans le vuide, elle y fait efferveſcence. Il

en eſt de même de l'eau que l'on purge d'air par la machine du vuide. J'en ai mis toute chaude juſqu'à dix-huit fois, elle y a fait toujours efferveſcence. Il s'eſt diſſipé une ſi grande quantité de cette eau, toutes les fois que je l'ai remiſe dans le vuide, qu'il ne m'en reſtoit pas aſſez pour faire mes expériences du ſiphon; c'eſt pourquoi j'ai été obligé de les faire avec de l'eau, qui a ſeulement paſſé huit fois dans le vuide : & cette eau a formé des bulles dans un ſiphon de demi-ligne de diametre mis dans le vuide, qui ont arrêté l'écoulement de l'eau dans ce ſiphon. Il s'en eſt formé de même dans un ſiphon de deux lignes de diametre, mais qui ont coulé avec l'eau, de maniere qu'elles n'ont pas été capables de l'arrêter. Ainſi je ne crois pas qu'il ſoit poſſible de faire cette expérience dans des tuyaux capillaires qui ont moins de deux lignes, à moins qu'on ne trouve le moyen de mieux purger l'eau d'air que l'on n'a fait juſqu'à préſent. On en peut dire autant des expériences que l'on dit avoir été faites avec le Lait & avec l'Huile *.

L'on prétend qu'avec ces liqueurs graſſes, le ſiphon ne s'arrête point dans le vuide en quelque temps que ce ſoit, parce qu'elles contiennent, dit-on, moins d'air que l'eau. J'ai obſervé néantmoins que plus le lait eſt pur, plus il a de difficulté à paſſer à l'air libre dans des tuyaux d'un petit diametre, & il s'arrête bien plus facilement que l'eau dans les ſiphons de deux lignes de diamétre, lorſqu'on les met dans le vuide.

*Histoire de l'Académie, 1714. p. 87.*

Lhuile d'Olive fait plus, du moins celle dont je me ſuis ſervi, elle ne paſſe point à l'air libre dans des ſiphons d'un tiers de ligne de diamétre, & elle ſe bouche bien vîte le paſſage dans des ſiphons de deux lignes de diamétre, lorſqu'on la veut mettre dans le vuide, à cauſe de la quantité de bulles d'air qui s'y produiſent.

L'huile d'Amande amere qui a plus de liquidité que l'huile d'Olive, & qui a plus de peſanteur ſpécifique, ne paſſe à l'air libre que très-difficilement dans un ſiphon d'un tiers de ligne de diamétre. Il n'en tombe preſque qu'une goute tous les quarts d'heure, & elle ne coule pas mieux dans le vuide que l'huile d'Olive dans un ſiphon de deux lignes de diamétre,

à cause de la quantité des bulles d'air qu'elle produit.

L'huile de Térébenthine, qui a autant de liquidité que l'eau, & qui est bien plus légere que l'huile d'Olive & l'huile d'Amande amere, paroît couler avec une plus grande facilité à l'air libre, que l'eau dans un siphon d'un tiers de ligne de diamétre; mais elle s'arrête plus facilement dans des siphons de deux lignes de diamétre, lorsqu'on la met dans le vuide.

* *Nova exp. phys. mechan. Exper.* 24. & 43.

Le Chevalier Boyle a observé * en plusieurs endroits de ses ouvrages, que ces huiles donnent beaucoup d'air, lorsqu'on les met dans le vuide, & que l'huile de Térébenthine chauffée y fait effervescence comme l'eau; ce que j'ai aussi remarqué, en la voulant purger d'air pour la faire couler par les siphons dans le vuide, ce qui ne m'a pas encore réussi.

---

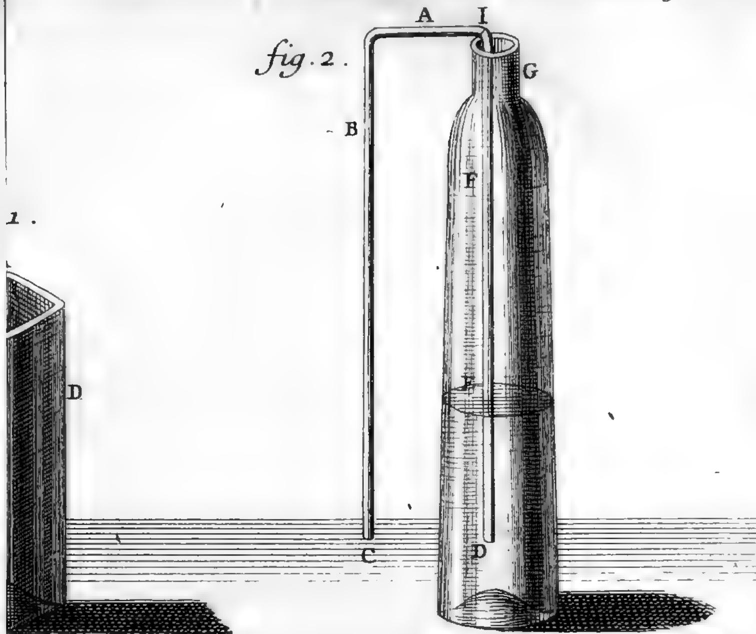
# *DE'TERMINATION GE'OGRAPHIQUE DE L'ISLE DE CORSE.*

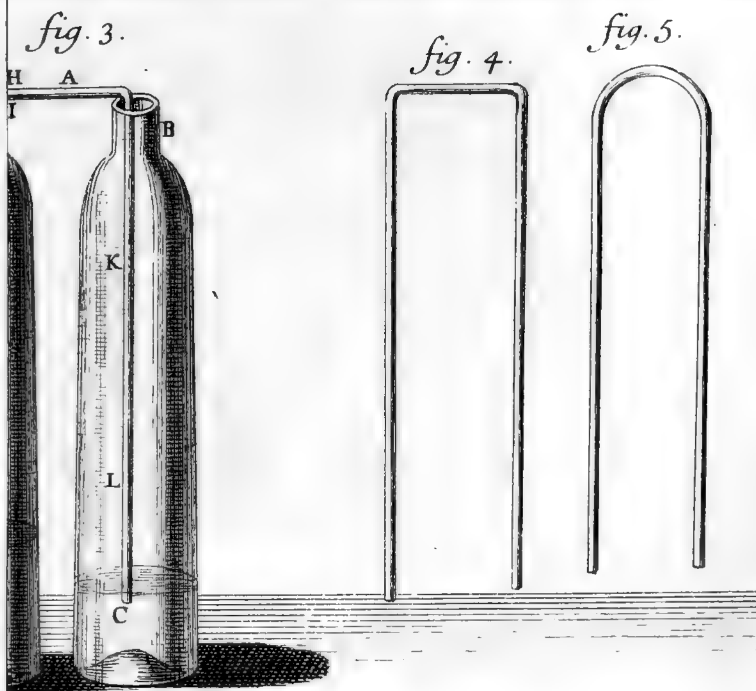
## Par M. MARALDI.

28. Mars, 1722.

ON voit des Côtes de Genes & de Provence les Montagnes de l'Isle de Corse, qui paroissent quelquefois élevées au-dessus de l'horison sensible, comme si elles sortoient de l'eau, & qui disparoissent en d'autre temps par un Ciel également pur & serein, comme si elles s'étoient plongées dans la Mer.

Il y a des saisons plus propres pour découvrir cette Isle des côtes de Genes, qui sont le Printemps & l'Automne. On la voit aussi quelquefois l'Hiver; & les heures du jour qu'elle paroît, sont le matin au lever du Soleil, & un peu avant, ou bien le soir, un peu après son coucher. On la voit aussi quelquefois dans le même jour le matin & le soir, & elle se perd entierement de vûe le reste de la journée.




Ph. Simonneau fecit.

*fig 2*

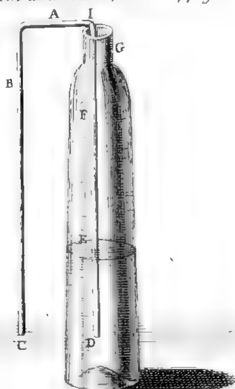



*fig 1*

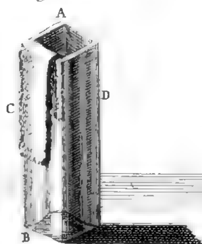



*fig 3*

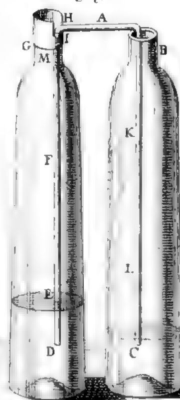



*fig 4*



*fig 5*



*fig 6*



Toutes ces apparences se font sur les Côtes de Genes, par rapport à un Observateur qui est toujours dans la même situation & à la même hauteur sur la surface de la Mer.

On pourroit attribuer cette diversité d'apparence à la variation qui arrive à la hauteur des eaux de la Mer, qui sont entre Genes & la Corse; car quoique, suivant l'opinion commune des Philosophes, la surface de la Mer soit sphérique, il faut avouer que cette figure est sujette à des variations qui lui arrivent par des causes extérieures, dont les principales sont les courants, aussi-bien que le flux & le reflux, & qui font varier considerablement la hauteur de l'eau dans le même lieu.

Suivant cette idée, on pourroit dire que l'Isle se découvre lorsque la mer est basse : au contraire la Corse se doit perdre de vûe du même lieu, lorsque la Mer s'éleve & se place entre deux.

Mais cette explication n'est pas la plus naturelle, & il est plus vrai-semblable d'attribuer ces apparences aux réfractions, & de supposer que les rayons visuels qui viennent de cette Isle à l'Observateur qui est sur les Côtes opposées, se rompent diversement dans les vapeurs qui sont entre deux; ainsi, lorsque les vapeurs sont plus denses ou en plus grande quantité, les réfractions des rayons sont plus grandes, & font paroître l'Isle au-dessus de la Mer, & lorsque les vapeurs sont moins denses, ou qu'il y en a une moindre quantité répandue dans l'air, les réfractions des rayons étant plus petites, l'Isle reste cachée par la Mer.

Cette explication paroît d'autant plus vrai-semblable, qu'elle est également propre à rendre raison des apparences semblables qui arrivent au milieu des Terres; car on a remarqué depuis longtemps à l'Observatoire, des maisons éloignées de sept ou huit lieues ves le Nord, qui étant cachées pendant le jour par d'autres maisons qui sont plus proches, & placées seulement à une demi-lieue de distance, paroissent souvent le matin au lever du Soleil, élevées au-dessus de celles qui sont proches. Ces maisons éloignées s'abaissent ensuite peu à peu, jusqu'à ce qu'elles se cachent entierement

pendant le jour par les Maiſons qui ſont proches. Cette apparence eſt donc une preuve évidente, que les rayons ſe courbent dans l'air différemment, ſuivant les différentes denſités de l'air, ou ſuivant la différente quantité de vapeurs par où ces rayons paſſent. Cela prouve auſſi que le matin les vapeurs ſont plus denſes, ou bien qu'il y en a dans l'air une plus grande quantité que le reſte du jour. L'apparence que fait la Corſe, vûe de Genes, étant ſemblable à celle que nous venons de rapporter, on en peut rendre raiſon de la même maniere.

M. le Marquis Saluago a obſervé très-ſouvent ces apparences que fait l'Iſle de Corſe, d'une Maiſon qu'il a proche de Genes vers le Nord, dans une contrée appellée *Carbonara*, d'où l'on voit toute la Ville & le Fanal qui eſt ſur un Rocher proche du Port. Il a déterminé la hauteur de ſon Obſervatoire au-deſſus de la ſurface de la Mer, en dirigeant au Fanal le fil horiſontal de la Lunette du Quart de Cercle, lorſque le cheveu auquel eſt attaché le plomb, & pend du centre de l'inſtrument, battoit à zero. Dans cette ſituation, le fil horiſontal qui marquoit le niveau apparent, répondoit à une fenêtre de ce Fanal. Il a fait enſuite meſurer exactement depuis cette fenêtre du Fanal juſqu'au niveau de la Mer, & par-là il a eu immédiatement la hauteur de l'Inſtrument placé dans ſon Obſervatoire au-deſſus du niveau de la Mer. Cette hauteur réduite à celle de Paris eſt de 50. toiſes.

Il a fait auſſi meſurer à cette occaſion, par un habile Ingénieur, toute la hauteur du Fanal & du Rocher ſur lequel il eſt placé, depuis la ſurface de la Mer juſqu'à la boule qui eſt placée à la ſommité du Fanal. Elle a été trouvée de 497. palmes de Genes moins un pouce ; & depuis la même ſurface de la Mer juſqu'au lieu où eſt le Fanal, on y a trouvé 474. palmes, qui ſont 61. toiſes.

Par cette meſure, on calcule que la lumiere du Fanal, qui pendant la nuit ſert de guide aux Mariniers pour ſe conduire dans le Port, peut être vûe dans la Mer à une diſtance de 20. minutes d'un grand Cercle pris du pied du Fanal: ces 20. minutes font un peu moins de 7. lieues de 20. au degré.

Le P. Riccioli, au sixieme Livre de sa Géographie, suppose la hauteur de ce Phare de 440. palmes de Genes, au lieu de 497. qu'il a été trouvé.

La hauteur de l'Observatoire de Carbonara de 50. toises, sur la surface de la Mer, avec le demi-diametre de la Terre, tel que l'Académie l'a déterminé, donne l'inclinaison de l'horison de 18. minutes, au lieu qu'il a été observé plusieurs fois de 16′ 0″ & 17′ 30″, la plus grande différence entre l'inclinaison apparente & la véritable étant de 2. minutes, dont l'observée est moindre que la véritable ; ce qui doit être attribué à la réfraction que souffrent les rayons qui viennent de l'horison, ou bien à la difficulté de distinguer le terme commun du Ciel avec la Mer, ou une partie à l'un & une partie à l'autre.

M. le Marquis Saluago à observé aussi la hauteur apparente de la plus haute Montagne de la Corse, qu'on appelle *Agirate*, au-dessus de l'horison sensible, & il l'a trouvée de 17. minutes. Comme cette Montagne disparoît quelquefois entiérement, & quelquefois sa sommité est élevée au-dessus de l'horison sensible de 17. minutes, la différence des réfractions des rayons qui viennent de cette Montagne à l'Observatoire de Carbonara, est au moins de 17. à 18. minutes.

Outre ces Observations, M. le Marquis Saluago en a fait d'autres pour déterminer l'angle de position entre cette Isle & la méridienne de Genes. Voici la méthode qu'il a pratiquée.

Par des hauteurs correspondantes du Soleil, prises avec le Quart de Cercle avant & après midi, il a décrit une Méridienne dans le lieu de son Observation, & il a trouvé le Dôme d'une Eglise de la Ville de Genes dans la même direction ou dans le même vertical que sa méridienne. Ayant ensuite posé son Quart de Cercle dans la situation horisontale, il a mesuré avec les deux Lunettes du même instrument, l'angle de position entre la Méridienne & le Fanal qu'il a trouvé de 55° 14′, dont le Fanal décline vers l'Occident. Dans le temps que la Corse étoit visible, il a mesuré l'angle entre la plus haute Montagne de celles qu'on appelle *Agirate*, & le même Fanal de 55° 58′. En comparant cet angle de position avec le

précédent, on trouve que la Montagne décline de 0° 44′ vers l'Orient à l'égard de la méridienne de Carbonara. Il a mesuré encore l'angle entre le Fanal & une autre Montagne appellée *Rivelata*, de 54° 32′; donc cette Montagne décline du Midi vers l'Occident de 0° 42′, & par conséquent la méridienne de Carbonara, qui passe à peu près par le milieu de Genes, passe aussi entre ces deux Montagnes de la Corse, & presque à égale distance de l'une & de l'autre.

Rivelata est une Montagne située proche du Cap de ce nom, qui est le plus au Nord-ouest de cette Isle, & un peu à l'occident de Calvi, Ville située proche de ce Cap; & les Agirates sont un peu à l'orient de Calvi, de sorte que la méridienne de Carbonara passe proche de l'Issola-Rossa, ou proche d'Argaiola, qui est à peu près au milieu entre ces deux Montagnes, comme il paroît par le dessein que M. Saluago a fait de ces deux Montagnes avec une Lunette de 6. pieds, & par une Carte particuliére de cette Isle. Ainsi Argaiola aura la même longitude que Genes, & Calvi & Rivelata seront trois ou quatre minutes plus à l'Occident que la Méridienne qui passe par Genes. Donc la position en longitude de cette partie de l'Isle est déterminée par rapport à Genes.

Pour déterminer la latitude de Calvi & de Rivelata, nous nous sommes servis de trois Observations que M. Chazelles avoit faites il y a longtemps dans la même Isle, mais de deux sur-tout, une à Bonifacio, où il a trouvé la hauteur du pole de 41° 24′ 30″, & d'une autre faite à Ayazze, où il a observé aussi la hauteur du pole de 41° 54′ 20″; donc la différence de latitude entre ces deux villes est de 30′. En divisant une Carte particuliere de cette Isle dans la même proportion, nous trouvons la latitude de Calvi ou de Rivelata de 42° 45′; ainsi la situation de ce Cap est déterminée tant en longitude qu'en latitude, sa longitude étant, comme nous avons dit, la même que celle de Genes, & sa latitude 42° 45′.

A cette occasion, j'ai crû devoir examiner ce qui résulte d'une Observation que feu M. de la Hire a faite à Antibe en 1684. Il découvrit de cette Ville trois Montagnes de l'Isle de

de Corse, & il en détermina l'angle de position à l'égard de la méridienne d'Antibe. Il nomme Capo-Rosso celle du milieu qui est la plus grande, & il trouve l'angle entre la méridienne d'Antibe & ce Cap de 50° 27′ vers l'Orient; & entre la même méridienne & une autre Montagne plus à l'Orient, qu'il ne nomme point, il mesura l'angle de position de 53° 21′.

Voici de quelle maniere nous employons cette Observation, jointe avec celle de l'angle de position que M. Saluago a faite à Genes par rapport à Rivelata, pour en conclure la situation de ce Cap, par une méthode différente de la précédente.

Puisque la méridienne de Genes passe par l'Isle de Corse, ainsi qu'il paroît par les Observations de Genes, & que le Cercle de position qui va à Rivelata, en décline à l'égard de la méridienne de Carbonara d'un angle de 42′ vers l'Occident, il est constant que le Cercle de position tiré d'Antibe à Capo-Rosso, va rencontrer en quelque part de cette Isle la méridienne de Genes, aussi-bien que le Cercle de position qui va de Genes à Rivelata. Nous avons trouvé, en suivant cette méthode, & par un calcul qu'il seroit trop long de rapporter ici, que le Cercle de position qui décline de la méridienne d'Antibe de 53° 20′ vers l'Orient, & va à la Montagne la plus orientale que M. de la Hire a observée, & qu'il ne nomme point, rencontre le Cercle de position tiré de Genes à Rivelata, à une distance qui, prise depuis Antibe jusqu'à cette rencontre, est de 1° 31′ $\frac{1}{2}$ d'un grand Cercle, & que la différence de longitude ou l'angle au pole compris entre la méridienne d'Antibe & celui qui passe par Rivelata est de 1° 39′ 50″.

Car par plusieurs Observations des Satellites de Jupiter, faites à Genes par M. Saluago, & comparées avec celles que nous en avons faites en même temps à Paris, on trouve la différence de longitude entre ces deux Villes de 6° 30′, & par d'autres Observations faites à Antibe & à Paris, la différence de longitude entre ces deux Villes est 4° 48′; donc la différence de longitude entre Genes & Antibe sera de 1° 42′;

mais nous avons auſſi trouvé par le calcul précédent que la différence de longitude entre Antibe & le point où le Cercle de poſition qui va de Genes à Rivelata, rencontre le Cercle de poſition qui va d'Antibe à la Montagne la plus orientale de la Corſe obſervée d'Antibe, eſt de 1° 39′ 40″; donc la longitude de ce point eſt moindre de 2′ $\frac{1}{3}$ que celle de Genes.

Nous avons trouvé par la premiere méthode que Rivelata ſe rencontre auſſi préciſément ſous ce méridien, & ſa longitude eſt moindre de deux minutes que celle de Genes; donc Rivelata & la Montagne obſervée par M. de la Hire, ont la même longitude.

Nous avons enſuite calculé la diſtance au pole où ces deux mêmes cercles de poſition ſe rencontrent, c'eſt-à-dire, le cercle de poſition qui va de Genes à Rivelata, & le cercle de poſition qui va d'Antibe à la Montagne plus orientale, & nous avons trouvé cette diſtance au pole de la Terre, de 47° 14′ $\frac{1}{3}$, & par conſéquent la latitude où ces deux cercles ſe rencontrent, de 42° 45′ 40″; ce qui eſt la même latitude que nous avons trouvée à Rivelata par la méthode précédente. Donc on trouve à la Montagne plus orientale, obſervée par M. de la Hire, la même poſition tant en longitude qu'en latitude qu'on l'a trouvée par la méthode précédente à la Montagne appellée Rivelata. Il eſt conſtant que la Montagne obſervée par M. de la Hire, eſt la Rivelata qui eſt ſituée dans la Côte plus au Nord-oueſt de l'Iſle.

Il eſt vrai que l'objet qu'il appelle Capo-Roſſo, par la poſition qu'il lui donne, réſulteroit plus ſeptentrional qu'il ne doit être par rapport aux Obſervations de M. Chazelles, placées ſur une Carte particuliere; mais il y a lieu de croire que ceux qui ont nommé ce Cap à M. de la Hire, n'en avoient pas beaucoup de connoiſſance, & ont fait un équivoque, en donnant un nom pour un autre; & cela paroît d'autant plus vrai-ſemblable, que dans la Corſe il n'y a point de Cap de ce nom, mais une Montagne.

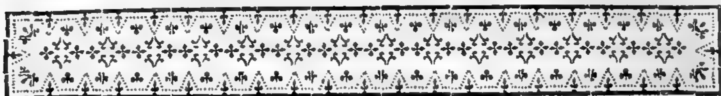
Dans les voyages de la Méridienne, nous avons été ſouvent expoſés à de ſemblables équivoques par des gens du

pays, dans des distances beaucoup plus petites que celles de Corse à Antibe, & qu'on n'a pû quelquefois démêler qu'à force d'Observations.

Lorsque M. le Marquis Saluago a voulu savoir les noms des Montagnes dont il a observé la déclinaison à l'égard de la méridienne de Genes, il a trouvé que différentes personnes qui font très-souvent le voyage de la Corse, les nommerent différemment, & il n'en a été assuré qu'après en avoir consulté plusieurs qui s'accordoient ensemble dans le même nom. Ainsi cette difficulté à l'égard de Capo-Rosso ne doit pas empêcher que la Montagne plus orientale observée par M. de la Hire, & qu'il ne nomme point, ne soit la Rivelata, & par conséquent sa situation, qui résulte la même tant en longitude qu'en latitude par deux méthodes différentes, est bien déterminée.

Strabon, qui n'a publié sa Géographie qu'après avoir fait différens voyages par plusieurs Provinces de l'Empire Romain, dit au cinquiéme Livre, qu'étant à Populonia, Ville maritime de la Toscane, il vit distinctement l'Isle de Corse, & qu'ayant ensuite monté sur le Promontoire du même nom, il vit non seulement les Isles de Corse & d'Athalie, mais encore la Sardaigne, qui en est beaucoup plus éloignée. Il semble que Strabon marque 600. stades entre ce Promontoire & la Corse; & comme, suivant sa détermination, il donne 700. stades pour chaque degré d'un grand Cercle de la Terre, il y auroit entre Populonia & la Corse 50 minutes, qui font 20. lieues de Paris. Si cela est, ce Cap est l'endroit du Continent plus proche de la Corse; car, comme nous avons dit, le Cap plus au Nord-ouest de cette Isle, est éloigné d'Antibes de 1° 40′, & de Genes, il en est éloigné de 1° 40′, étant également éloigné de Genes & d'Antibes.





*MESSIEURS DE LA SOCIE'TE' Royale des Sciences, établie à Montpellier, ont envoyé à l'Académie l'Ouvrage qui ſuit, pour entretenir l'Union intime qui doit être entr'-elles; comme ne faiſant qu'un ſeul Corps, aux termes des Statuts accordés par le Roi au mois de Fevrier 1706.*

---

# *ADDITION*

*Au Mémoire ſur le Toiſé des Voûtes, &c. imprimé à la fin des Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, de l'année 1719.*

Par M. SENE'S

LORSQUE j'eus l'honneur d'informer la Compagnie du deſſein que j'avois de donner des manieres exactes de faire ces Toiſés, dont je lui fis voir quelques morceaux que j'avois déja faits; non ſeulement elle l'approuva, mais même elle m'exhorta de ne pas différer de travailler ſur une matiere qui lui paroiſſoit ſi utile, & d'en faire un Mémoire pour l'envoyer à l'Académie Royale des Sciences, comme nous le pratiquons tous les ans. Je le promis, mais peu de jours après que je l'eus commencé, je me trouvai ſi occupé, & obligé à des voyages ſi fréquens, par les ordres que je reçus de faire continuer divers travaux du Roi, deſquels j'étois chargé en Languedoc & en Provence, que je n'y pû donner que le peu

de loisir que je tâchai de me ménager de temps en temps ; ce qui m'obligea, craignant d'ailleurs de ne passer les bornes que doit avoir un simple Mémoire, de négliger une partie du détail que j'avois d'abord résolu d'y mettre.

En voyant ce Mémoire imprimé, l'envie m'a pris, & je l'ai crû nécessaire, de l'accompagner de cette Addition, dans laquelle on trouvera des abréviations sur quelques Pratiques, & d'autres Pratiques & des Remarques utiles pour résoudre plus facilement les difficultés qu'on pourroit rencontrer dans ces Toisés. J'ai aussi mis à la fin une Remarque sur la page 59. de l'Histoire de l'Académie de la même année 1719. qui regarde cette matiere, & un *Errata* pour les fautes que j'ai trouvées dans le même Mémoire.

Les Figures du Volume de 1719. servent ici, avec celles de la Planche ci-après, où j'ai continué la suite des nombres.

### PRATIQUE IV. *Du Toisé des Voûtes en Arc de Cloître. Pag. 390. des Mémoires de 1719.*

J'ai déduit de $AB \times DF \times gE$, les deux produits $\frac{2}{3}AB \times DF \times GE \times AB \times DF \times gI$; mais à cause de $gE - gI = EI$, je mets au lieu de $AB \times DF \times gE - AB \times DF \times gI$, le seul produit $AB \times DF \times EI$ qui lui est égal, & cette Pratique se réduit à ces deux articles. FIG. 22. 23. 24.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *AB.* | Longueur . . . . . . | 4^to | 0^pi | 0^po | } | |
| *DF.* | Largeur . . . . . . | 4 | 0 | 0 | } | 29^to 2^pi 0^po. |
| *EI.* | Hauteur . . . . . . | 1 | 5 | 0 | } | |

*Partie à déduire.*

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{2}{3}$*AB.* | Longueur réduite . . | 2 | 4 | 0 | } | |
| *DF.* | Largeur . . . . . . | 4 | 0 | 0 | } | 21 2 0 |
| *GE.* | Hauteur . . . . . . | 2 | 0 | 0 | } | |
| | Reste pour la solidité de la Voute . . . | | | | | 8 0 0 |

## REMARQUE.

Dans cet exemple, la valeur de $EI$ a été prise sur l'échelle; ce qui suffit dans les Toisés, pourvû qu'on ait soin de faire de grandes figures; mais on peut l'avoir plus précisément par le calcul, de cette maniere.

FIG. 54. 1°. *Supposant que la Voûte est en plein cintre, c'est-à-dire, que* dgf *est un demi-cercle;* le rectangle $dD \times Df$ sera $= \overline{DM}^2 = \overline{KE}^2$: multipliant donc $Df$ (4. toiſ. 2. pieds ou 312. pouces) par $dD$ (2 pieds ou 24. pouces.) Il viendra 7488. pouces, dont la racine quarrée sera à peu près $86\frac{1}{2}$ pouces $= MD$ ou $KE$.

Ajoutant $KE$, $86\frac{1}{2}$ pouc. à $gE$ (2. toiſ. 2. pi. ou 168. po.) & à 2. $gE$ (336. po.) vous aurez $KE + gE = 254\frac{1}{2}$ po. & $KE + 2.gE = 422\frac{1}{2}$ pouces; & la retranchant ($KE$) de la même $gE$, il restera $gK = 81\frac{1}{2}$ pouces.

Maintenant, *comme au Prob.* 4. *n.* 2. *pag.* 382. *des Mém. de* 1719. faites $KE + gE$ ($254\frac{1}{2}$ pouces.) $KE + 2.gE$ ($422\frac{1}{2}$ po.) :: $gK$ ($81\frac{1}{2}$ po.) à un quatrieme proportionnel, tel que $zo$ de ce Probl. 4. Fig. 10. ou à cause de la fraction ($\frac{1}{2}$) doublant les termes, on dira 509. 845 :: 163. $270\frac{305}{509}$, quatrieme proportionnel dont la moitié 135. pouc. (négligeant la fraction) est celui tel que $zo$ qu'on cherche; le tiers (45. po.) duquel est la valeur de $KI$, qui ajoutée à $KE$ ($86\frac{1}{2}$ po.) donne $EI = 131\frac{1}{2}$ pouces, ou 1. toiſ. 4. pieds 11. pouces 6. lignes, au lieu de 1. toiſ. 5. pieds que nous avions trouvés sur l'échelle; & la solidité de la Voûte, au lieu de 8. toises, ne sera que de 7. toiſ. 5. pieds 4. pouces.

$EI$ trouvée par le calcul, fait voir que j'avois fait une erreur de 6. lignes, en la prenant sur l'Echelle, mais on ne doit pas conclurre que l'Echelle donne toujours environ de pareilles erreurs. Celle-là n'a été si grande que par quelque négligence de ma part; car faisant, comme je l'ai dit, de grandes Figures & une Echelle bien juste avec des Transversales, on aura les valeurs des lignes telles que $EI$ beaucoup plus

approchées des valeurs précises qu'on trouveroit par le calcul, & la différence pourra être négligée dans la pratique, sans erreur sensible.

2°. *Si la Voûte est elliptique, c'est-à-dire, surhaussée ou surbaissée*, on trouvera premierement $MD$ comme si elle étoit en plein cintre; ensuite on fera cette analogie $QE . gE :: MD$ à un quatriéme proportionnel qui sera $mD$ ou $KE$, & pour trouver $EI$, on opérera par rapport à cette valeur $KE$, tout de même qu'on a fait ci-devant. Fig. 55.

*Il faut démontrer que* QE . gE :: MD . mD.

On sait que dans le demi-cercle $dQf$, $\overline{fE}^2 . fD \times Dd :: \overline{QE}^2 . \overline{MD}^2$, & que dans la demi-ellipse $dgf$, $\overline{fE}^2 . fD \times Dd :: \overline{gE}^2 . \overline{mD}^2$; donc $\overline{QE}^2 . \overline{MD}^2 :: \overline{gE}^2 . \overline{mD}^2$; & par conséquent $QE . MD :: gE . mD$, & *alternando* $QE . gE :: MD . mD$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

## COROLLAIRE.

On démontrera de même que $QE . gE :: pA . CA$, & la même chose de toutes les autres ordonnées, telles que $PA$, $CA$, ou que $MD$, $mD$. D'où s'ensuit que $QE$ est à $gE$, comme la multitude infinie des ordonnées du demi-segment de cercle $pdA$, c'est-à-dire, comme ce demi-segment de cercle $pdA$ est à la multitude infinie des ordonnées du demi-segment d'Ellipse $cdA$, c'est-à-dire, à ce demi-segment d'Ellipse $cdA$, & par conséquent, que $QE . gE ::$ le segment entier de Cercle au segment entier d'Ellipse.

L'opération & la démonstration seroient toutes semblables, si la Voûte étoit surbaissée.

## PRATIQUE V. *Du Toisé des Voûtes en Arc de Cloître. Page 392. des Mémoires de 1719.*

Faites (*Fig. 56. du Profil*) $KV = \frac{1}{3} gK$, & au lieu (*ligne* 24.) de la formule $AB \times DF \times KE + AB \times DF \times \frac{1}{3} gK = \frac{2}{3} AB \times DF \times GE$, on aura celle-ci. Fig. 22. 23. 25. 26.

$AB \times DF \times VE - \frac{2}{3} AB \times DF \times GE =$ à la solidité de la Voûte.

Car il est évident que $AB \times DF \times KE + AB \times DF \times \frac{1}{3} gK$, ou $KV = AB \times DF \times VE$.

Lorsque les Murs ne montent pas plus haut que la surface supérieure de la Voûte, on toisera ensemble ces Murs & la Voûte.

Tirez $MN$, & faites $KV$ (*Fig.* 57.) $= \frac{1}{3} gK$; & vous aurez $ab \times df \times VE - \frac{2}{3} AB \times DF \times GE =$ à la solidité de la Voûte, compris les Murs; ce qui est évident.

### PRATIQUE VII. *Sur les Voûtes en Cul de Four à pans. Page 394. des Mémoires de 1719.*

FIG. 19. 24. Comme $gE - gI$ (*Fig.* 24.) est égal à $EI$, au lieu (*ligne* 22.) de $\frac{1}{2} ABCHLOA \times DE \times gE - \frac{1}{3} ABCHLOA \times DE \times GE - \frac{1}{2} ABCHLOA \times DE \times gI$, on aura $\frac{1}{2} ABCHLOA \times DE \times EI - \frac{1}{3} ABCHLOA \times DE \times GE =$ à la solidité de la Voûte.

### *Même Pratique VII. où le couronnement de la Voûte est en Pyramide.*

FIG. 19. 56. Faites (*Fig.* 56.) $KV = \frac{1}{3} gK$, & au lieu (*ligne* 32.) de $\frac{1}{2} ABCHLOA \times DE \times KE + \frac{1}{2} ABCHLOA \times DE \times \frac{1}{3} gK - \frac{1}{3} ABCHLOA \times DE \times GE$, vous aurez $\frac{1}{3} ABCHLOA \times DE \times VE - \frac{1}{3} ABCHLOA \times DE \times GE =$ à la solidité de la Voûte.

Pour toiser ensemble les Murs & la Voûte dont la Figure 57. est le profil, tirez comme ci-devant $MN$, & faites $KV = \frac{1}{3} gK$, & vous aurez

FIG. 19. 57. $\frac{1}{2} abchloa \times dE \times VE - \frac{1}{3} ABCHLOA \times DE \times GE =$ à la solidité de la Voûte.

PRATIQUE

### PRATIQUE II Du Toisé des Voûtes d'Arête. Pag. 404. Ligne 19. des Mémoires de 1719.

Il ne suffit pas que les Triangles, ou Plans des Lunettes soient égaux, pour que les surfaces de ces Lunettes soient égales; il faut de plus que les côtés de ces Triangles égaux qui seront aussi les côtés de la Voûte, soient égaux, d'où s'ensuivra que les perpendiculaires tirées du centre *K* à ces côtés, seront pareillement égales; & il en est de même des faces des Voutes en Arc de Cloître. Ce qui est une regle générale pour connoître les faces des Voûtes en Arc de Cloître, & les Lunettes de celles d'Arête qui auront des surfaces égales. Fig. 36. 37. 39.

Ce n'est pas qu'il n'y puisse avoir de telles surfaces égales entr'elles, quoique leurs Plans ne soient point égaux : mais cette égalité ne pouvant paroître qu'après avoir fait l'opération pour chacune, elle ne peut point servir pour abréger le Toisé de la surface de la Voûte.

Mais dans les Voûtes en Arc de Cloître, & dans celles d'Arête, les vuides entr'eux & les parties supérieures entr'elles, ont toujours des solidités égales en chaque Voûte, lorsque leurs Plans sont des Triangles quelconques égaux sans autre condition; ce qui est aussi une regle générale pour abréger le Toisé de la solidité d'une Voûte.

Tout ceci est manifeste par les formules du Toisé des surfaces & des solidités de ces Voûtes, & par ce qu'on a démontré pag. 389. des Mém. de 1719.

### *Suite des Pratiques du Toisé des Voutes d'Arête. Mémoires de 1719.*

J'en ai donné huit; je nommerai donc la suivante.

## PRATIQUE IX.

*Mesurer la solidité d'une Voûte d'Arête en plein cintre, ou surhaussée ou surbaissée, construite entre quatre Murailles* AB, BG, GD, DA, *de laquelle l'Extrados est parallele à l'Intrados, & ne descend pas jusqu'à l'Imposte, & le plan est un parallélogramme.*

### PREMIER CAS.

Fig. 58. *Lorsque le Plan* ABGD *de la Voûte est un Quarré ou un*
59. *Rhombe.*
60. Soit *DNVSG* le Profil circulaire ou elliptique par *DG*, sur lequel tirez la corde *NS* de l'arc *NVS* de l'Extrados, &, *comme en la Pratique* 8. *pag.* 412. *Mém. de* 1719. trouvez *RT* par rapport au demi-segment *VNR*. Trouvez aussi la superficie du segment de Cercle ou d'Ellipse *VNS*, & tirez les Perpendiculaires *hg*, *fa*, sur les côtés du Plan de la Voûte. Maintenant,

1.° *Lorsque* RT *sera moindre que* RQ,

$$\text{La solidité de la Voûte sera} = \left\{\begin{matrix} AD \times hg \times QT \\ \text{Surf. } VNS \times 2fa \end{matrix}\right\} - 6\tfrac{1}{3}\, AD \times \tfrac{1}{7}\, hg \times QH.$$

2.° *Lorsque* RT *sera plus grande que* RQ,

$$\text{La solidité de la Voute sera} = \text{Surf. } VNS \times 2fa - \left\{\begin{matrix} AD \times hg \times QT. \\ 6\tfrac{1}{3} AD \times \tfrac{1}{7} hg \times QH. \end{matrix}\right.$$

3.° *Lorsque* RT *sera égale à* RQ,

$$\text{La solidité de la Voute sera} = \text{Surf. } VNS \times 2fa - 6\tfrac{1}{3}\, AD \times \tfrac{1}{7}\, hg \times QH.$$

Il suffit de tirer une des Perpendiculaires *hg*, *fa*, parce qu'elles sont égales; & je ne me sers des deux dans ces formules, que pour rendre la démonstration plus évidente: car

ce feroit la même chofe de mettre le produit furface $VNS \times 2\,hg$, au lieu du produit furface $VNS \times 2\,fa$. Je donne cette démonftration, bien qu'elle foit femblable à celle de la Pratique 8.

DEMONSTRATION.

Du centre $C$ du plan de la Voûte, tirez $CQ$ parallele à $AD$, & par le fommet $V$ de l'Extrados menez $op$ parallele à $DG$.

On fait que $AD \times hg \times QV$ eft égal au prifme dont la bafe eft $ABGD$, & $QV$ la hauteur ; & la partie fupérieure fur $DCG$, dont le profil eft $NOPSVN$, eft égale (*Cor. Prob.* 7.) à $CH \times hC \times VT$ — furf. $VNS \times \frac{1}{2} fa$, dont le quadruple, favoir $AD \times hg \times VT$ — furf. $VNS \times 2\,fa$ (car $AD = 2\,CQ$, $hg = 2\,hC$, & $2\,fa$ eft quadruple de $\frac{1}{2} fa$) fera égal aux quatre parties fupérieures fur les quatre lunettes de la Voûte; ces parties fupérieures étant égales entr'elles, comme il a été démontré *pag.* 389. *des Mémoires de* 1719. Ce quadruple étant donc retranché de $AD \times hg \times QV$ folidité du prifme, on aura pour refte $AD \times hg \times QT +$ furf. $VNS \times 2\,fa$, lorfque $RT$ eft moindre que $RQ$; furf. $VNS \times 2\,fa - AD \times hg \times QT$, lorfque $RT$ eft plus grande que $RQ$; & feulement furf. $VNS \times 2\,fa$, lorfque $RT$ eft égal à $RQ$. Defquels reftes déduifant $6\frac{1}{3}\ AD \times \frac{1}{7} hg \times QH$ égal à la capacité du vuide, comme on l'a démontré *pag.* 408. *des Mém. de* 1719. ces derniers reftes donneront les formules ci-deffus de la folidité de la Voûte. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Voici les mêmes formules précédentes en forme de Toifé, comme en la Pratique 8. afin que ceux qui ne font pas accoutumés aux expreffions algébriques, en puiffent faire plus facilement ufage. Mais il feroit inutile d'en faire de même des formules fuivantes, auxquelles fur ces exemples on ne trouvera point de difficulté pour les ranger de la même maniere. On voit affez que le figne — marque que les produits après ce figne doivent être déduits des produits qui le pré-

cédent, pour avoir un reste qui sera la valeur de la solidité de la Voûte.

1.° Lorsque *RT* sera moindre que *RQ*.

*Premiere Partie.*

*AD*. Longueur . . . .
*hg*. Largeur . . . . .
*QT*. Hauteur réduite.

*Seconde Partie.*

*VNS*. Surface . . . . .
*2fa*. Longueur . . .

*Partie à déduire.*

$6\frac{1}{3}$*AD*. Long. multiple
$\frac{1}{7}$*hg*. Larg. réduite.
*QH*. Hauteur . . . .
Reste . . . . . . .

2.° Lorsque *RT* sera plus grande que *RQ*.

*VNS*. Surface . . . .
*2fa*. Longueur . . .

*Partie à déduire.*

I.

*AD*. Longueur . . .
*hg*. Largeur . . . .
*QT*. Hauteur réduite.

II.

$6\frac{1}{3}$*AD*. Long. mult. .
$\frac{1}{7}$*hg*. Larg. réd. . . .
*QH*. Hauteur. . . . .
Reste. . . . . . .

3.° Lorsque *RT*. sera égale à *RQ*.

*VNS*. Surface . . . .
*2fa*. Longueur . . .

*Partie à déduire.*

$6\frac{1}{3}$*AD*. Long. mult. . .
$\frac{1}{7}$*hg* Larg. réd. . . .
*QH*. Hauteur. . . .
Reste. . . . . . .

Chaque reste donnera la valeur de la solidité requise de la Voûte sur le plan *ABGD*.

EXEMPLE.

Fig. 58. 59. 60.

| | to | pi | po | li |
|---|---|---|---|---|
| Soit *AD* de | 5. | 4. | 0. | 0. |
| *hg*, ou *fa* | 5 | 4 | 0 | 0 |
| *2fa* | 12 | 2 | 0 | 0 |
| *HQ* | 2 | 5 | 0 | 0 |

| | to | pi | po | li |
|---|---|---|---|---|
| $6\frac{1}{3}$ *AD* | 35. | 5. | 4. | 0. |
| $\frac{1}{7}$*hg* | 0 | 4 | 10 | 3 |
| *QT* | 0 | 5 | 3 | 1 |
| La surface du segment *VNS* . . | 6 | 1 | 10 | 8 |

Maintenant comme *RT* est moindre que *RQ*, on se servira de la premiére des trois formules précédentes.

*Première Partie.*

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *AD*. | Longueur | 5.to | 4.pi | 0.po | 0li. | } 28.to 0.pi 9.po 8li. |
| *hg*. | Largeur | 5 | 4 | 0 | 0 | |
| *QT*. | Haut. réd. | 0 | 5 | 3 | 1 | |

*Seconde Partie.*

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *VNS*. | Superficie | 6 | 1 | 10 | 8 | } | 71 | 3 | 4 | 11 |
| *2fa*, ou *2hg*. | | 11 | 2 | 0 | 0 | | | | | |
| | | | | | | | 99 | 4 | 2 | 7 |

*Partie à déduire.*

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $6\frac{1}{3}$ *AD*. | Long. m.ple. | 35 | 5 | 4 | 0 | } | 82 | 1 | 7 | 2 |
| $\frac{1}{7}$*hg*. | Larg. réd. | 0 | 4 | 10 | 3 | | | | | |
| *HQ*. | Hauteur | 2 | 5 | 0 | 0 | | | | | |
| Il reste pour la solidité de la Voûte | | | | | | | 17 | 2 | 7 | 5 |

REMARQUE.

I. Il suffit de prendre sur l'Echelle du dessein tracé en grand, ou mieux sur l'Epure de l'ouvrage, les dimensions nécessaires pour trouver un quatriéme proportionnel, tel que *ZO* de la Fig. 10. (*Prob.* 4. *n.* 2. *Mém. de* 1719.) le tiers duquel donnera *RT* qui déterminera *QT*, ou de prendre immédiatement sur l'Echelle ou sur l'Epure *QT*, après l'avoir déterminée avec la Regle & le Compas, comme il a été enseigné au même Probl. 4. Mais si l'on veut observer la derniere précision, on fera un calcul semblable à celui qu'on a fait pour les Voûtes en Arc de Cloître dans la Remarque ci-devant.

EXEMPLE.

Je suppose la même Voûte d'Arête dont l'arc *dVg* est un demi-cercle, dans laquelle *VQ* est de 3. tois. 2. pied *Dd*, de 3. pieds, & *Dg* de 6. tois. 1. pied. Fig. 60.

Comme $dD \times Dg = \overline{ND}^2 = \overline{RQ}^2$; multipliez $Dg$ (6. toiſ. 1 pi. ou 444 po.) par $dD$ (3 pi. ou 36 po.) & vous aurez 15984. dont la racine quarrée ſera 126 pouces, ou 1 toiſe 4 pi. 6 po. $= ND = RQ$ : je néglige la fraction. (Si l'arc de la Voûte étoit demie-ellipſe, on trouveroit $RQ$ comme on a trouvé $KE$ en la Fig. 55.)

Maintenant $RQ$ (126 po.) étant ajoûtée à $VQ$ (3 to. 2 pi. ou 240 pouc.) & à $2VQ$ (480 pouc.) on aura $RQ + VQ$ = 366 pouces, & $RQ + 2VQ = 606$ pouces, & étant déduite de la même $VQ$, on aura $VR = 114$ pouces, & on fera comme au Prob. 4. cette analogie $VQ + RQ$ (366 po.) $RQ + 2VQ$ (506 po.) : : $VR$ (114 po.). 188 po. 9. lign. quatriéme proportionnel, dont le tiers 62 po. 11 lig. ſera la valeur de $RT$, laquelle déduite de 126. pouces $=RQ$, il reſtera 63 po. 1 lig. ou 0 to. 5 pi. 3 po. 1 lig. $= QT$.

II. Il ſuffit auſſi dans la pratique, de ſe ſervir de la longueur de l'arc $NVS$ meſuré comme on l'a enſeigné *pag. 369. des Mém. de* 1719. pour trouver la ſurface du ſegment $VNS$; mais pour avoir cet arc, & par conſéquent cette ſurface avec toute la préciſion poſſible, on opérera comme s'enſuit.

1.° *Ce ſegment étant circulaire*, dites $NQ$ ou $VQ$ (3 toiſ. 2 pi. ou 240 po.). Sin. total : : $NR$ ou $HQ$ (2 toiſ. 5 pi. ou 204 po.). Sinus de l'angle $NQR$ ou de l'arc $NV$, qui ſera de 58° 11′; donc ſon double ſera de 116° 22′.

Enſuite trouvez la circonférence de cercle du rayon $VQ$ (240 po.) qui ſera de 1508 po. & $\frac{4}{7}$ que je néglige, & faites cette analogie : 360. 116° 22′ de l'arc $NVS$: : 1708. 487, pouc. ou 6 toiſ. 4 pi. 7 po. longueur de l'arc $NVS$, leſquelles multipliées par 1 toiſe 4 pieds, moitié du rayon $VQ$, donnera 11 to. 1 pi. 7 po. 8 li. pour la ſuperficie du ſecteur $QNVS$, de laquelle déduiſant 4 toiſ. 5 pi. 9 po. ſuperficie du triangle $QNS$ trouvée en multipliant $NR$ (2 toiſ. 5 pi.) par $RQ$ (1 toiſ. 4 pi. 6 po.) il reſtera 6 to. 1 pi. 10 po. 8 lig. pour la ſuperficie du ſegment $VNS$.

2.° *Si c'étoit un ſegment d'Ellipſe Vnſ*, on trouveroit

d'abord de la même maniere, la superficie du segment de cercle *VNS* qui auroit pour rayon *VQ*, égale au demi-axe de l'Ellipse, & la même fleche *VR* : & pour avoir la surface du segment d'Ellipse *Vns*, on diroit *dQ* . *EQ* :: la surface du segment de cercle *VNS* à un quatriéme proportionnel qui seroit la surface du segment d'Ellipse *Vns* par le corollaire qui est à la fin de la Remarque ci-devant sur les Voûtes en Arc de Cloître.

## SECOND CAS.

*Lorsque le plan de la Voûte est un Rectangle ou un Rhomboïde* ABGD.

Des points où les diagonales *XS*, *ZN*, coupent les côtés *AB*, *DG*, du plan, tirez les droites *XN*, *ZS*, & à volonté *hg*, *fa*, perpendiculaires aux côtés *AD*, *AB*; & du centre *C*, menez *CQ* au milieu *Q* de *DG*.

Sur le profil *DVG* circulaire ou elliptique par *DG*, portez du centre *Q*, *QS* du plan en *L*, menez *LS* parallele à *QV*, & par le point d'interfection *S* de cette parallele & de l'arc *NVS*, tirez *SN* parallele à *DG* qui sera la corde du segment de Cercle ou d'Ellipse *NVS* dont la fleche sera *VR*. Ensuite, comme on l'a dit en la *Prat.* 8. *pag.* 412. *Mém. de* 1719. trouvez *RT* par rapport au demi-segment *VNR*; trouvez aussi la superficie du segment de Cercle ou d'Ellipse *VNS*.

Soit enfin *BvG* le profil par *XN* ou *ZS*, tirez par le sommet *v* à *BG*, la parallele *IK*, & trouvez la surface de l'espace *IKSvZI* ; ce qui se fait en retranchant du rectangle *IS*, le segment de Cercle ou d'Ellipse *ZSv*.

$$\text{La solidité de la Voûte sera} = \left\{\begin{array}{l} AD \times hg \times VQ \\ \text{Surf. } VNS \times 2fa \end{array}\right\} - \left\{\begin{array}{l} XN \times xr \times VT \\ \text{Surf. } IKSvZI \times 2hx \\ 6\tfrac{1}{3}\, AD \times \tfrac{1}{7} hg \times HQ \end{array}\right.$$ Fig. 61. 62. 63. 64.

## DÉMONSTRATION.

Elle est évidente par la précedente, car retranchant de *AD* × *hg* × *VQ* solidité du prisme sur *ABGD* dont la hau-

teur eſt *VQ*, la ſolidité des quatre parties ſupérieures ſur *XZSN* dont le profil eſt *OPSVN* (*Fig.* 63.) la ſolidité des parties ſur *XD*, *ZG*, dont le profil eſt *IKSυZ* (*Fig.* 64.) & la capacité du vuide ; le reſte exprimé par cette formule, donne la ſolidité de la Voûte.

### REMARQUE.

Je me ſuis ſervi dans ce ſecond cas du Profil (*Fig.* 63.) parce qu'il eſt circulaire, afin d'avoir plus facilement la ſurface du ſegment *VNS* ; mais comme pour avoir la ſurface *IKSυZI*, on déduit de la valeur du rectangle *IS*, celle du ſegment d'Ellipſe *υZS* (*Fig.* 64.) & qu'il faut par conſéquent trouver la ſurface de ce ſegment d'Ellipſe *υZS*; il ſera plus court (parce qu'il ſuffira de trouver ſeulement cette ſurface du ſegment *υZS*) de ſe ſervir du profil (*Fig.* 64.) quoiqu'elliptique, comme on le verra ci-après, à moins qu'on ne ſe contentât de toiſer méchaniquement cette ſurface *IKSυZI*, en changeant un des triangles mixtes *ZIυ* qui la compoſent, en un triangle rectiligne *nIυ* qui lui fût à peu-près égal par la droite *nυ* tirée convenablement ; le double duquel nouveau triangle, ſavoir le produit $I\upsilon \times In$ ſeroit pris pour cette ſurface *IKSυZI*, & multiplié par $2hx$, donneroit le ſolide ſurf. $IKS\upsilon ZI \times 2hx$ ſans erreur conſidérable, à cauſe de la petiteſſe de la dimenſion $2hx$.

*Autre Pratique de ce ſecond Cas, en ſe ſervant du Profil. Fig. 64.*

Trouvez, comme il a été dit en la *Prat.* 8. *pag.* 412. *des Mém. de* 1719. *rt* par rapport au demi-ſegment *υZr* ; trouvez auſſi la ſurface du ſegment de Cercle ou d'Ellipſe *υZS*, & celle de l'eſpace *IKSυZI*, en retranchant ce ſegment *υZS* du rectangle *IS*, & tirez les droitures *XN*, *ZS*, *hg*, comme ci-devant.

Fig. 61. 62. 64.

$$\left.\begin{array}{l}\text{La ſolidité}\\ \text{de la Voûte}\\ \text{ſera}\end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{l} AD \times hg \times \upsilon q \\ \text{Surf. } \upsilon ZS \times 2xr \end{array}\right\} - \left\{\begin{array}{l} AD \times xr \times \upsilon t \\ \text{Surf. } IKS\upsilon ZI \times 2hx \\ 6\tfrac{1}{3}\, AD \times \tfrac{1}{7} hg \times Hq \end{array}\right.$$

La

La démonſtration eſt la même que les précédentes ; ce qui ſera plus évident, en changeant dans cette formule, le produit $XN \times hg \times vq$, en ſon égal $AB \times fa \times vq$, le produit $XN \times xr \times ut$, en ſon égal $XZ \times fa \times ut$, & le produit $6\frac{1}{3}$ $AD \times \frac{1}{7} hg \times Hq$ en ſon égal $6\frac{1}{3}\ AB \times \frac{1}{7} fa \times Hq$.

### *Maniere de trouver la poſition des Diagonales correſpondantes aux Arêtes de l'Extrados de ces Voûtes.*

1°. *Si le plan de la Voûte eſt un Parallélogramme.*

A un des angles *A* de ce plan ſur les côtés *AB*, *AD*, élevez des perpendiculaires *AN*, *AM*, égales chacune à l'épaiſſeur de la Voûte ; menez par leurs extrémités *N*, *M*, aux côtés *AB*, *AD*, les paralleles *NO*, *MO*, & par le point d'interſection *O*, & le centre *C*, tirez la droite *OC*, qui ſera la poſition requiſe d'une diagonale, & portant *AG* de *B* en *H*, tirez *HC* qui ſera l'autre diagonale. FIG. 65. 66.

2°. *Si le plan de la Voûte n'eſt point un Parallélogramme.*

Tirez du centre *C*, les droites *CF*, *CE*, aux milieux *F*, *E*, des côtés *AD*, *AB*; élevez par l'angle *A*, *Mp*, *NQ* perpendiculaires à *CE*, *CF*; & faites les parties *AM*, *AN*, de ces perpendiculaires, égales chacune à l'épaiſſeur de la Voûte. Par les points *N*, *M*, menez aux droites *CF*, *CE*, les paralleles *NO*, *MO*, & par le point d'interſection *O*, la droite *OC* qui ſera dans la poſition requiſe, correſpondante à l'arête de l'extrados. Faites la même choſe pour chaque autre angle. FIG. 67.

Tout cela eſt évident, à cauſe que la Voûte eſt de même épaiſſeur en chaque lunette.

On peut auſſi trouver la poſition des diagonales correſpondantes aux arêtes de l'extrados, par le moyen des profils de la Voûte, de cette ſorte.

Portez *BZ* (*Fig.* 64.) du profil par *ZS*, de *G* en *t* du profil ; (*Fig.* 63) tirez *tS* parallele à *DG* juſqu'à la rencontre *S* de l'arc *NVS*; faites *BZ* ſur le plan égale à cette parallele *tS*; & tirez par *Z* & par le centre *C*, une droite qui ſera la diagonale requiſe, &c. FIG. 61. 62. 63. 64.

Lorſque le plan de la Voûte eſt un parallélogramme, il eſt évident qu'en tirant du point *S* du profil *aGD*, la parallele *SN*, on formera, comme on l'a fait ci-devant, le ſegment *VNS* néceſſaire pour le Toiſé de la Voûte : mais lorſque ce plan n'eſt point un parallélogramme, il faut de tous les points trouvés, comme *S*, tirer des paralleles aux baſes des profils, pour former les demi-ſegmens de Cercle ou d'Ellipſe, néceſſaires pour le Toiſé de ces Voûtes, comme on le verra ci-après, Fig. 71. 72.

## PRATIQUE X.

*Meſurer la ſolidité des Voûtes d'Arête de la Pratique précédente, lorſqu'elles ſont ouvertes par* AB *ou par* DG.

### PREMIER CAS.

*Lorſque le plan de la Voûte eſt un Quarré ou un Rhombe.*

Comme alors les diagonales correſpondantes aux arêtes de l'intrados & de l'extrados, ſont les mêmes : il eſt manifeſte que les formules du premier cas de la Pratique précédente donneront la ſolidité de la Voûte, ſoit même qu'elle ſoit ouverte des trois ou des quatre côtés.

### SECOND CAS.

*Lorſque le plan de la Voûte eſt un Rectangle ou un Rhomboïde.*

Fig. 68. Tirez par le centre *C*, *MY* parallele à *DG*, qui diviſera le plan de la Voûte en deux parties.

Il eſt évident que la partie ſur *MYGD*, eſt la moitié d'une Voûte pareille à celle du ſecond Cas de la Pratiq. précédente. Lui ſuppoſant donc le même profil (*Fig.* 64.) & la même préparation, & ſuivant la ſeconde formule de ce ſecond Cas.

Fig. 68. 64. La ſolidité de cette partie ſur *MYGD* ſera.

$$\left.\begin{matrix}\text{La solidité}\\ \text{de cette}\\ \text{partie sur}\\ MYGD\\ \text{sera.}\end{matrix}\right\} = \left\{\begin{matrix} MD \times hg \times vq \\ \text{Surf. } vZS \times xr \end{matrix}\right\} - \left\{\begin{matrix} XN \times xr \times vt \\ \text{Surf. } vKSv \times 2\,hx \\ 6\tfrac{1}{3}\,MD \times \tfrac{1}{7}\,hg \times Hq \end{matrix}\right.$$

Pour l'autre partie ſur *IKYM*, ſoit *IVK* (*Fig. 69.*) ſon profil circulaire ou elliptique par *IK*, dans lequel ayant trouvé le point *T*, comme en la Fig. 60. la ſuperficie du ſegment *VNS*, & celle du demi-cercle ou demi-ellipſe *HIK*, ſuppoſant toujours *hg* perpendiculaire à *AD*, & *ub* perpendiculaire à *AB*;

La ſolidité de cette partie ſur *IKYM*, ſera $= \left\{ \begin{array}{l} IM \times hg \times VQ \\ \text{Surf.}\ VNS \times 2ub \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} IM \times hg \times VT \\ 6\frac{1}{3}\ AM \times \frac{1}{7} hg \times HQ \\ \text{Surf.}\ HIK \times uf \end{array} \right.$ Fig. 68. 69.

La démonſtration n'eſt pas différente de celles des Pratiques ci-devant. On a déduit de la ſolidité du priſme ſur *IKYM*, celles de la partie ſupérieure ſur *IKYM*, du vuide ſur *ABYM*, & de la partie reſtante du vuide, ſur *IKBA*; & le reſte a donné cette formule de la ſolidité de la Voûte.

Cette derniere formule peut s'abréger, en ne faiſant qu'un ſeul produit $IM \times hg \times QT$, des deux $IM \times hg \times VQ$, $IM \times hg \times VT$, lorſque *RT* eſt moindre ou plus grande que *RQ*, & en les ſupprimant, lorſque *RT* eſt égale à *RQ*, comme on l'a fait en la Prat. 9. mais je l'ai laiſſée de cette maniere pour avoir l'abbréviation ſuivante, en ne faiſant qu'une ſeule formule de celle-ci & de celle qui la précéde.

Comme les hauteurs *uq*, *VQ*, & *Hq*, *HQ*, des deux profils (*Fig. 64. 69.*) ſont les mêmes, étant les hauteurs de la même Voûte, & que $MD + IM = ID$ & $MD + AM = AD$: des deux produits $MD \times hg \times uq$, $IM \times hg \times VQ$, on fera le ſeul produit $ID \times hg \times VQ$; & des deux produits $6\frac{1}{3}\ MD \times \frac{1}{7} hg \times Hq$, $6\frac{1}{3}\ AM \times \frac{1}{7} hg \times HQ$, le ſeul $6\frac{1}{3}\ AD \times \frac{1}{7} hg \times HQ$. Donc

La ſolidité de la Voûte ſur *IKGD*, ſera $= \left\{ \begin{array}{l} ID \times hg \times VQ \\ \text{Surf.}\ uZS \times xr \\ \text{Surf.}\ VNS \times 2ub \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} XN \times xr \times ut \\ IM \times hg \times VT \\ 6\frac{1}{3}\ AD \times \frac{1}{7} hg \times HQ \\ \text{Surf.}\ uKSu \times 2hx \\ \text{Surf.}\ HIK \times uf. \end{array} \right.$ Fig. 68. 64. 69.

REMARQUE.

Fig. 68. 1°. Si la Voûte étoit ouverte par les deux côtés *AB,DG*, le double de la seconde formule du second cas de la Pratique précédente, en donneroit la solidité.

Fig. 61. 62. 2°. Si elle étoit ouverte par *AD* ou par *BG*, ou en même temps par *AB* & par *BG*, cela ne causeroit aucun changement en l'opération, ni dans la formule du second Cas de la Pratique 9. qui serviroit pour la toiser.

Fig. 68. 3°. Pour avoir la solidité de la partie de la Voûte sur *MCQD*, on prendra la moitié de la premiere formule du second Cas de la Pratique 10.

4°. On aura la solidité de la partie de la Voûte sur *IqCM*, en prenant la moitié de la seconde formule du second Cas de la même Pratique. 10.

5°. Lorsque la Voûte sera terminée par un seul Mur en *AB* ou en *AD*, ou par deux Murs en *AB*, *AD* (les autres côtés restant ouverts) ou par des Murs distans parallélement de *AD*, *AB*, *BG*, *GD*, ou les uns distans & les autres non; ou qu'elle sera jointe à d'autres Voûtes par un ou divers côtés: on trouvera qu'en tous ces différens cas, si elle n'est quelqu'une des Voûtes précédentes ou de celles de mon Mémoire de 1719. elle sera composée de moitiés ou de quarts de ces Voûtes; & il sera facile de la toiser, en prenant convenablement les moitiés ou les quarts de leurs formules; lesquelles parties de formules ajoûtées ensemble, donneront des abbréviations, comme on l'a vû ci-dessus.

*Je n'ai point parlé de ces Voûtes d'Arête dont l'Extrados ne descend pas jusqu'à l'Imposte, lorsque leur plan n'est point un parallélogramme; parce qu'elles peuvent varier en une infinité de manieres. Ce qu'on doit observer dans le Toisé de leur solidité, c'est de tirer sur le plan de la Voûte, les diagonales ou lignes qui représentent les Arêtes de l'Intrados & de l'Extrados, & de décrire ensuite le profil de chaque Lunette; faire sur ce plan & sur ces profils, les préparations nécessaires par les Regles que nous avons données, lesquelles bien entendues,*

*feront trouver la ſolution de tous les cas qui ſe préſenteront. L'exemple ſuivant va rendre ceci clair.*

EXEMPLE.

Soit *ABGD* le plan de la Voûte renfermée entre quatre Murailles, & ſoient *CA*, *CB*, *CG*, *CD*, les lignes qui repréſentent les Arêtes de l'Intrados. Tirez *CQ*, *CX*, *CR*, *CE*, aux milieux *Q*, *X*, *R*, *E*, des côtés du plan : trouvez comme nous l'avons enſeigné ci-devant, la poſition des droites *CN*, *CS*, *CG*, *CF*, qui repréſentent les Arêtes de l'Extrados, & joignez-en les extrémités par les droites *SG*, *NF*. FIG. 70.

Maintenant pour la lunette ſur *ACB*, menez des points *A*, *N*, *S*, du plan *a CQ*, les perpendiculaires *Ag*, *Nx*, *Sm*, & du centre *C* à *AB*, la perpendiculaire *CI*.

Sur le profil circulaire ou elliptique *ANVSB* par *AB*, élevez *VQ* perpendiculaire à *AB* en ſon milieu *Q* : faites *QL*, *QF*, égales à *QS*, *QN*, du plan, & *FO*, *Lp*, paralleles à *VQ*, qui couperont l'arc de l'Extrados de la Voûte en *N*, *S*, ou trouvez ces points *N*, *S*, par le moyen des profils par *SG*, *NM*, comme il a été dit ci-devant. FIG. 71.

Tirez de ces points *NS* les droites *NR*, *Sr*, paralleles à *AB*, & trouvez comme en la *Prat.* 8. *pag.* 412. *des Mém. de* 1719. *RT* par rapport au demi-ſegment *NVR*, & *rt* par rapport au demi-ſegment *SVr*, & les ſurfaces de ces demi-ſegmens *NVR*, *SVr*. Cela fait, on aura,

La capacité du vuide de la Lunette ſur *ACB*. $\Big\} = 6\frac{1}{3}\,CQ \times \frac{1}{7}\,Ag \times QH.$ FIG. 70. 71.

La ſolidité de la partie ſupérieure ſur *NCQ*, le profil de laquelle eſt *NOV*. $\Big\} = \frac{1}{3}\,CQ \times Nx \times VT - \text{Surf. } NVR \times CI.$

La solidité de la partie supérieure sur $SCQ$, le profil de laquelle est $SpV$. $\Big\} = \frac{1}{2} CQ \times Sm \times VT -$ Surf. $SVr \times CI$.

Fig. 70. Venant ensuite à la lunette sur $BCG$, tirez des points $S, B, G$; à $CX$, les perpendiculaires $Sb$, $Bd$, $Gq$; du centre $C$, à $GS$, la perpendiculaire $Cp$, & du point $X$ à $BG$, la perpendiculaire $Xa$, & faites $Yo = YG$.

Fig. 72. Décrivez le profil $oLSvgG$ par $SG$, élevez $vY$ perpendiculaire à $oG$ en son milieu $Y$, tirez des points $S, g$, correspondans aux points $S, G$ du plan, les droites $S\Delta$, $g\delta$, paralleles à $LG$, & trouvez comme en la page 412. *Mem. de* 1719. $\Delta Z$ par rapport au demi-segment $Sv\Delta$, & $\delta z$ par rapport au demi-segment $gv\delta$, trouvez aussi les surfaces de ces demi-segmens $Sv\Delta$, $gv\delta$, & vous aurez,

La capacité du vuide de la lunette sur $BCG$. $\Big\} = 6\frac{1}{3} CX \times \frac{1}{7} Bd \times Yh$.

Fig. 70. 72. La solidité de la partie supérieure sur $SCY$, le profil de laquelle est $SEv$. $\Big\} = \frac{1}{2} CY \times Sb \times vZ -$ Surf. $Sv\Delta \times Cp$.

La solidité de la partie supérieure sur $GCY$, le profil de laquelle est $gKv$. $\Big\} = \frac{1}{2} CY \times Gq \times vz -$ Surf. $gv\delta \times Cp$.

La solidité du reste de la partie supérieure répondant sur la partie $SGB$ du plan à peu-près. $\Big\} =$ Surf. $EKgvSE \times Xa$.

On opérera de la même maniere pour chaque autre lunette de la Voûte, & enfin on déduira toutes les solidités des vuides & parties supérieures trouvées, de la solidité du prisme, dont la base est le plan $ABGD$, & $VQ$ la hauteur, c'est-à-dire, du produit surf. $ABGD \times VQ$, & le reste sera la solidité de la Voûte proposée.

La démonstration est évidente par *Problême 6. & coroll. Probl. 7. des Mem.* 1719.

On voit que le nombre des différens produits pourra se diminuer en les joignant ensemble convenablement. Par exemple : des deux produits surf. $NVR \times CI$, surf. $SVr \times CI$, on fera le seul produit $\overline{\text{surf. } NVR + \text{surf. } SVr} \times CI$; & des deux produits surf. $Sv\Delta \times Cp$, surf. $gv\delta \times Cp$; le seul produit $\overline{\text{surf. } Sv\Delta + \text{surf. } gv\delta} \times Cp$, &c.

## REMARQUE.

On n'a point dit dans les Pratiques du Toisé de ces Voûtes, de quelle maniere, ayant le profil d'une lunette, l'on décrit les différens profils des autres lunettes, parce qu'ordinairement les gens du mêtier le savent. On divise la base du profil connu, en parties égales, & les bases des autres profils à décrire, en pareil nombre de parties égales. On éleve des perpendiculaires à chaque point de division de la base du profil connu jusqu'à la rencontre des Arcs du même profil; & à chaque point de division des bases des profils à décrire, on éleve aussi des perpendiculaires égales chacune à sa correspondante de celles du profil connu; & l'on mene des courbes par les extrémités de ces dernieres perpendiculaires, &c.

*J'ai trouvé dans les Voyages de M. de Monconys, que j'ai lûs par hasard depuis peu, une méthode de mesurer la surface des Voûtes d'Arête, sous ce titre,* De dimetiendis fornicibus decussatis; *mais cette méthode, qui est exacte pour les lunettes en plein cintre de ces Voûtes, est entierement fausse pour les Lunettes surhaussées & surbaissées; De quoi j'ai crû devoir avertir.*

# REMARQUE.

## *Sur la page 59. de l'Histoire de l'Académie de 1719.*

Fig. 17. Pl. 26. des Mém. de 1719.

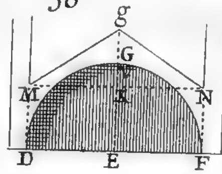
Si on suppose $GE = AE$, le solide $GBAHC$ sera celui dont il s'agit; mais j'ai démontré (*page 388. Mémoires de 1719.*) que ce solide $GBAHC$ est égal à $\frac{2}{3}\,AB \times DF \times GE$, ou (ce qui est le même) à $AB \times BC \times \frac{2}{3}\,GE$: & l'on sait que la solidité de l'hémisphere dont le rayon est $AE$, est égale au produit de la superficie du Cercle du même rayon $AE$ par $\frac{2}{3}\,GE$; donc à cause de la hauteur commune $\frac{2}{3}\,GE$, ce solide $GABHC$ est à l'hémisphere, comme $AB \times BC$, c'est-à-dire, le quarré inscrit $ABCH$, est au cercle du rayon $AE$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

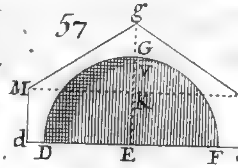
Si M. Bernard a démontré la même chose, il lui étoit aisé de voir que puisque ce solide $GBAHC$ & l'hémisphere sont comme leurs bases, leur hauteur est la même, & que par conséquent le produit de la surface de la base de ce solide par les deux tiers de sa hauteur, savoir le produit $AB \times BC \times \frac{2}{3}\,GE$, en donne le contenu. Ce qui est ma maniere de le toiser par une seule multiplication: au lieu que pour le toiser suivant l'analogie démontrée, il faudroit trouver la solidité de l'hémisphere, & les superficies du cercle & du quarré inscrit, & faire une regle de proportion.

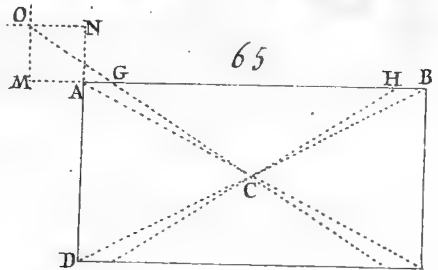
D'ailleurs il n'est pas nécessaire que $GE$ soit égale à $AE$, ni que la base $ABCH$ soit un quarré; puisque, par ce que j'ai démontré dans mon Mémoire cité, on verra que le produit de la surface de la base de ce solide $GBAHC$ par les deux tiers de sa hauteur, en donnera toujours le contenu, soit que $GE$ soit égale, plus grande ou plus petite que $AE$, & que cette base $ABCH$ soit un quarré ou un parallélogramme ou un polygone régulier, quelconques.

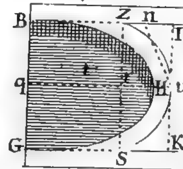
J'ai aussi dans le même Mémoire, donné des Pratiques pour trouver la surface de ces sortes de solides ou Voûtes que j'appelle avec les Architectes, *Voûtes en arc de Cloître:*

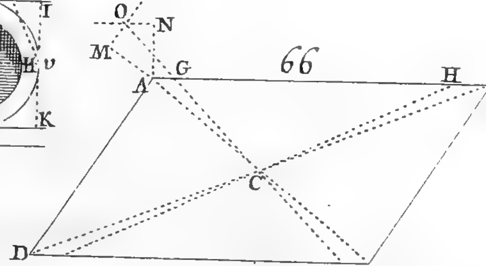
*Fautes*

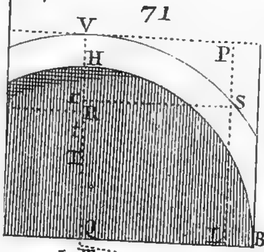

56
g
G
V
M
K
N
D
E
F

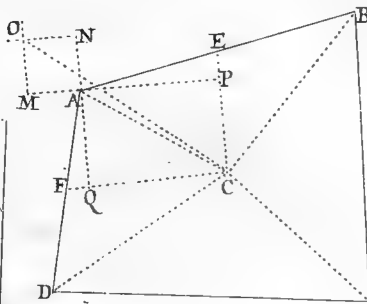

57
g
G
V
M
K
d
D
E
F

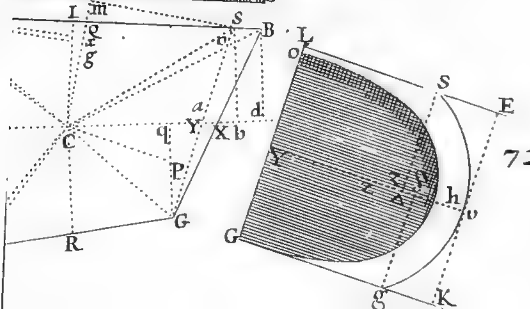

65
O
N
M
G
A
H
B
C
D

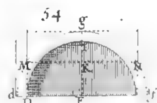

64
B
z
n
I
q
H
v
G
K
S

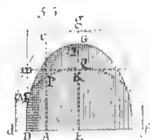

O
N
M
66
G
A
H
C
D

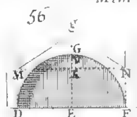

71
V
H
P
S
R
Q
L
B

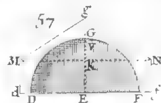

O
N
E
B
M
A
P
67
F
Q
C
D

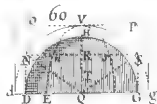

I
m
s
B
L
o
g
C
a
Y
X
b
d
q
P
G
R
S
E
72
Y
h
v
G
g
K

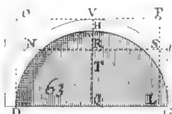

54

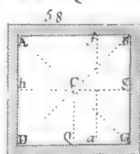


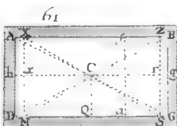

56


57

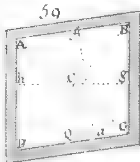

60

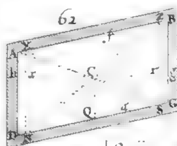

63

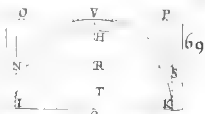

58

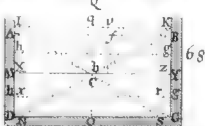

61

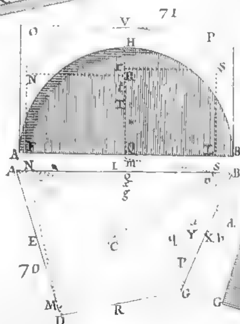

64

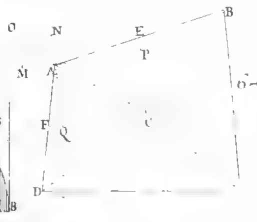

59

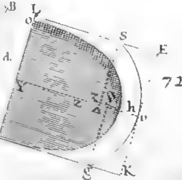

62


69


68


71
70


65
66


72

## *Fautes à corriger dans le Mémoire sur le Toisé des Voûtes, imprimé à la fin du Volume de 1719.*

### DANS LES PLANCHES.

*Planche* 25. *Figure* 6. prolongez en points $KM$ en $B$. *Figure* 8. il faut décrire du centre $K$, le quart de cercle $CDA$ qui manque à cette Figure.

*Planche* 26. la Figure $OME$ qui suit la Fig. 16. doit être marquée $X$. *Fig.* 19. mettez $g$ entre $C$ & $G$. *Fig.* 27. achevez en points les lignes $OD$, $PF$. *Fig.* 29. mettez $D$ en l'intersection des lignes $BA$, $dE$.

### AUX PAGES.

*Page* 368. *ligne* 6. $Cb\ (B)$ : *lisez*, $Cb\ (C)$. *ligne* 30. $Zf : Xf$ : *lisez*, $Zf : XF$. *Page* 370. *ligne* 4. menés ; *lisez*, mené : *ligne* 26. $AHD \times KA$ ; *lisez*, $\frac{AHD \times KA}{2}$ : *ligne* 27. $- AD \times KG$ ; *lisez*, $- \frac{AD \times KG}{2}$. *Page* 374. *ligne* 28. o pieds 5 lignes ; *lis.* o pied 3 pouces 5 lignes. *Page* 379. *lig.* 7. $GVZ$ & les espaces ; *lis.* $GVZ$, les espaces. *Page* 382. *ligne* 17. (*Fig.* 10.) *lisez* (*Figure X.*) : *ligne* 30. $C = a$, la circonférence ; *lis.* $C =$ à la circonférence : *ligne* 31. ou $bc$ ; *lis.* ou $bC$. *Page* 384. *lig.* 21. $ABCAH$ ; *lis.* $ABCHA$. *Page* 388. *l.* 23. *La petite différence*, &c. jusqu'à la ligne 26. inclusivement n'y doit point être. *Page* 391. *lig.* 6. (*Fig.* 4.) *lis.* (*Fig.* 24.) *ligne* 19. laquelle $GI$ ; *lis.* laquelle $gI$ : *ligne* 21. multipliés ; *lis.* multipliée : *lignes* 24. & 25. *lis.* $AB \times DF \times gE - \frac{2}{3} AB \times DF \times GE - AB \times MN \times gI - 2OM \times AB =$ à la solidité de la Voûte. *Page* 393. *l.* 16. on fera ; *lis.* on fera. *Page* 395. *lig.* 30. $DHG$ ; *lis.* $Dhg$. *Page* 396. *l.* 8. $G \times DCF$ ; *lis.* $DG \times CF$. *Page* 397. *l.* 7. $\overline{Dhg - hG} \times CF$ ; *lis.* $\overline{Dhg - hP} \times CF$. *Page* 400. *l.* 20. $AfdA$ ; *lisez*, $AfdHA$ : *ligne* 23. $- AD$ ; *lis.* $- 2AD$ : *ligne* 24. $- Ad$ ; *lis.* $- 2Ad$. *Page* 401. *ligne pénultieme*, $ed$, $Fh$ ; *lis.* $ed$,

$fH$. *Page* 402. *lig.* 11. $- FM$ : *lis.* $- 2FM$ : *ligne* 12. $- fM$ ; *lis.* $- 2fM$. *Page* 405. *l.* 21. $VH =$ pieds ; *lis.* $VH -$ 2 pieds. *Page* 406. *l.* 19. $VA$ ; *lis.* $VH$ : *ligne* 23. eſt à cette ſolidité ; *liſ.* eſt cette ſolidité. *Page* 408. *ligne* 4. donnera de la Voûte; *liſ.* donnera celle de la Voûte. *Page* 409. l. 1. $\frac{1}{7} xy$ ; *lis.* $\frac{1}{7} xr$ : *ligne* 6. $VR$ ; *lis.* $VQ$ : *ligne* 7. pieds $Exxh =$ 1 pied ; *liſ.* pieds, $xh =$ 1 pied : *ligne* 13. toiſes 1. toiſe 8. pouces ; *liſ.* toiſes 1 pied 8 pouces : *ligne* 21. $\frac{1}{7} hg$ larg. red. 3. 0. 1. 9. *lis.* $\frac{1}{7} hg$ larg. red. 0. 3. 1. 9. *Page* 411. l. 1. $VQ = 6\frac{1}{3} CF$ ; *lis.* $VQ - 6\frac{1}{3} CF$ : *vis-à-vis la ligne* 3. *mettez à la marge* Fig. 49. *ligne pénultieme* $MFVSL$ ; *lis.* $MNVSL$. *Page* 412. *l.* 6. Fig. 10. *liſ.* Fig. X. *ligne* 11. $RT$ ſera $= VQ$ ; *liſ.* $RT$ ſera $= QR$. *Page* 413. *l.* 4. *lis.* $CQ \times xC \times VT$ -- ſurf. $NSV \times \frac{1}{2} ut$, dont le quadruple, ſavoir $IM \times xr \times VT - NSV \times 2ut$ : *ligne* 27. $xr = 2. 3. 6.$ *lis.* $xr = 4. 3. 6.$

# *FAUTES A CORRIGER*

## *Dans les Mémoires de* 1719.

*Page* 298. *l.* 9. coniza : *liſ.* conyza.
*Page* 308. *l.* 28. perpetuis : *liſ.* pertuis.
*Page* 315. *en marge au lieu de* Genre V. *liſ.* VI.

## *Dans les Mémoires de* 1720.

*Page* 234. *ligne* 20. de degré, en : *liſez*, de degré, ou ſi l'on veut infiniment petites, en.

*Page* 243. *l.* 19. $CV$ : *lis.* $CK$.

*Page* 244. *l.* 24. $\frac{AG + GT}{AG + GK} + \frac{TH}{KC}$ : *lis.* $\frac{AG + GT + TH}{AG + GK + KC}$.

Ibid. *ligne* 25. $\frac{AG + GS}{AG + GI} + \frac{SF}{IC} =$ : *lis.* $\frac{AG + GS + SF}{AG + GI + IC} =$.

*Page* 259. *dern.* $n^2 y^3 = x^5$ : *lis.* $n^3 y^2 = x^5$.

*Pag.* 260. *lig.* 1. fini, qu'il : *liſ.* fini, & arrivé au point de rebrouſſement de la développée, en diminuant juſqu'à un certain terme, qu'il.

Ibid. *ligne* 26. car $\frac{x^m}{y^p}$ varie : *lis.* car $\frac{x^m}{y^p}$ rapporté à différentes couches, varie.

*Page* 262. *lig.* 30. en *M*, la : *lis.* en *M*, si l'on fait abstraction de l'écart centrifuge, la.

*Page* 264. *pénult.* sçauroit : *lis.* pouvoit.

*Page* 267. *ligne* 10. en raison réciproque des : *lisez*, en raison des.

Ibid. *l.* 13. en raison des : *lis.* en raison réciproque des.

Ibid. *l.* 14. & 15. en raison soudoublée des : *lis.* en raison doublée réciproque des.

*Page* 276. *l.* 7. j'en ai : *lis.* j'en suis.

## *Dans les Mémoires de* 1721.

*Page* 184. *ligne* 20. *cressa* : *lis. crassa.*

*Page* 189. *lig.* 31. *& page* 206. *l.* 18. *&* 20. hirsutiè : *lis.* hirsutie.

*Page* 196. *mettez en marge vis-à-vis la ligne* 10. Genre VI.

*Page* 196. *mettez en marge vis-à-vis la ligne* 16. Etymologie.

*Page* 196. *l.* 25. laciniatus : *lis.* lanceatus.

*Page* 214. *l.* 27. 129. *lis.* 229.

*Page* 218. *l. pénult.* 380. *lis.* 480.

*Page* 278. *l.* 4. monospermolthæa : *lis.* monospermalthæa.

*F I N.*

